Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 1

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 37-12\alpha & -27+9\alpha \\ 48-16\alpha & -35+12\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=-3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -11 & -18 & 18 \\ -3 & -8 & 6 \\ -9 & -18 & 16 \end{pmatrix}$:

$v_1=(1\ 1\ 1)$ $v_2=(0\ 1\ 2)$ $v_3=(0\ -2\ -1)$ $v_4=(-1\ -1\ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=1$, con vectores propios $V_1=\langle (-3\ -4), (16\ 21) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 3 \\ -5 & 2 & -4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1 \ -1 \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(2 \ 1 \ -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3 \ 2 \ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 0 \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 0 \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	200 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{3571}{10} = 357.1$

2) Alumnos en el curso 1: 160

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{175}{3} = 58.3$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{100}{3} = 33.3$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{1772}{5} = 354.4$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{1000}{3} = 333.3$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{1819}{5} = 363.8$

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{109\,192\,654\,111\,657}{6\,561\,000\,000\,000\,000} = 0.0$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 29.941 % en el primer curso y 70.059 % en el segundo curso.

2) 4.875 % en el primer curso y 95.125 % en el segundo curso.

3) 1.912 % en el primer curso y 98.088 % en el segundo curso.

4) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

5) 20.115 % en el primer curso y 79.885 % en el segundo curso.

6) 5.579 % en el primer curso y 94.421 % en el segundo curso.

7) 35.119 % en el primer curso y 64.881 % en el segundo curso.

8) 23.4272 % en el primer curso y 76.5728 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 2

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -14-15\,\alpha & 9+9\,\alpha \\ -25-25\,\alpha & 16+15\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 3 & -6 & 6 \\ -1 & 4 & -3 \\ -2 & 6 & -5 \end{pmatrix}$:

$v_1=(0\ \ -2\ \ 0)$ $v_2=(0\ \ 1\ \ -2)$ $v_3=(1\ \ 0\ \ -1)$ $v_4=(-1\ \ -1\ \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle (-2\ \ -1),\ (-3\ \ -2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -26 & -18 \\ 36 & 25 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	300 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{75}{2} = 37.5$

2) Alumnos en el curso 1: 468

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{4691}{10} = 469.1$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{4723}{10} = 472.3$

5) Alumnos en el curso 1: 375

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{225}{4} = 56.3$

7) Alumnos en el curso 1: 240

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{71\,151\,309}{1\,600\,000\,000} = 0.0$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

2) 26.983 % en el primer curso y 73.017 % en el segundo curso.

3) 31.232 % en el primer curso y 68.768 % en el segundo curso.

4) 32.18 % en el primer curso y 67.82 % en el segundo curso.

5) 20.799 % en el primer curso y 79.201 % en el segundo curso.

6) 3.944 % en el primer curso y 96.056 % en el segundo curso.

7) 17.536 % en el primer curso y 82.464 % en el segundo curso.

8) 23.4272 % en el primer curso y 76.5728 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 3

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 3+\alpha & 2+\alpha \\ -2-\alpha & -1-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 9 & -6 & 12 \\ 4 & -1 & 8 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1=(-1\ \ 0\ \ -1)$ $v_2=(0\ \ -2\ \ 1)$ $v_3=(0\ \ 0\ \ -1)$ $v_4=(-2\ \ 0\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$, con vectores propios $V_1=\langle (14\ \ 5) \rangle$
- $\lambda_2=1$, con vectores propios $V_2=\langle (-3\ \ -1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 29 & 10 \\ -84 & -29 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 29 & -6 \\ 140 & -29 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 29 & -84 \\ 10 & -29 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 29 & 140 \\ -6 & -29 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -2\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2\ \ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1\ \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0\ \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 1 : 356

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{575}{4} = 143.8$

3) Alumnos en el curso 1 : 120

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{723}{2} = 361.5$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{455}{4} = 113.8$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3533}{10} = 353.3$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3561}{10} = 356.1$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{15\,294\,999\,193\,827}{52\,428\,800\,000\,000} = 0.3$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 10.678 % en el primer curso y 89.322 % en el segundo curso.

2) 3.616 % en el primer curso y 96.384 % en el segundo curso.

3) 2.066 % en el primer curso y 97.934 % en el segundo curso.

4) 29.374 % en el primer curso y 70.626 % en el segundo curso.

5) 1.844 % en el primer curso y 98.156 % en el segundo curso.

