



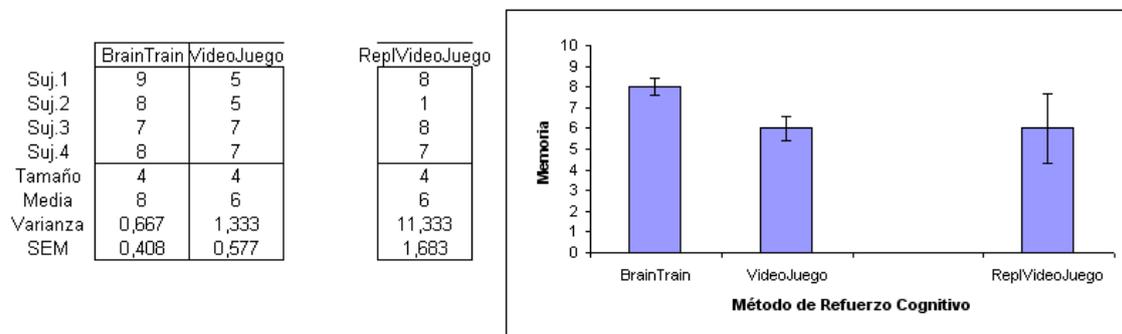
UNIVERSIDAD DE JAÉN

## Material del curso “Análisis de datos procedentes de investigaciones mediante programas informáticos”

Manuel Miguel Ramos Álvarez

### INTRODUCCIÓN A LAS BASES CONCEPTUALES DEL ANÁLISIS DE DATOS

Imagine que realiza una investigación sobre la influencia de las técnicas de entrenamiento cognitivo basado en el programa Brain Training™. En concreto usted y otros tres compañeros reciben entrenamiento de este tipo y después de tres sesiones obtienen las puntuaciones 9, 8, 7 y 8 respectivamente en una prueba de memoria. El primer paso de cara a la comprensión de los datos suele ser el resumen de la información mediante el recurso a las técnicas de **estadística descriptiva**. Por ejemplo, la media de su grupo nos da un valor de 8 puntos y teniendo presente que la escala era de 0 a 10 puntos, entonces la memoria de su grupo parece bastante aceptable. Ahora bien, ¿Realmente esta técnica de entrenamiento cognitivo es la responsable de tales resultados? Para ello, supongamos que aplicamos a otro grupo de 4 compañeros tres sesiones con un video-juego también de la misma compañía de Brain Training™ pero que no refuerza la memoria, y observamos que éstos obtienen 5, 5, 7 y 7 puntos respectivamente; de manera que ahora la media es de 6 puntos. Tanto en la tabla como en el gráfico de la Figura 1 aparecen de manera comparativa estos cálculos junto a otros que veremos a continuación.



**Figura 1. Ejemplo de investigación que resume las ideas principales de estadística descriptiva.**

Aparentemente la técnica Brain Training™ lleva a mejores resultados que el mero video-juego puesto que hay una diferencia entre ambos de 2 puntos en promedio. El problema fundamental es si la diferencia se puede sostener en los profesores en general, trascendiendo a las muestras particulares de esta investigación, es decir si tenemos cierta seguridad de que la repetición del estudio sobre otra muestra similar llevaría a encontrar valores similares de la diferencia, como para concluir que efectivamente el primero es mejor método que el segundo. La solución a este problema pasa por utilizar la inferencia estadística y en concreto la técnica de contraste de Hipótesis estadísticas.

Supongamos que se replica en otro grupo de profesores el estudio con el video-juego alternativo y se encuentran las puntuaciones 8, 1, 8 y 7 (ver la columna a la derecha de la Tabla 1). La media vuelve a ser de 6 puntos –como en el estudio original– y por ende podríamos estar tentados de concluir que el método Brain Training™ es superior al del video-juego, pero una comparación de las puntuaciones de los tres grupos nos hará caer en la cuenta de que hay una de las diferencias que es más confiable que la otra. En concreto, estaríamos más “seguros” de que hay una diferencia entre el método Brain Training™ y el video-juego en el estudio inicial que entre el primero y la replicación. Esto es así porque a pesar de que la diferencia en ambos casos es de 2 puntos en promedio (8 versus 6), en realidad las puntuaciones de los grupos 1 y 3 son virtualmente intercambiables salvo por lo que respecta a uno de los profesores (8, 8 y 7 se repiten en ambos).

El peso de estas discrepancias recae sobre las fluctuaciones error de los datos de nuestra investigación, mucho mayor en el grupo 3 que en los otros dos. Una forma sencilla de estimar el error viene dada por la variabilidad de los datos, por ejemplo a través de la varianza. Se obtiene la diferencia al cuadrado de todas las puntuaciones respecto a la media y la suma de las mismas se divide entre el tamaño muestral menos uno. En la Figura 1 se recogen dichas varianzas debajo de las medias que ya comentamos (una medida alternativa es el Error Estándar de la Media o SEM según las siglas en inglés, que aparece en la fila inferior de la Figura 1).

