

11. Números naturales y enteros. Divisibilidad

Ejercicios de autoevaluación

■ Ejercicio 1.

Analiza el concepto de primo observando los resultados obtenidos para los siguientes valores de $x = 0, -1, 23, -7, 1001, 2681$.

Solución:

False

False

True

True

True

False

■ Ejercicio 2.

Estudiar si para las siguientes parejas de números, uno es divisor de otro:

- a) 1001 y 452
- b) 1001 y -4004
- c) 1 y -100
- d) -1001 y -452

Solución:

- a) 1001 y 452

452 no es divisor de 10001

b) 1001 y -4004

1001 es divisor de -4004

c) -1001 y 1

1 es divisor de -10001

d) -1001 y -452

-452 no es divisor de -10001

■ Ejercicio 3.

Calcular, usando el algoritmo de Euclides, el máximo común divisor, el mínimo común múltiplo y la identidad de Bezout de:

- a) 10000 y 453
- b) 2140 y -1234
- c) -31 y -2745

Solución:

a) 10000 y 453

m.c.d. {453, 10000} = 1

m.c.m. {453, 10000} = 4530000

Identidad de Bezout: $1 = 10000 \cdot (40) + 453 \cdot (-883)$.

b) 2140 y -1234

m.c.d. {-1234, 2140} = 2

m.c.m. {-1234, 2140} = 1320380

Identidad de Bezout: $2 = 2140 \cdot (79) + -1234 \cdot (137)$.

c) -31 y -2745

$$\text{m.c.d.} \{-31, -2745\} = 1$$

$$\text{m.c.m.} \{-31, -2745\} = 85095$$

$$\text{Identidad de Bezout: } 1 = -2745 \cdot (-11) + -31 \cdot (974).$$

■ Ejercicio 4.

Resolver las ecuaciones diofánticas $ax + by = c$ en los siguientes casos:

I. $a = 2534$, $b = 2380$ y $c = -28$

II. $a = 2534$, $b = -2380$ y $c = 49$

Solución:

I. $a = 2534$, $b = 2380$ y $c = -28$

Paso 1:

$$\text{m.c.d.} \{2380, 2534\} = 14$$

$$\text{m.c.m.} \{2380, 2534\} = 430780$$

$$\text{Identidad de Bezout: } 14 = 2534 \cdot (31) + 2380 \cdot (-33).$$

Paso 2: Calculamos $k = \frac{c}{d}$

$$-2$$

Paso 3: Solución para x e y

$$-62$$

$$66$$

II. $a = 2534$, $b = -2380$ y $c = 49$

Paso 1:

$$\text{m.c.d.} \{-2380, 2534\} = 14$$

$$\text{m.c.m.} \{-2380, 2534\} = 430780$$

$$\text{Identidad de Bezout: } 14 = 2534 \cdot (31) + -2380 \cdot (33) .$$

Paso 2: Calculamos $k = \frac{c}{d}$

$$\frac{7}{2}$$

No es un número entero, por tanto no existe solución entera para la ecuación.