

PRÁCTICA 2:

“CONVERSIÓN DE FORMATO Y CODIFICACIÓN DE FUENTE”

Curso 2003-2004.

REGLA DE LOS SEIS DECIBELIOS. ANÁLISIS TEÓRICO.

La relación señal a ruido de cuantificación mide la calidad del proceso de cuantificación y está dada en decibelios por:

$$SNR(dB) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\sigma_x^2}{\sigma_q^2} \right)$$

siendo σ_x^2 la potencia de la señal que se cuantifica y σ_q^2 la potencia del error de cuantificación.

1. Para cada una de las señales indicadas y empleando un cuantificador uniforme, deduzca la expresión que se proporciona para la relación señal a ruido de cuantificación, en función del número de bits, B . Suponga que no se produce sobrecarga y que el error de cuantificación se distribuye uniformemente en

$$\left[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2} \right].$$

- Señal sinusoidal: $SNR(dB) = 6.02 \cdot B + 1.76$
- Señal aleatoria uniforme en $[-E_{max}, E_{max}]$: $SNR(dB) = 6.02 \cdot B$
- Señal aleatoria gaussiana con media cero y potencia σ_x^2 :
 $SNR(dB) = 6.02 \cdot B + 4.77 - 20 \cdot \log(f_L)$ (siendo f_L el factor de sobrecarga,
 $f_L = \frac{E_{max}}{\sigma_x}$, con E_{max} el valor máximo que admite el cuantificador sin sobrecargarse).

REGLA DE LOS SEIS DECIBELIOS. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL.

En primer lugar implemente funciones en MATLAB para generar señales aleatorias con distribución uniforme y con distribución gaussiana. Las funciones tendrán las cabeceras de declaración siguientes:

- `function [x,t]=aleauni(tini,tfin,fs,pot)`
- `function [x,t]=aleanor(tini,tfin,fs,pot)`

La función `aleauni` generará una señal aleatoria x con distribución uniforme de media cero y potencia `pot`, asimismo se devuelve el eje de tiempos correspondiente a la observación de la señal, t , empezando en el instante t_{ini} , acabando en t_{fin} y con frecuencia de muestreo `fs`.

El funcionamiento de `aleanor` es análogo salvo que la señal estadísticamente sigue una distribución normal.

Implementaremos una función que permita hacer cuantificación uniforme simétrica tipo midriser. La función estará definida de la siguiente forma:

- `function xr=cuanuni(x,B,Emax)`

La función devolverá x_r , el valor de reconstrucción correspondiente a x , y deberá funcionar siendo x un vector de cualquier longitud. Será B el número de bits del cuantificador y $[-E_{max}, +E_{max}]$ el rango dinámico del cuantificador, fuera del cual se produciría sobrecarga.

La relación Señal a Ruido de cuantificación, suponiendo que el canal no es ruidoso, mide, como ya sabemos, la calidad que tiene la señal reconstruida en el receptor y será calculada como:

$$SNR(dB) = 10 \log_{10} \left(\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x^2[i]}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x[i] - x_r[i])^2} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^N x^2[i]}{\sum_{i=1}^N (x[i] - x_r[i])^2} \right)$$

Una vez implementadas y comprobado el correcto funcionamiento de las rutinas anteriores, se crearán scripts que permitan automatizar la cuantificación de diferentes señales, la representación gráfica de la señal original, cuantificada y el error de cuantificación y el cálculo de la relaciones SNR obtenidas y compárelas con el análisis previo.

Se emplearán como señales de prueba:

- Los valores correspondientes al muestreo con frecuencia de muestreo de 500 Hz del intervalo de 0 a 4 s. de un seno de 1 V de amplitud y 1 Hz de frecuencia.

- Los valores correspondientes al muestreo con frecuencia de muestreo de 500 Hz del intervalo de 0 a 4 s. de una señal aleatoria uniforme de media cero y potencia 1.
- Los valores correspondientes al muestreo con frecuencia de muestreo de 500 Hz del intervalo de 0 a 4 s. de una señal aleatoria normal de media cero y potencia 1.

Utilizando para la señal sinusoidal y uniforme, el menor rango dinámico de cuantificación sin sobrecarga, y para la señal gaussiana un factor de sobrecarga de 3, simule el proceso de cuantificación uniforme con un número de bits que varíe de 1 a 12 bits.

2. *¿Cuándo son aproximaciones acertadas, para cada tipo de señal, las expresiones vistas en el análisis previo? Argumente su respuesta empleando tablas donde se compare la relación SNR obtenida experimentalmente con el valor teórico obtenido en el análisis previo. En su explicación puede serle de ayuda gráficas donde se muestre el % de error cometido con las expresiones obtenidas en el apartado 1 frente al número de bits.*

NOTA 1: Para señales no deterministas sería conveniente considerar la relación SNR obtenida de forma experimental como promedio de las SNRs obtenidas con idénticos parámetros en varios experimentos independientes (por ejemplo 100 experimentos).

