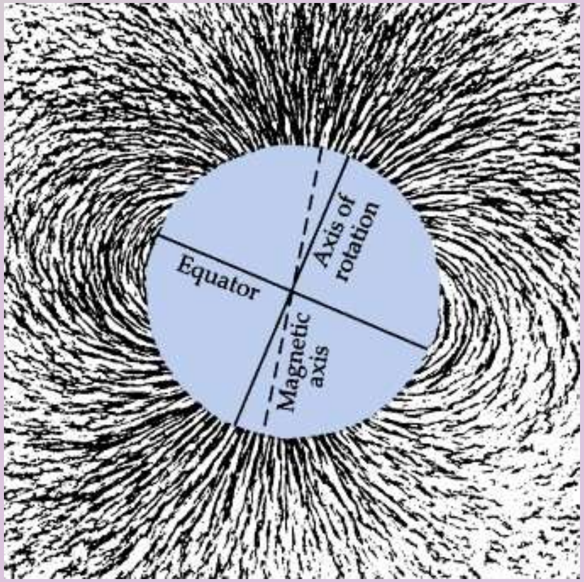
Departamento de Física
Universidad de Jaén

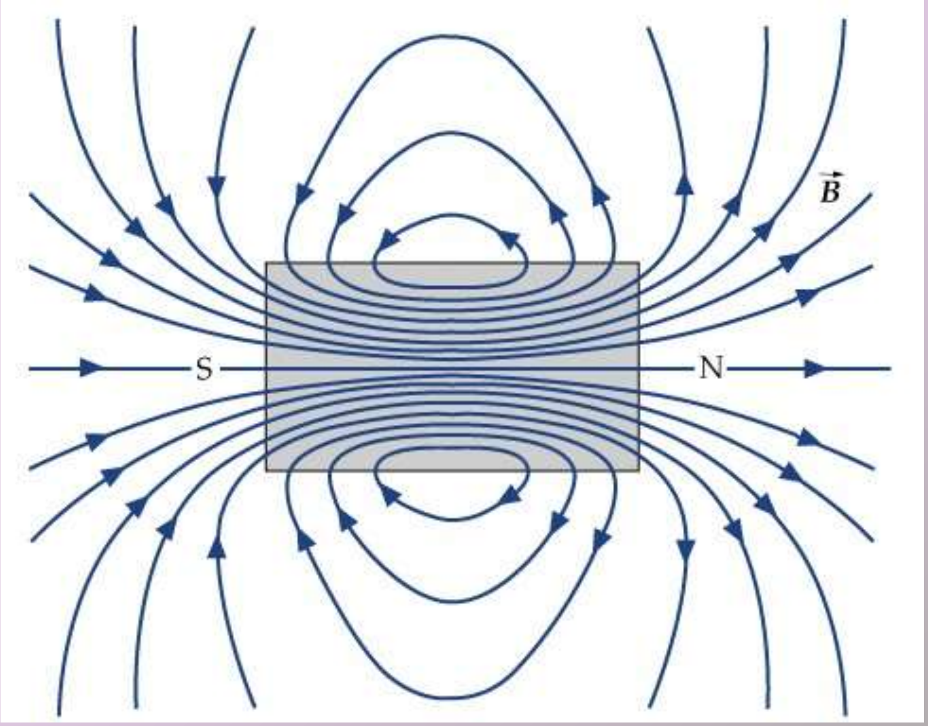
Magnetismo

- Campo Magnético
- **Inducción Electromagnética**
- **Campo Magnético en la materia**

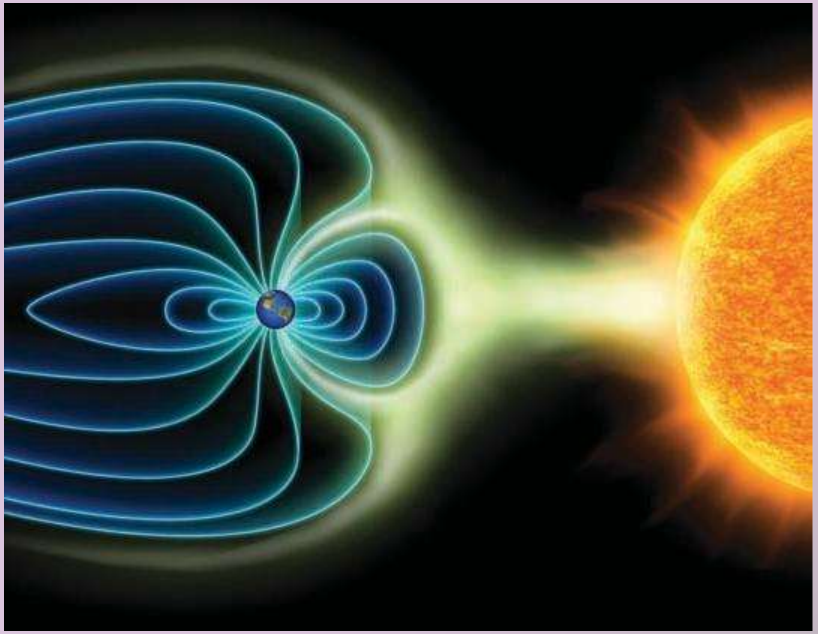
1- Introducción

- Magnetismo Natural



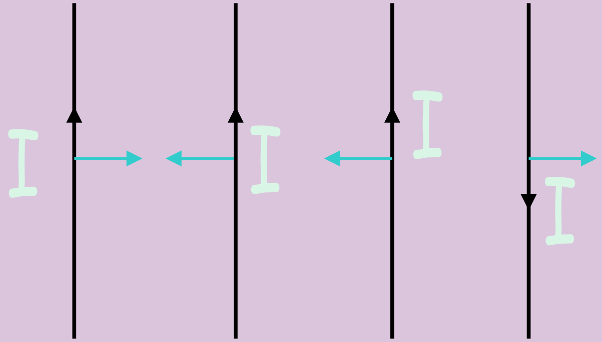



Viento solar
Frente de choque
MAGNETOSFERA
Magnetopausa
Cinturones de radiación
de Van Allen