6) 10.307 % en el primer curso y 89.693 % en el segundo curso.

7) 25.662 % en el primer curso y 74.338 % en el segundo curso.

8) 50. % en el primer curso y 50. % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 4

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -6+2\alpha & -4+\alpha \\ 16-4\alpha & 10-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=-4$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 3 & -1 & -3 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ 1\ 2)$ $v_2 = (3\ 0\ 0)$ $v_3 = (-2\ 0\ -1)$ $v_4 = (1\ 0\ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (5\ 12) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-3\ -7) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 35 & -21 \\ 60 & -36 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 35 & 60 \\ -21 & -36 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 35 & -15 \\ 84 & -36 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 35 & 84 \\ -15 & -36 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -10 & 20 \\ -6 & 12 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-5\ \ -3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{31\,381\,059\,609}{400\,000\,000} = 78.5$

2) Alumnos en el curso 1 : 277

3) Alumnos en el curso 1 : 265

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1381}{5} = 276.2$

5) Alumnos en el curso 1 : 225

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1301}{5} = 260.2$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{306\,337\,799}{12\,500\,000} = 24.5$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{847\,770\,161}{31\,250\,000} = 27.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 11.685 % en el primer curso y 88.315 % en el segundo curso.

2) 43.618 % en el primer curso y 56.382 % en el segundo curso.

3) 19.858 % en el primer curso y 80.142 % en el segundo curso.

4) 31.162 % en el primer curso y 68.838 % en el segundo curso.

5) 11.998 % en el primer curso y 88.002 % en el segundo curso.

6) 12.075 % en el primer curso y 87.925 % en el segundo curso.

7) 54.8584 % en el primer curso y 45.1416 % en el segundo curso.

8) 9.864 % en el primer curso y 90.136 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 5

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -26-12\alpha & 32+16\alpha \\ -18-9\alpha & 22+12\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -8 & 4 \\ 2 & 6 & -2 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-7 \;\; 4 \;\; 1)$ $v_2 = (-3 \;\; 2 \;\; 1)$ $v_3 = (3 \;\; -2 \;\; -1)$ $v_4 = (7 \;\; -4 \;\; -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (2 \;\; 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (9 \;\; 5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -10 & 18 \\ -5 & 9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -10 & -45 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -10 & 2 \\ -45 & 9 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -10 & -5 \\ 18 & 9 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 1\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 3\ \ -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ 0\ \ -3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 1\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	150 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{22\,876\,792\,454\,961}{1\,000\,000\,000\,000} = 22.9$

2) Alumnos en el curso 1 : 125

3) Alumnos en el curso 1 : 90

4) Alumnos en el curso 1 : 128

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{564}{5} = 112.8$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{549}{5} = 109.8$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1059}{10} = 105.9$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{7\,288\,162\,192\,475\,381}{1\,000\,000\,000\,000} = 7288.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 11.448 % en el primer curso y 88.552 % en el segundo curso.

2) 30. % en el primer curso y 70. % en el segundo curso.

3) 15.768 % en el primer curso y 84.232 % en el segundo curso.

4) 33.83 % en el primer curso y 66.17 % en el segundo curso.

5) 27.248 % en el primer curso y 72.752 % en el segundo curso.

6) 16.215 % en el primer curso y 83.785 % en el segundo curso.

7) 15.871 % en el primer curso y 84.129 % en el segundo curso.

8) 44.1391 % en el primer curso y 55.8609 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 6

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -2+3\alpha & 9\alpha \\ -\alpha & -2-3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -10 & 6 & 4 \\ -8 & 4 & 4 \\ -8 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -1\ \ -3)$ $v_2 = (0\ \ 3\ \ -1)$ $v_3 = (0\ \ 0\ \ -2)$ $v_4 = (-2\ \ 0\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (10\ \ -3), (-3\ \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -14 & -24 \\ 8 & 14 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,2\ \ -1\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,2\ \ 0\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ -2\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ -1\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,-3\ \ 2\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3649}{10} = 364.9$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1993}{5} = 398.6$

3) Alumnos en el curso 1 : 363

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{719}{2} = 359.5$

5) Alumnos en el curso 1 : 385

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3971}{10} = 397.1$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3\,003\,017\,853\,235\,687}{20\,000\,000\,000} = 150150.9$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3673}{10} = 367.3$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 1.787 % en el primer curso y 98.213 % en el segundo curso.

