



ÁLGEBRA (Grado en Estadística y Empresa)
CURSO 2025/26. Convocatoria Extraordinaria 2.

Apellidos y nombre: _____ DNI: _____

Evaluación	1. Temas 1 y 2:	2. Ev euclídeo:	3. Aplicaciones lineales:	4. Prácticas
Continúa:	☐ Sí. Nota: _____ ☐ NO, RENUNCIO.	☐ Sí. Nota: _____ ☐ NO, RENUNCIO.	☐ Sí. Nota: _____ ☐ NO, RENUNCIO.	Nota:

1. [5 puntos] Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Calcular una matriz Q regular, tal que $H=QA$, siendo H la forma normal de Hermite por filas de A . Comprobarlo explícitamente.

2. [5 puntos] Sea $V= M_2(\mathbb{C})$ y U el conjunto de las matrices simétricas con traza 0. Demostrar que U es subespacio vectorial y calcular dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas de U .

3. [10 puntos] Considera $V = P_1(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 2 con coeficientes reales y el producto escalar dado por:

$$\langle p(x), q(x) \rangle = p(-2) \cdot q(-2) + p(0) \cdot q(0) + p(2) \cdot q(2)$$

- Demostrar una propiedad del producto escalar
- Calcular la matriz de Gram, G , respecto de la base canónica.
- Razonar si la base canónica es una base ortonormal. En caso de que no lo sea, obtener una base ortonormal a partir de ella.
- Calcular la norma del polinomio constante $p(x) = 2$ y el ángulo que forma con el primer vector de la base canónica. Interpreta el resultado.

4. [10 puntos] En $P_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes en $\mathbb{R}$, se considera el endomorfismo dado por

$$f(p(x)) = (\alpha x + 1) p'(x) + p''(x)$$

donde α es un parámetro real, $p'(x)$ y $p''(x)$ denotan la primera y segunda derivada de $p(x)$, respectivamente.

Se pide:

- Calcular la matriz asociada a f respecto de la base canónica.
- Calcular dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas del $\text{Ker}(f)$.
- Razonar si f es automorfismo.

5. [10 *puntos*] Sea f el endomorfismo en un espacio vectorial real cuya matriz asociada, respecto de una base $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, es:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Razonar si A es diagonalizable por semejanza ortogonal y, en su caso, calcular la matriz diagonal que interviene en esta descomposición.

6. [10 *puntos*] Calcula la inversa generalizada de Moore-Penrose de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Indica alguna aplicación de dicha inversa generalizada de A .

INDICACIONES:

- Incluir las definiciones de los conceptos subrayados. Recuerden que se evalúan los procedimientos y, por tanto, estos deben explicarse de forma clara (no son válidos los resultados sin razonarlos).
- Cada pregunta se comienza en una página nueva y se entregan en orden creciente.
- Los alumnos que quieran utilizar evaluación continua en algún tema, deberán obtener un mínimo de 4 sobre 10 de media entre las restantes preguntas que tengan que realizar.