1 - Introducción

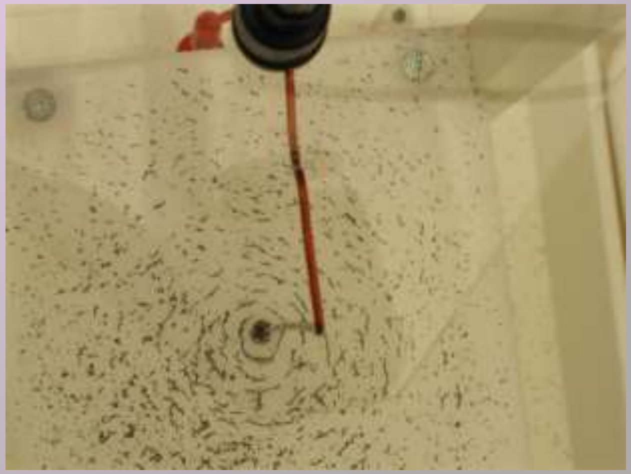
- Lo que nos interesa ahora realmente son las interacciones entre magnetismo y electricidad:
- Oersted (s. XIX) fue el primero en encontrar la relación entre Electricidad y Magnetismo: la intensidad de corriente en un cable desorienta las brújulas cercanas.
- Se pueden analizar también otras interacciones:



$$q\ ,\ v = 0 \ \Rightarrow \ E \neq 0;\ B = 0$$

$$q\ ,\ v \neq 0 \ \Rightarrow \ E \neq 0;\ B \neq 0$$

- Fue Ampère el que enunció que: "la verdadera fuente de campo magnético es la corriente eléctrica".

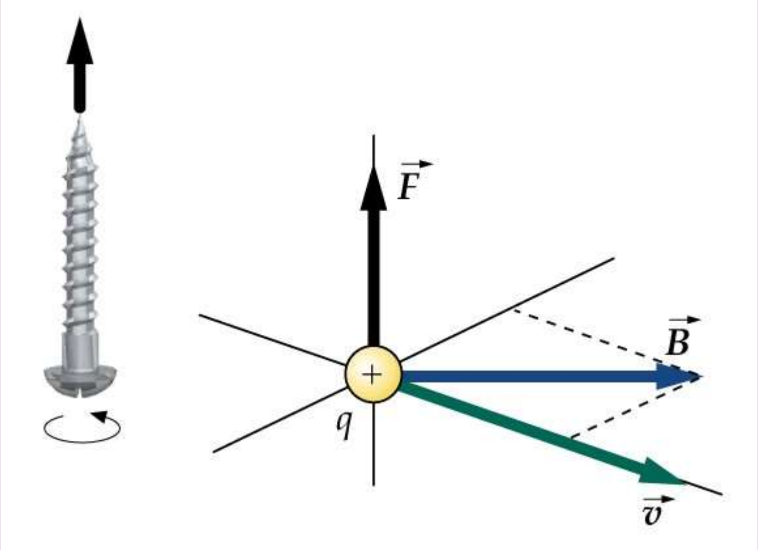


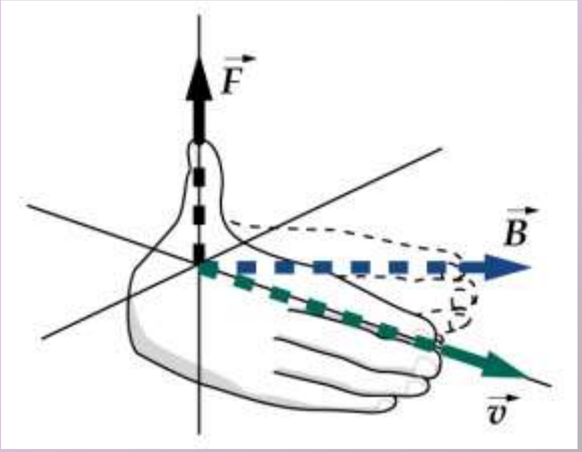
vídeo

2 - Fuerza Magnética

- Fuerza ejercida por un campo magnético sobre una carga en movimiento:

$$\vec{F}_m = q\ \vec{v} \wedge \vec{B}$$





- Unidades de B: N s / C m = J s / C m^2 = V s / m^2 = **Tesla**

2 - Fuerza Magnética

- Si añadimos un campo eléctrico, también se ejercerá fuerza eléctrica, aunque la carga esté en movimiento, **Ley de Lorentz**:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\,\vec{v} \otimes \vec{B} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \otimes \vec{B})$$

- Definimos también el Flujo Magnético: $\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$

- Unidades: $m^2\, V\, s / m^2 = V\, s =$ Weber

- PROPIEDADES:

