UNIVERSIDAD DE JAÉN
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES Y JURÍDICAS

Departamento de Matemáticas
(Área de Álgebra)

EXAMEN DE ÁLGEBRA

GRADO EN ESTADÍSTICA Y EMPRESA

Convocatoria Ordinaria 1. Curso 2014-15

Nombre:____DNI:______________

EVALUACIÓN CONTINUA	□ SÍ □ NO	□ Subespacios. Nota:_____ □ Eveuclídeo. Nota:_____ □ Apliclineales. Nota:_____ □ Diagonalización. Nota:_____	PRÁCTICAS	□ Apto. Nota:_______ □ No apto

1. (10 puntos) Sea V el espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden 2 con coeficientes en $\mathbb{R}$ y W={X $\in$ $M_2(\mathbb{R})$: AX=0} siendo A=$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & m \end{pmatrix}$, $m\in\mathbb{R}$. Se pide:

(1) *(2 puntos)* Demostrar que W es subespacio vectorial de V.

(2) *(6 puntos)* Calcular, según los valores de m, dimensión, base, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de W.

(3) *(2 puntos)* Para m=0, ampliar la base de W hasta una base de V.

2. (10 puntos) Sea $V = M_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial euclídeo cuyo producto escalar es:

$$\langle A, B\rangle = tr(AB^t).$$

a) Enunciar las propiedades del producto escalar y demostrar la simetría.

b) Calcular la matriz de Gram del producto escalar en el subespacio U generado por los vectores $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

c) Calcular el ángulo que forman los vectores de la base de U. ¿Es esta base ortogonal?

3. (10 puntos) Sea $f : P_2(\mathbb{C}) \rightarrow P_4(\mathbb{C})$ la aplicación lineal dada por:

$$f(p(x)) = (2\int p(x)d(x)\ ) + p''(x)$$

siendo $p''(x)$ la segunda derivada de $p(x)$

a) Calcular la expresión matricial de f respecto de las bases canónicas.

b) Calcular la expresión matricial de f respecto de las bases B={$1, x^2, x$} y B'={$1, x^2, x^3, x^4, x$}

c) ¿Qué relación hay entre las matrices calculadas en los apartados anteriores?

d) ¿Es f un isomorfismo?

4. (5 puntos) Estudiar si la matriz siguiente con coeficientes en $\mathbb{K}$ es diagonalizable por semejanza para $\mathbb{K}=\mathbb{R}$ y $\mathbb{K}=\mathbb{C}$

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. (5 puntos) Calcular los valores singulares, un vector singular a derecha y un vector singular a izquierda de la matriz

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

Situar los elementos calculados en la descomposición en valores singulares de A.

6. (10 puntos) Enunciar el teorema sobre la solución mínimo cuadrática de norma mínima de un sistema de ecuaciones lineales. Aplicarlo para calcular la recta que más se ajusta a los siguientes datos, por el método de mínimos cuadrados.

x	0	1	2
y	1	0	-3

NOTA: En caso de elegir evaluación continua en teoría y problemas, para aprobar esta parte es preciso obtener un total de 4 puntos sobre 10, en las preguntas que se tienen que realizar en este examen.