Estamos interesados en conocer el comportamiento estadístico de la señal de error, utilice la función `hist` y trabajando con la señal de prueba normal intente responder a la siguiente pregunta:

3. *¿Qué va ocurriendo con la f.d.p. de la señal de error conforme aumenta el número de bits para cuantificar?*

Ahora utilice la señal de prueba sinusoidal de amplitud 1 y cuantifíquela empleando un rango dinámico (del cuantificador) de ± 2 V. Realice esta prueba para un número de bits variando de 1 a 12 bits.

4. *Elabore una tabla que permita comparar los resultados obtenidos con los ya vistos en el punto 2. Relacione ambos resultados.*

TEOREMA DE CODIFICACIÓN DE FUENTE (PRIMER TEOREMA DE SHANNON). ANÁLISIS TEÓRICO.

La entropía mide la información media por símbolo que genera una fuente. Si la fuente es discreta y sin memoria, con M símbolos $\{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ la entropía que se tiene (en bits/símbolo) es:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^M p(X = x_i) \cdot \log_2(p(X = x_i))$$

El teorema de codificación de fuente, establece el límite teórico a la máxima compresión (sin pérdidas) de un mensaje, y dice que:

“Una fuente con entropía H (bits/símbolo), puede ser codificada sin introducir error en el proceso de codificación, empleando en promedio R bits/símbolo, siempre que $R \geq H$ ”.

La eficiencia de un codificador entrópico es una medida de lo que se acerca el comportamiento de dicho codificador al comportamiento ideal (valor de la entropía):

$$\eta = \frac{H}{R}$$

5. *Imagine un fichero binario, (contiene sólo ceros y unos), cuyo contenido se ha generado de forma aleatoria y los símbolos (ceros y unos) son estadísticamente independientes, siendo la probabilidad de que se genere un símbolo ‘1’ p (y la del símbolo ‘0’ $1-p$). Si el fichero contiene 500 Kbytes, $p=0.1$, y comprimimos el fichero con un codificador sin pérdidas (entrópico) con eficiencia 1 ¿Qué tamaño en Kbytes tendría el fichero? ¿Y si $p=0.3$? ¿Y si $p=0.5$?*

TEOREMA DE CODIFICACIÓN DE FUENTE (PRIMER TEOREMA DE SHANNON). VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL.

La función `genfipru` genera un fichero binario con contenido aleatorio donde los símbolos ‘1’ y ‘0’ son estadísticamente independientes y donde la probabilidad del símbolo ‘1’ pueda ser fijada por el usuario. La cabecera de la función es:

- `function [cerror]=genfipru(p,TKB,nomfich)`

genfipru devuelve un código de error, cerror, si cerror vale 1 significa que se produjo error generando el fichero de prueba, y se devuelve 0 si no se produjo ninguna incidencia. El parámetro p , es la probabilidad (a priori) que existe de que un símbolo del fichero sea '1', TKB es el tamaño que tendrá el fichero en Kbytes y nomfich es el nombre que tendrá el fichero. La función genfipru, puede ser utilizada como `genfipru(p, TKB)`, en cuyo caso el fichero generado se llamará `prueba.bin`

Otra función que deberá utilizar en esta práctica es `tamfich` que permite determinar el tamaño en Bytes de un fichero:

- `function TB=tamfich(nomfich)`

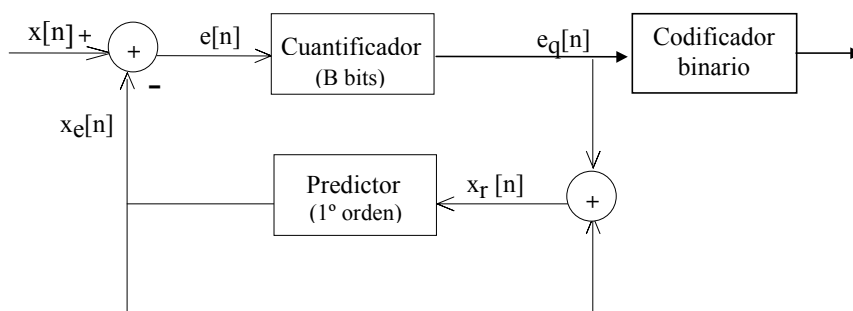
El comando `!` permite invocar desde la ventana de comandos de MATLAB al sistema operativo o a otros programas, en esta parte de la práctica se va a llamar a un compresor entrópico por línea de comandos, muy popular hace algunos años, ARJ. Sitúe el fichero `ARJ.exe` en su directorio de trabajo y para comprimir desde la ventana de comandos de MATLAB simplemente escriba `eval('!arj a prueba prueba.bin');` de esta forma se comprime el fichero `prueba.bin` y se obtiene `prueba.ARJ`.