  1) La fuerza magnética es nula si: $v = 0$ ó $v \parallel B$

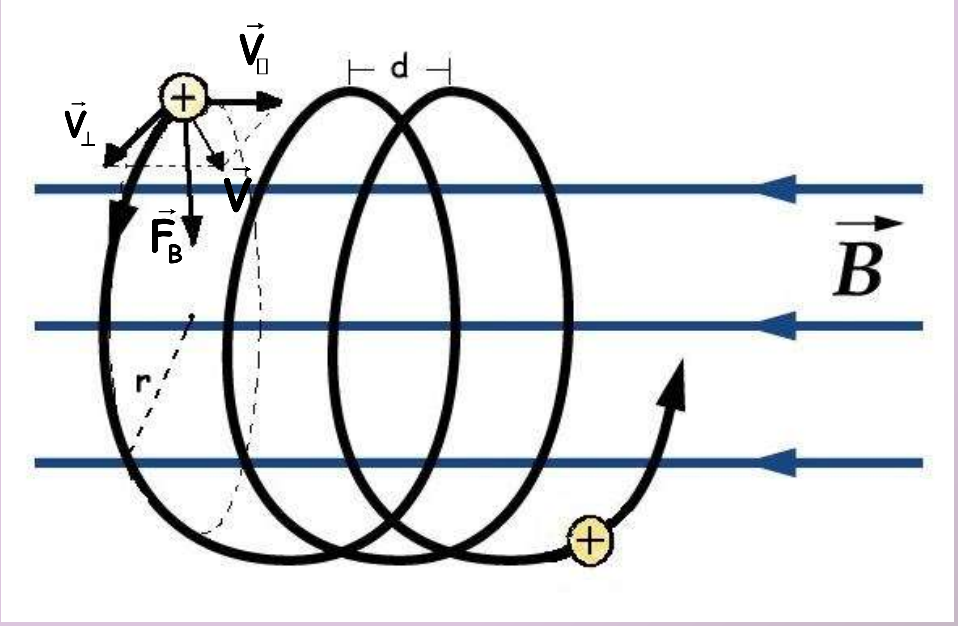
  2) Siempre $F_m \perp$ (v y B), por tanto, también a la Trayectoria.

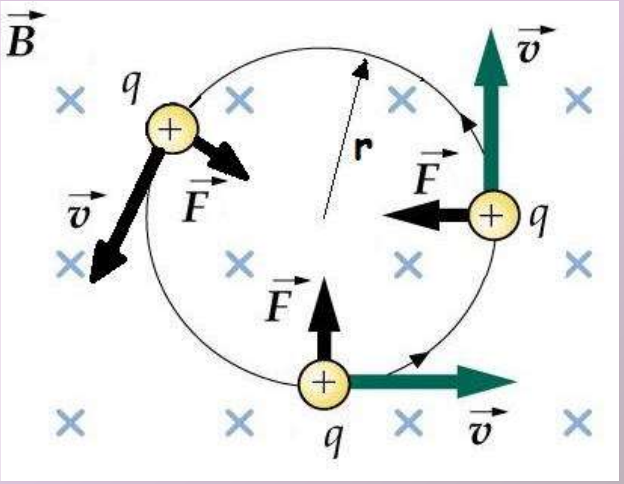
$$F_{\parallel} = 0 \Rightarrow |v| = cte \Rightarrow Ec = cte \Rightarrow \boxed{W = 0}$$

2 - Fuerza Magnética

3) Dado B uniforme, los únicos movimientos posibles son:

- Lineal (v ∥ B)
- Circular (v ⊥ B)
- Helicoidal





$$F_{mag} = F_{centrif}$$

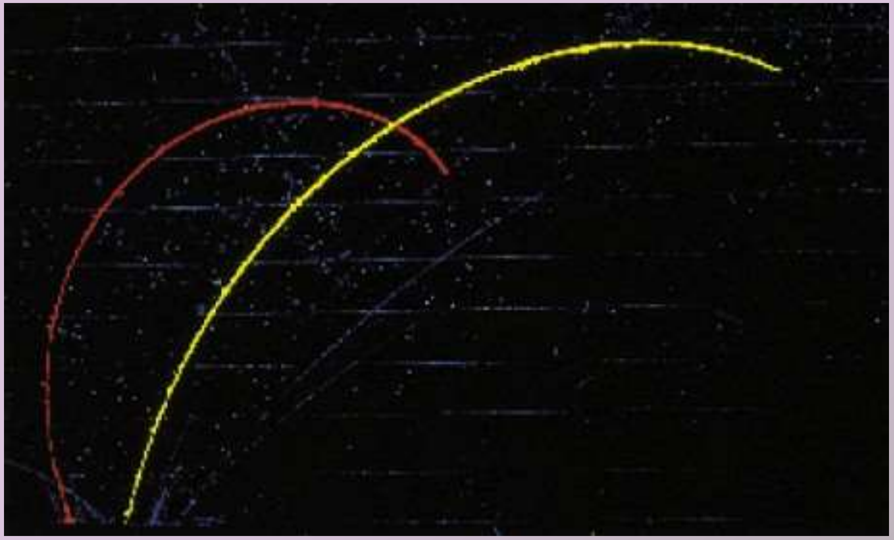
Simulación

2 - Fuerza Magnética

En el caso de movimiento circular son iguales la fuerza centrifuga y la eléctrica:

$$q\,v\,B = m\,v^2 / R \quad \Rightarrow \quad \boxed{R = \frac{m\,v}{q\,B}} \qquad\qquad \boxed{\vec{w} = \frac{q}{m}\vec{B}}$$

- Aplicaciones: espectrómetro de masas, aceleradores.