2) 12.095 % en el primer curso y 87.905 % en el segundo curso.

3) 1.023 % en el primer curso y 98.977 % en el segundo curso.

4) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

5) 8.451 % en el primer curso y 91.549 % en el segundo curso.

6) 8.537 % en el primer curso y 91.463 % en el segundo curso.

7) 30.3659 % en el primer curso y 69.6341 % en el segundo curso.

8) 5.497 % en el primer curso y 94.503 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 7

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 4-6\alpha & -9+9\alpha \\ 4-4\alpha & -8+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=-4$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} 22 & 24 & 24 \\ -30 & -32 & -30 \\ 9 & 9 & 7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2\ \ -3\ \ 1)$ $v_2 = (-1\ \ 1\ \ 0)$ $v_3 = (-2\ \ 3\ \ -1)$ $v_4 = (-4\ \ 6\ \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-5\ \ 3),\ (-17\ \ 10) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2 \ \ -2 \ \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1 \ \ 0 \ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3 \ \ -2 \ \ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(0 \ \ 1 \ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-1 \ \ 1 \ \ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{1342}{5} = 268.4$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{2719}{10} = 271.9$

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{1384}{5} = 276.8$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{1256}{5} = 251.2$

5) Alumnos en el curso 1: 150

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{48\,098\,101\,382}{244\,140\,625} = 197.0$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{28\,697\,814}{244\,140\,625} = 0.1$

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{32\,950\,954\,366}{244\,140\,625} = 135.0$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 18.122 % en el primer curso y 81.878 % en el segundo curso.

2) 23.278 % en el primer curso y 76.722 % en el segundo curso.

3) 23.477 % en el primer curso y 76.523 % en el segundo curso.

4) 17.38 % en el primer curso y 82.62 % en el segundo curso.

5) 9.239 % en el primer curso y 90.761 % en el segundo curso.

6) 17.11 % en el primer curso y 82.89 % en el segundo curso.

7) 5.971 % en el primer curso y 94.029 % en el segundo curso.

8) 64.3398 % en el primer curso y 35.6602 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 8

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -6+2\alpha & -8+4\alpha \\ 2-\alpha & 2-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) α=4   2) α=0   3) α=-1   4) α=2   5) α=3

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ -9 & -5 & -6 \\ -3 & -1 & -4 \end{pmatrix}$:

v_1= (-1 3 0) v_2= (1 -1 -1) v_3= (-1 1 1) v_4= (1 -3 0) .

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos   6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle\, (3\ \ -4)\,\rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle\, (1\ \ -1)\,\rangle$

1) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -12 & -4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & -12 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	350 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,625\,402\,457}{12\,500\,000} = 130.0$

2) Alumnos en el curso 2 : 350

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,486\,784\,273}{25\,000\,000} = 139.5$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3667}{10} = 366.7$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3527}{10} = 352.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1774}{5} = 354.8$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,479\,226\,129}{25\,000\,000} = 139.2$

8) Alumnos en el curso 2 : 356

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 31.8729 % en el primer curso y 68.1271 % en el segundo curso.

2) 14.954 % en el primer curso y 85.046 % en el segundo curso.

3) 12.5 % en el primer curso y 87.5 % en el segundo curso.

4) 43.25 % en el primer curso y 56.75 % en el segundo curso.

5) 24.292 % en el primer curso y 75.708 % en el segundo curso.

6) 28.795 % en el primer curso y 71.205 % en el segundo curso.

7) 2.169 % en el primer curso y 97.831 % en el segundo curso.

8) 41.113 % en el primer curso y 58.887 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 9

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 8-3\alpha & -2+\alpha \\ 18-9\alpha & -4+3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -2 \\ -8 & 4 & 7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ -2)$ $v_2 = (0\ \ -1\ \ -1)$ $v_3 = (1\ \ 0\ \ 0)$ $v_4 = (0\ \ 0\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (10\ \ -3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (7\ \ -2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 21 & 70 \\ -6 & -20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 21 & 14 \\ -30 & -20 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 21 & -30 \\ 14 & -20 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 21 & -6 \\ 70 & -20 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(1 \ -2 \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1 \ 1 \ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(0 \ -1 \ -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1 \ -2 \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-3 \ 1 \ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 1 : 556

2) Alumnos en el curso 1 : 110

3) Alumnos en el curso 1 : 100

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5687}{10} = 568.7$

5) Alumnos en el curso 1 : 10

6) Alumnos en el curso 1 : 35

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{23\,212\,683\,121}{500\,000\,000\,000} = 0.0$

8) Alumnos en el curso 1 : 250

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 22.487 % en el primer curso y 77.513 % en el segundo curso.