6. *Para valores de p variando desde 0 hasta 1, calcule los bits que para representar cada símbolo binario utiliza ARJ, R, y compárelo con el valor de la entropía, represente ambos valores en una misma gráfica de forma que sea fácil hacer la comparativa. ¿Se comprime el fichero generado con $p=0.5$?*
7. *Generemos un fichero `prueba2.bin` de 500 KB con igual cantidad de ceros y unos, mediante `genfipru2(500)` y que almacena una secuencia binaria del tipo `01010101010...` ¿Se comprime? ¿Por qué?*

NOTA 2: El software necesario para realizar esta parte de la práctica (`ARJ.exe`, `genfipru.m`, `genfipru2.m` y `tamfich.m`) está disponible en la página web <http://www4.ujaen.es/~pjreche/td/pract.htm>

CODIFICACIÓN DIFERENCIAL: MODULACIÓN POR IMPULSOS CODIFICADOS DIFERENCIAL (MICD, DPCM EN INGLÉS). ANÁLISIS TEÓRICO.

En este apartado se pretende que el alumno se familiarice con el funcionamiento de un sistema de codificación diferencial. En concreto, se estudiará un sistema de codificación DPCM. Su diagrama de bloques se representa en la siguiente figura.



El predictor que se emplea será lineal de primer orden, por lo que $x_e[n] = h_1 \cdot x_r[n-1]$

Suponga que el cuantificador tiene suficientes bits para considerar despreciable el error de cuantificación $e_q[n] \approx e[n] \Rightarrow x[n] \approx x_r[n]$ y que se transmite el tono de prueba de 1 V de amplitud y frecuencia 1 Hz (muestreado a 500 Hz).

8. Trabajando por sencillez en el dominio temporal continuo, demuestre que

$$e(t) = \left(1 - h_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{500}\right)\right) \cdot \sin(2\pi \cdot t) + h_1 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{500}\right) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot t) \quad \text{y que la}$$

ganancia de predicción está dada por

$$G_p = \frac{\text{Potencia}\{x(t)\}}{\text{Potencia}\{e(t)\}} = \frac{1}{1 + h_1^2 - 2 \cdot h_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{500}\right)} \cdot \text{¿Qué valor de } h_1 \text{ hace que}$$

G_p sea máxima (hace mínima la potencia del ruido de cuantificación)?

NOTA 3: Recuerde que $\sin(A - B) = \sin(A) \cdot \cos(B) - \cos(A) \cdot \sin(B)$

CODIFICACIÓN DIFERENCIAL: MODULACIÓN POR IMPULSOS CODIFICADOS DIFERENCIAL (MICD, DPCM EN INGLÉS). VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL.

Implemente la función `cuandpcm` que permitirá simular el comportamiento del cuantificador MICD descrito en el apartado anterior:

- `function [xr,eq,e,xe]=cuandpcm(x,h1,b,Emax)`

de forma que los parámetros del sistema de codificación que podrán ser variados serán:

- Coeficiente del predictor de primer orden, h_1 .
- Número de bits, B y rango dinámico del cuantificador, E_{max} . En simulación, considere que el valor del número de bits varía entre 1 y 8.
- Las señales de entrada al sistema, x , serán la señal sinusoidal y la aleatoria normal consideradas en el punto 2.

La relación señal a ruido en el cuantificador DPCM puede ser expresada en función de la SNR del cuantificador uniforme y la mejora por predicción:

$$SNR_{MICD}(dB) = SNR(dB)_{UNIF} + G_p(dB)$$

que puede expresarse como:

$$SNR(dB) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^N x^2[i]}{\sum_{i=1}^N (x[i] - x_r[i])^2} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^N e^2[i]}{\sum_{i=1}^N (e[i] - e_q[i])^2} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=1}^N x^2[i]}{\sum_{i=1}^N e^2[i]} \right)$$

donde se ha tenido en cuenta que $e[n] - e_q[n] = x[n] - x_r[n]$

9. Obtenga la SNR y la ganancia de predicción para las dos señales de entrada y diferentes valores de los parámetros del codificador. Compare los resultados obtenidos para diferentes valores de los parámetros y señales de entrada. Para cada una de ellas, represente las diferentes variables que aparecen en el sistema ($x[n]$, $e[n]$, $e_q[n]$, $x_e[n]$, $x_r[n]$) mediante gráficas. Comente estas gráficas.