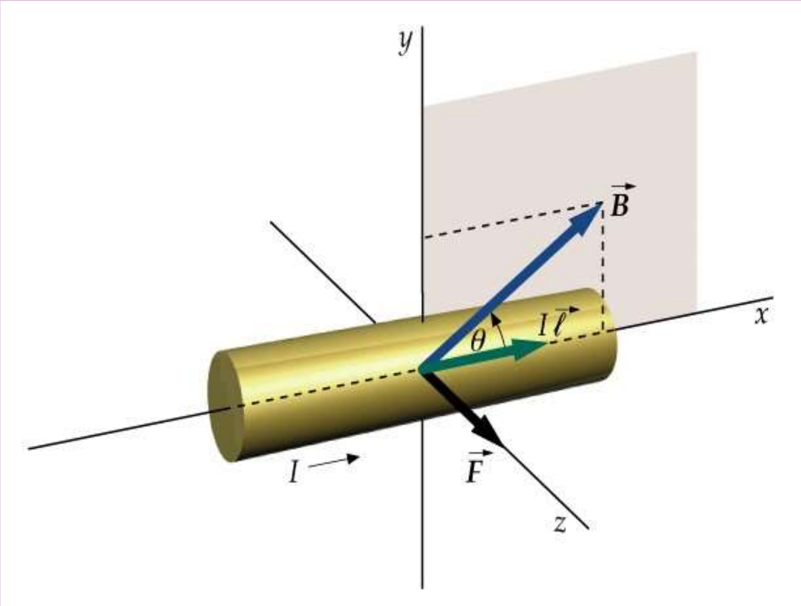


Simulación

Simulación

3 – Interacciones entre corrientes

- Si en una zona de campo magnético hay un cable por el que circula una intensidad de corriente I, este sufrirá una fuerza magnética.
- Tenemos: $\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$



$$d\vec{F} = dq\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad v = \frac{dl}{dt}$$

$$dq\,\vec{v} = dq\,\frac{d\vec{l}}{dt} = I\,d\vec{l} \quad \Rightarrow \quad d\vec{F} = I\,d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \int I\,d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

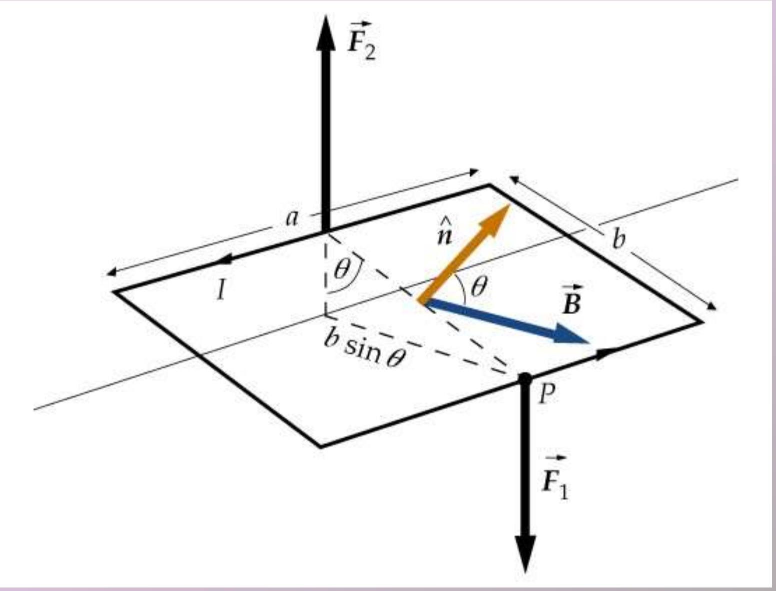
$$\boxed{\vec{F} = I\,\vec{l} \wedge \vec{B}}$$

3 – Interacciones entre corrientes

- Si consideramos una espira cuadrada dentro de un campo magnético, sobre cada lado se ejercerá una fuerza:

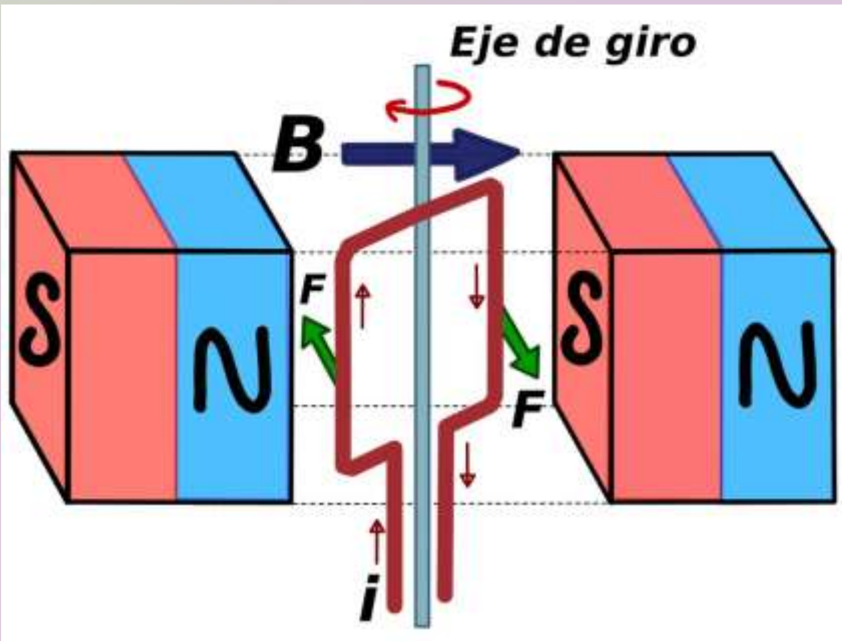
$$\vec{f}_b = I\,\vec{b} \wedge \vec{B} \quad \rightarrow \quad \text{se anulan}$$