Volvemos al problema principal de generalidad de los resultados de nuestras investigaciones. Supongamos que lo planteamos de una manera sencilla: por un lado hipotetizamos que el efecto provocado con nuestras manipulaciones **no** es suficientemente grande como para extrapolarlo a la población frente a la hipótesis contrapuesta de que el efecto sí es representativo. El primer tipo de Hipótesis se denomina **Nula** ( $H_0$  en adelante) puesto que se pone en el peor de los casos para el investigador y asume que el efecto de la investigación es nulo o inexistente. En contraposición, la otra se denomina Hipótesis **alternativa** ( $H_1$ ).

Llegados a este punto, todo lo que necesitamos es una regla que nos permita decantarnos hacia una de las dos Hipótesis. La inferencia estadística a través de la variante del contraste de Hipótesis nos permite precisamente esto y para ello se define una medida de **discrepancia** entre los datos de la muestra y lo hipotetizado en  $H_0$ . Evidentemente a mayor valor de este cálculo, en mayor medida nos decantaríamos en contra de  $H_0$  y a favor de  $H_1$ . Pero ya quedó clara la relevancia del error de los datos, por lo cual esta discrepancia se juzga en proporción al error típico de la misma –lo que se llama error típico del estadístico– y se calcula en realidad una medida relativa de la discrepancia, o lo que se denomina **estadístico de contraste** (EC).

De nuevo, a mayor valor del EC, más nos inclinamos en contra de  $H_0$  y por ende a favor de  $H_1$ , pero con la ventaja de tomar en consideración la fluctuación error. Aunque esto no es del todo suficiente puesto que habrá que poner un punto de corte para decidir que la magnitud de la discrepancia es suficientemente grande o no. Esto es posible en el momento en que el EC tiene un comportamiento caracterizable según un modelo de distribución conocido que nos permita asociar una probabilidad a cada posible valor del mismo. Valores muy elevados de discrepancia entre los datos y lo hipotetizado en  $H_0$  serán muy improbables según tal Hipótesis y al contrario. De esta forma fijamos un valor de probabilidad (lo que se llama **alfa o nivel de significación**) muy bajo (usualmente en 0.05 o en 0.01), de manera que si la probabilidad asociada al valor observado en el estadístico de contraste **no supera** dicho criterio entonces nos inclinaremos hacia el rechazo de la hipótesis nula. La lógica subyacente es que si la

discrepancia relativa recogida por el EC es muy grande, entendiéndose por ello que hay una probabilidad muy pequeña de encontrar dicho valor cuando  $H_0$  es cierta, nos inclinaremos en contra de tal hipótesis nula (a favor, pues de la alternativa) y en caso contrario nos inclinaremos a favor de la misma (y en contra de la Nula). En definitiva, definir un contraste de significación requiere una medida de discrepancia y una regla para juzgar qué discrepancias son "demasiado" grandes. A continuación ilustraremos la aplicación de esta regla en el contraste de la diferencia entre el grupo 1 y el 2 del ejemplo, de manera que el lector podría comprobarlo para el grupo 1 versus el 3. En la Figura 2 aparecen todos los detalles.

**La lógica del contraste de Hipótesis Estadísticas**

- Definimos una medida de **discrepancia** entre la muestra y lo hipotetizado en  $H_0$ .
- Entonces estimamos el **error** típico de la misma, es decir las fluctuaciones debidas a error –lo que se llama error típico del estadístico-
- Y calculamos una **medida relativa** de la discrepancia, ó **estadístico de contraste** (que vamos a denotar con el subíndice  $k$  para referirnos a los datos muestrales).
- Dicho estadístico tendrá que seguir un modelo de distribución conocido que nos permita asociar una probabilidad a cada valor del mismo.
- Finalmente se establece una **regla**: si la discrepancia es muy grande, entendiendo por ello que hay una probabilidad muy pequeña de encontrar dicho valor cuando  $H_0$  es cierta, nos inclinaremos **en contra** de dicha hipótesis nula y en caso contrario nos inclinaremos a favor de la misma.
- Por tanto, definir un contraste de significación requiere una medida de discrepancia y una regla para juzgar qué discrepancias son "demasiado" grandes. **Esto se logra fijando un nivel de significación (la probabilidad alfa) en el modelo de distribución que le asumimos y determinando una región de rechazo.**
- **La regla de decisión** queda, pues, como: se compara el valor concreto de probabilidad asociada al estadístico de contraste (o empírico) con el valor de alfa (o teórico), y **se rechaza  $H_0$**  (contra  $H_0$ /a favor de  $H_1$ ) cuando el primero no supere al segundo y a la inversa.