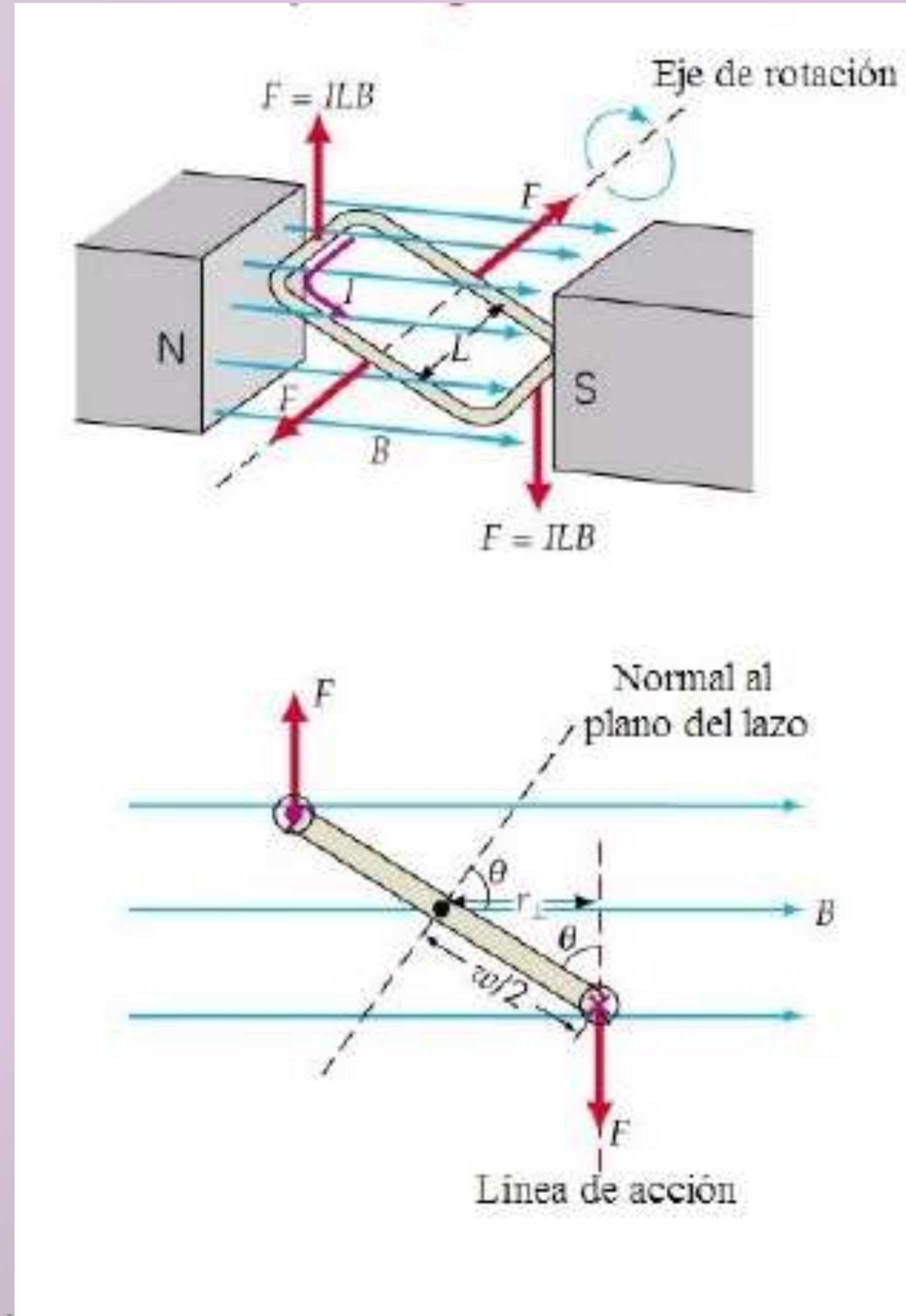
$$\vec{f}_a = I\,\vec{a} \wedge \vec{B} \quad \rightarrow \quad \text{forman un par que produce un giro}$$



$$\overrightarrow{Mto} = \vec{b} \wedge \vec{f}_a = b\; f_a \;\mathrm{sen}\,\theta$$

$$\overrightarrow{Mto} = I\;\vec{b} \wedge \vec{a} \wedge \vec{B} = I\;\vec{S} \wedge \vec{B}$$

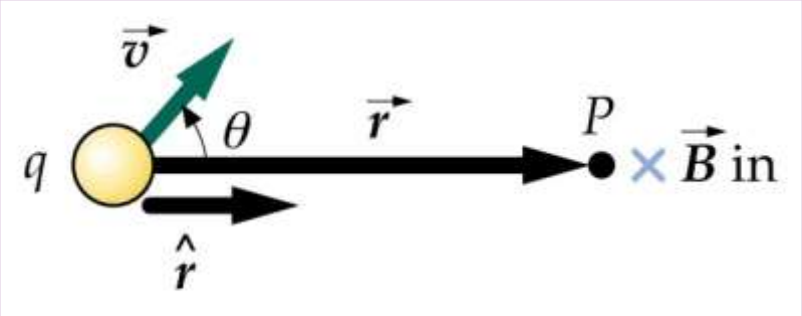

Eje de giro
B
S
N
F
F
S
N
i


Eje de rotación
F = ILB
F
N
I
L
F
S
B
F = ILB
Normal al
plano del lazo
F
θ
B
θ
w/2
F
Línea de acción

[vídeo]

4 – Cálculo de Campo Magnético

A] Para Cargas Puntuales:



$$\vec{B} = K \frac{q\ \vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

Vector Inducción Magnética

$$\boxed{K = \frac{\mu_0}{4\pi}}$$

$\boldsymbol{\mu_0} \rightarrow$ **Permeabilidad magnética del vacío** **($4\pi \cdot 10^{-7}$)**

Unidades:

$$\frac{wb\ m^2}{m^2\ C\ {}^{m}\!/_{s}} = \frac{wb}{{}^{C}\!/_{s}\ m} = \frac{wb}{A\ m}$$

Ley de Laplace

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\ \vec{v} \wedge \vec{r}}{r^3}$$

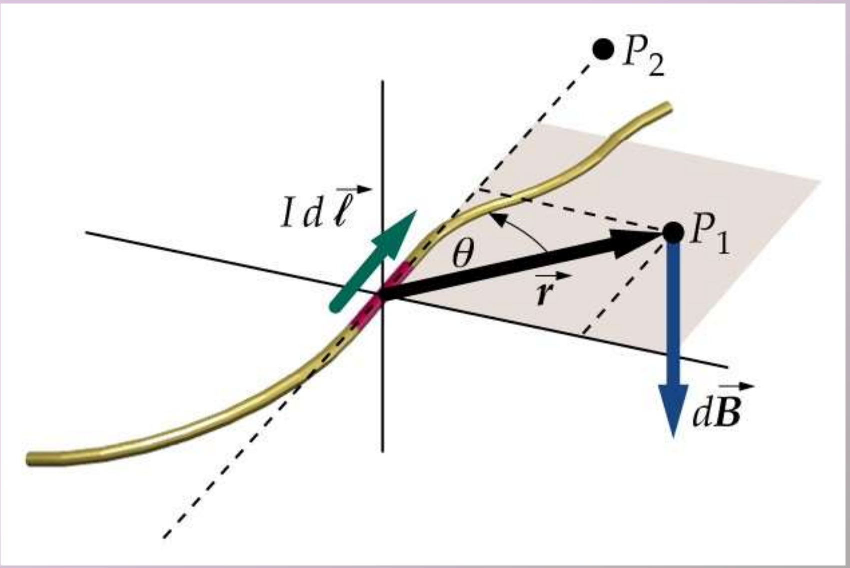
4 – Cálculo de Campo Magnético

B] Para Corrientes: recordando que $dq\,\vec{v} = I\,d\vec{l}$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dq\,\vec{v}\wedge\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3}$$

Ley de Biort-Savart

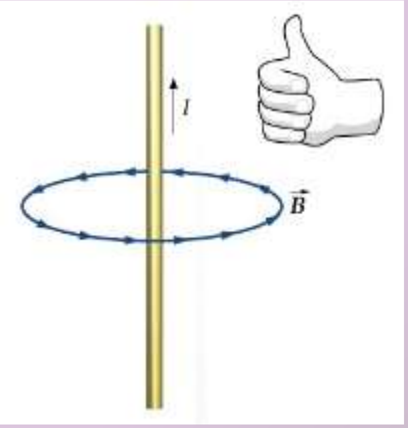
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3}$$



4 – Cálculo de Campo Magnético

Ejemplos:

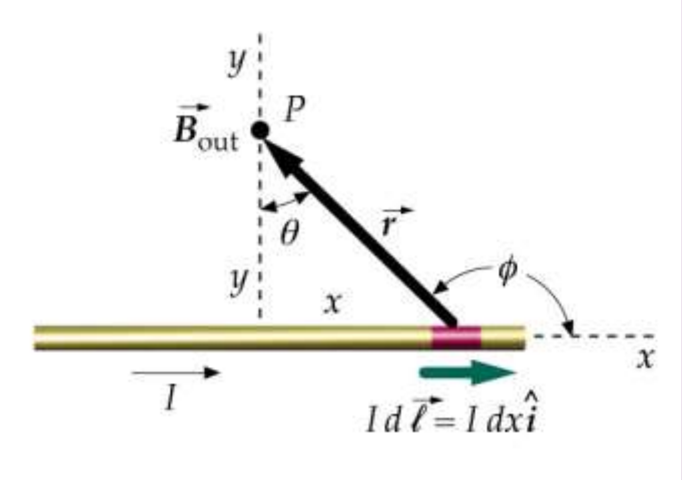
1) Corriente Rectilínea:



Las líneas de campo son cerradas

$\Rightarrow$ no existen fuentes ni sumideros

$\Rightarrow$ No es conservativo.



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dx\;r\;\mathrm{Sen}\,\phi}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dx\;\mathrm{Cos}\,\theta}{r^2}$$

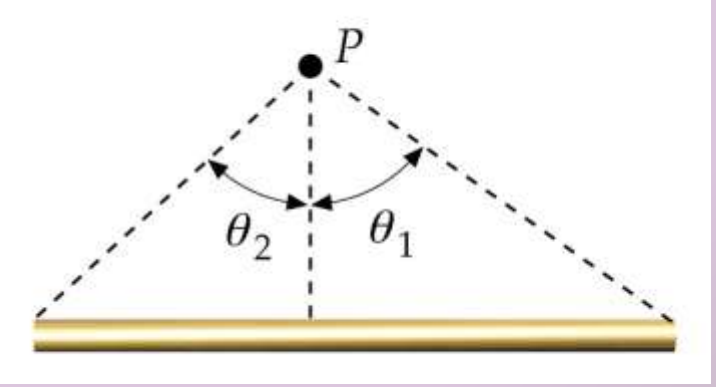
$$B = \frac{\mu_0\,I}{4\pi}\int\frac{dx\;\mathrm{Cos}\,\theta}{r^2}$$

$$\tan\theta = x / y \quad\rightarrow\quad dx = y\sec^2\theta\;d\theta\; = y\,(r/y)^2\,d\theta\; = \; r^2\,d\theta / y$$

4 – Cálculo de Campo Magnético

- Con lo que nos queda:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta 1}^{\theta 2} \frac{r^2 \, d\theta \; \mathrm{Cos}\,\theta}{y \; r^2} =$$



$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi\, y} \int_{\theta 1}^{\theta 2} \mathrm{Cos}\,\theta \; d\theta \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} (\mathrm{Sen}\,\theta_2 - \mathrm{Sen}\,\theta_1)}$$

Para un conductor indefinido: $\theta_1 = -\pi/2$; $\theta_2 = \pi/2$; $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}}$