**T-tests; Grouping: Grupo (EjemCursoADPI)**

Group 1: Brain Group 2: VideoJ

	Mean 1	Mean 2	t-value	df	p	Valid N	Valid N
Rendim	8,00	6,00	2,83	6	0,03	4	4

**Figura 2. Ejemplo de investigación que resume las ideas principales de estadística inferencial.**

Ejemplo: Contraste de Hipótesis sobre dos medias

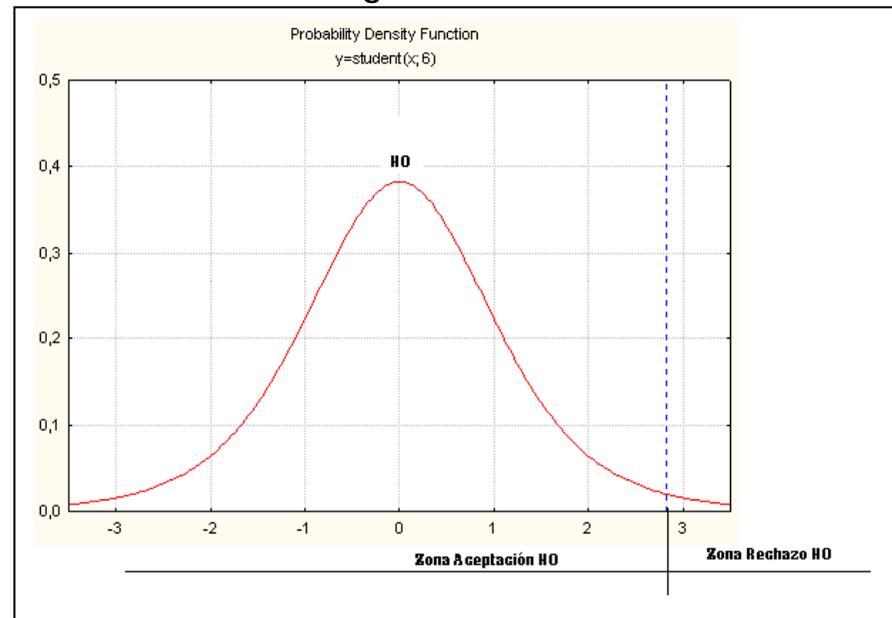
$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{array} \right\} \text{ ó } \left\{ \begin{array}{l} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{array} \right\}$$

Estadístico Contraste:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}; t(gl)$$

Estadístico Contraste =  $\frac{\text{Discrepancia Muestral y Poblacional}}{\text{Error Típico -Fluctuaciones del Estadístico-}}$

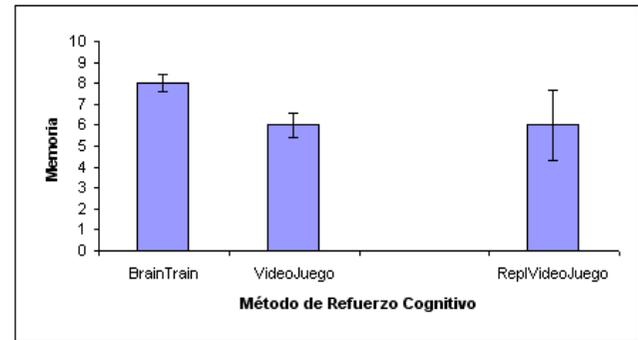
**Regla de Decisión**



1.- Práctica mediante Excel. Introducimos los datos del ejemplo de memoria, para cada uno de los 3 grupos, en la Hoja de cálculo Excel y pedimos los estadísticos media y varianza [Insertar → Función], además efectuamos la representación gráfica (Herramienta )

El resultado será como el de la Figura 1.

	BrainTrain	VideoJuego	ReplVideoJuego
Suj.1	9	5	8
Suj.2	8	5	1
Suj.3	7	7	8
Suj.4	8	7	7
Tamaño	4	4	4
Media	8	6	6
Varianza	0,667	1,333	11,333
SEM	0,408	0,577	1,683



2.- Efectuamos el análisis de las diferencias mediante Excel.

Cargamos las Herramientas opcionales para el análisis estadístico [Herramientas → Complementos → Marcamos Herramientas para análisis y Herramientas para análisis – VBA → Aceptar]

Y las invocamos, una vez que se han incorporado al menú Herramientas del Programa [Herramientas → Análisis de datos → Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales → Definimos los rangos para los Grupos 1 y 2º del ejemplo].

El resultado:

	A	B	C
1	Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales		
2			
3		Variable 1	Variable 2
4	Media	8	6
5	Varianza	0,66666667	1,33333333
6	Observaciones	4	4
7	Varianza agrupada	1	
8	Diferencia hipotética de las medias	0	
9	Grados de libertad	6	
10	Estadístico t	2,82842712	
11	P(T<=t) una cola	0,01500987	
12	Valor crítico de t (una cola)	1,94318027	
13	P(T<=t) dos colas	0,03001975	
14	Valor crítico de t (dos colas)	2,44691185	

De manera que admitiríamos que hay diferencias significativas con un alfa de 0,05 ya que la probabilidad exacta es menor (i.e. 0,01500...)