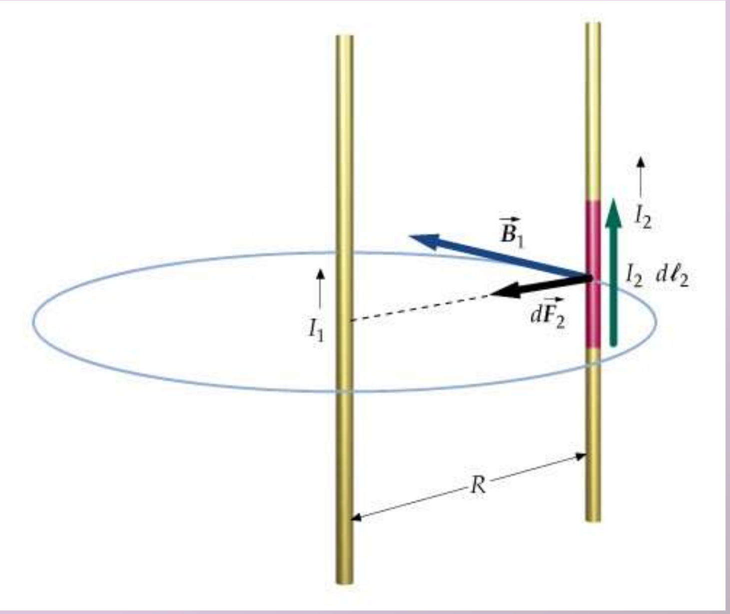
4 – Cálculo de Campo Magnético

2) Interacciones entre Corrientes:

$$B_1 = \frac{\mu_0\, I_1}{2\pi R} \qquad d\vec{F}_2 = I_2\, d\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1$$

$$dF_2 = I_2\, dl_2\, B_1 = \frac{\mu_0\, I_1\, I_2}{2\pi R}\, dl_2$$

$$\boxed{\frac{dF_2}{dl_2} = \frac{\mu_0\, I_1\, I_2}{2\pi R}}$$



- Ídem para el otro:

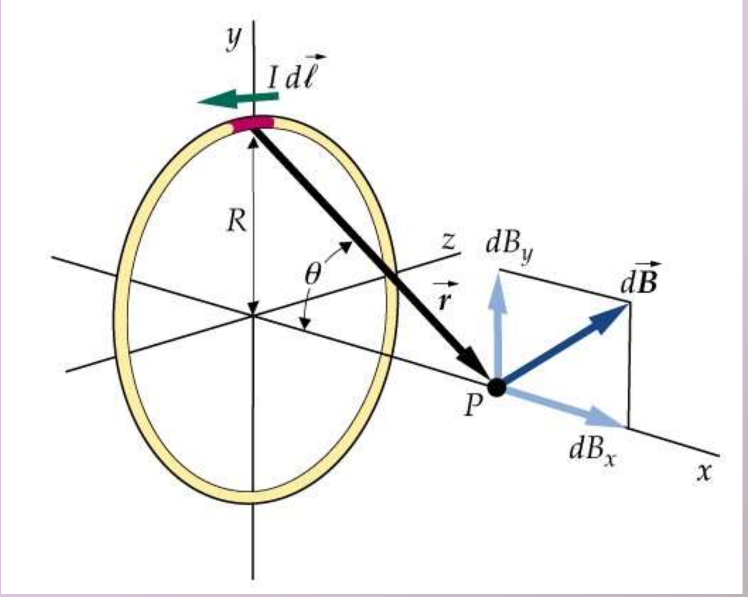
$$\frac{dF_1}{dl_1} = \frac{\mu_0\, I_1\, I_2}{2\pi R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{dF_1}{dl_1} = \frac{dF_2}{dl_2}}$$

- Amperio:

$$\frac{dF}{dl} = \frac{4\pi\, 10^{-7}\cdot 1\cdot 1}{2\pi R} = 2\cdot 10^{-7}\ \frac{N}{m}$$

4 – Cálculo de Campo Magnético

3) Espira Circular:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\wedge\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{r^2}$$

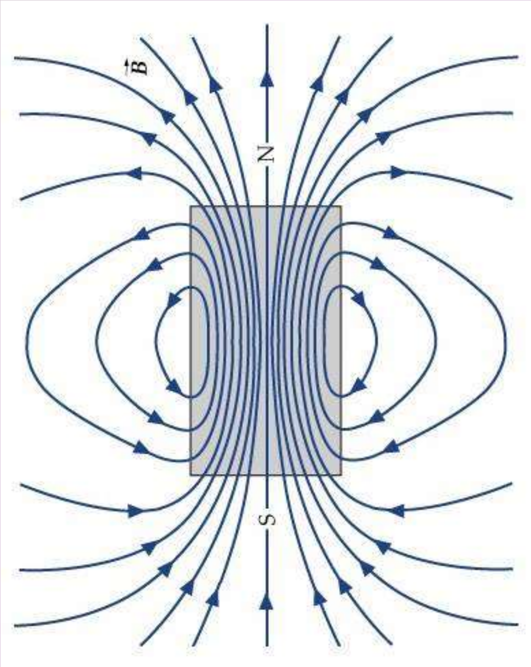
$$dB_x = dB\,\mathrm{Sen}\,\theta = dB\,\frac{R}{r}$$

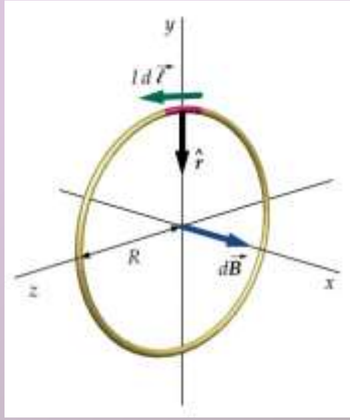
$$B_T = \oint dB\,\mathrm{Sen}\,\theta = \oint \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\frac{R}{r}\,dl$$

$$B_T = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3}\,2\pi R \quad \Rightarrow \quad \boxed{B_T = \frac{\mu_0 I R^2}{2 r^3}}$$

4 – Cálculo de Campo Magnético

- En el centro de la espira r = R: $$B_T = \frac{\mu_0 I}{2R}$$





5 – Ley de Gauss. Ley de Ampère.

- En campos conservativos las líneas de campo son abiertas:

$$\phi = \oint \vec{A} \cdot d\vec{S} \neq 0 \qquad \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = 0$$

- El campo Magnético no es conservativo, las líneas de campo son cerradas:

$$\phi_m = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \qquad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

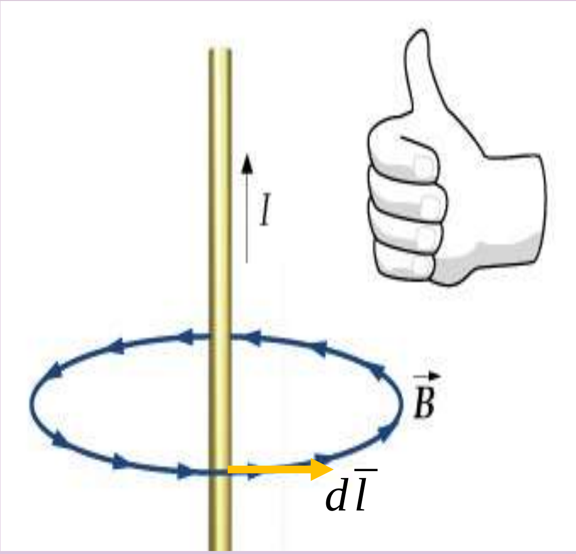
FLUJO CIRCULACIÓN

- Podemos, por tanto, usar la circulación como herramienta de cálculo del Campo Magnético. Lo hacemos primero para un conductor rectilíneo indefinido:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

5 – Ley de Gauss. Ley de Ampère.

- Circulación: $$\oint \overline{B}\, d\overline{l} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} 2\pi R \quad \Rightarrow$$

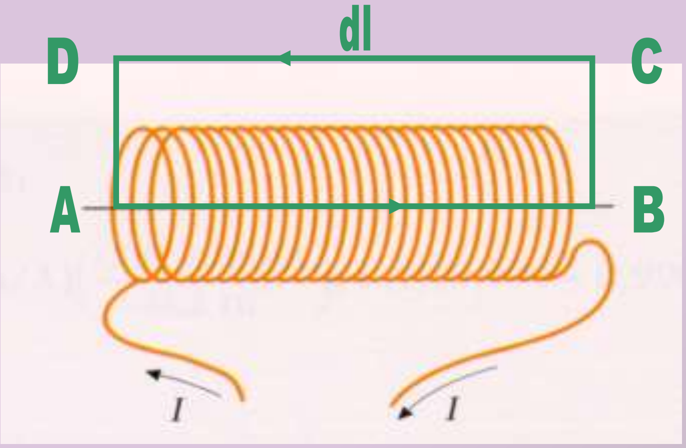


$$\oint \overline{B}\, d\overline{l} = \mu_0 I = \mu_0 \sum I_i$$

Ley de Ampère

6 – Ejemplos de la Ley de Ampère.

- Solenoide Rectilíneo:



$$\overline{B}_{Fuera} << \overline{B}_{Dentro}$$

- Aplicamos las Ley de Ampère:

$$\oint \overline{B}\, d\overline{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\oint \overline{B}\, d\overline{l} = \int_A^B + \int_B^C + \int_C^D + \int_D^A = \int_A^B B\, dl = B\ L$$

$$\mu_0 \sum I_i = \mu_0\, N I$$

$$\boxed{B = \mu_0\, n I}$$

donde n es la densidad de espiras (N/L)

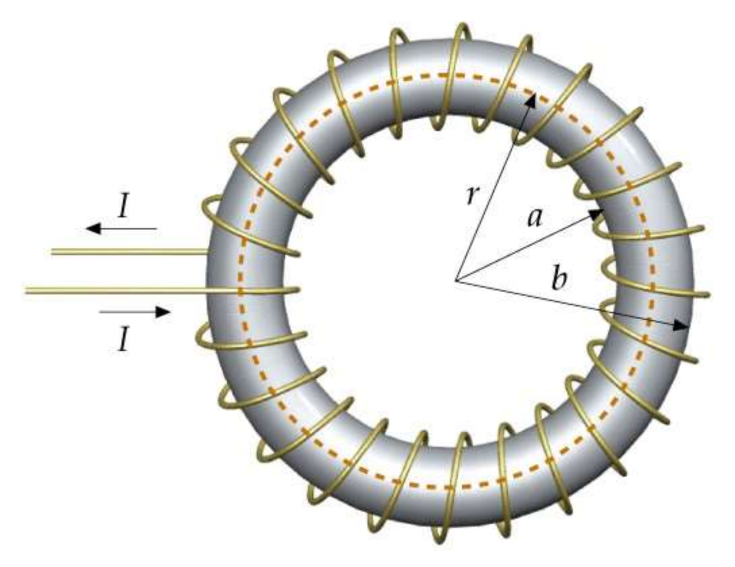
6 – Ejemplos de la Ley de Ampère.

- Solenoide Toroidal:

$$\oint \bar{B}\, d\bar{l} = \mu_0 \sum I_i = \mu_0 N I$$

$$\oint \bar{B}\, d\bar{l} = B \oint dl = B\, 2\pi R$$

$$B = \mu_0 \frac{N I}{2\pi R} = \mu_0\, n\, I$$



- Fuera del solenoide:

En $R < a \Rightarrow B = 0$ pues $I = 0$

En $R > b \Rightarrow B = 0$ pues $\sum I_i = 0$