2) 9.542 % en el primer curso y 90.458 % en el segundo curso.

3) 7.614 % en el primer curso y 92.386 % en el segundo curso.

4) 25.227 % en el primer curso y 74.773 % en el segundo curso.

5) 4.305 % en el primer curso y 95.695 % en el segundo curso.

6) 4.54545 % en el primer curso y 95.4545 % en el segundo curso.

7) 33.6995 % en el primer curso y 66.3005 % en el segundo curso.

8) 19.224 % en el primer curso y 80.776 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 10

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 14+12\alpha & 9+9\alpha \\ -16-16\alpha & -10-12\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 9 & 6 & -2 \\ -12 & -9 & 4 \\ -12 & -12 & 7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2 \ \ -2 \ \ 0)$ $v_2 = (-1 \ \ 1 \ \ 0)$ $v_3 = (1 \ \ -1 \ \ 0)$ $v_4 = (-2 \ \ 2 \ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-2 \ \ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-5 \ \ 7) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 29 & -42 \\ 20 & -29 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 29 & 70 \\ -12 & -29 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 29 & -12 \\ 70 & -29 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 29 & 20 \\ -42 & -29 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ -1 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ 1\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3\ \ 1\ \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-4\ \ 1\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2\ \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	150 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{345}{2} = 172.5$

2) Alumnos en el curso 2 : 160

3) Alumnos en el curso 2 : 80

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{891}{5} = 178.2$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{72\,992\,403\,338\,166\,813}{1\,647\,086\,000\,000\,000\,000} = 0.0$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{323}{2} = 161.5$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1637}{10} = 163.7$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{778}{5} = 155.6$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 13.022 % en el primer curso y 86.978 % en el segundo curso.

2) 4.943 % en el primer curso y 95.057 % en el segundo curso.

3) 1.21951 % en el primer curso y 98.7805 % en el segundo curso.

4) 17.978 % en el primer curso y 82.022 % en el segundo curso.

5) 23.0872 % en el primer curso y 76.9128 % en el segundo curso.

6) 5.857 % en el primer curso y 94.143 % en el segundo curso.

7) 12.86 % en el primer curso y 87.14 % en el segundo curso.

8) 1.769 % en el primer curso y 98.231 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 11

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 15\,\alpha & 25\,\alpha \\ -9\,\alpha & -15\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -8 & -9 & -6 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -3\ \ -1)$ $v_2 = (-1\ \ 1\ \ -2)$ $v_3 = (-1\ \ 0\ \ 1)$ $v_4 = (0\ \ 1\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (5\ \ -7) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (3\ \ -4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 41 & -56 \\ 30 & -41 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 41 & -70 \\ 24 & -41 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 41 & 24 \\ -70 & -41 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 41 & 30 \\ -56 & -41 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1),(0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1039}{10} = 103.9$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{201}{2} = 100.5$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1007}{10} = 100.7$

4) Alumnos en el curso 2 : 100

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1087}{10} = 108.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{11\,028\,224}{1\,953\,125} = 5.6$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,480\,048}{1\,953\,125} = 1.3$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{7\,597\,952}{1\,953\,125} = 3.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 25.872 % en el primer curso y 74.128 % en el segundo curso.

2) 17.639 % en el primer curso y 82.361 % en el segundo curso.

3) 17.731 % en el primer curso y 82.269 % en el segundo curso.

4) 16.715 % en el primer curso y 83.285 % en el segundo curso.

5) 30. % en el primer curso y 70. % en el segundo curso.

6) 39.5644 % en el primer curso y 60.4356 % en el segundo curso.

7) 6.527 % en el primer curso y 93.473 % en el segundo curso.

8) 10.789 % en el primer curso y 89.211 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 12

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 1+6\alpha & 9\alpha \\ -4\alpha & 1-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 8 & 4 \\ -2 & 7 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2\ \ -1\ \ -1)$ $v_2 = (0\ \ -3\ \ 0)$ $v_3 = (-1\ \ -1\ \ 1)$ $v_4 = (0\ \ -1\ \ -3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-2\ \ -3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (3\ \ 4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 17 & 12 \\ -24 & -17 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 17 & -12 \\ 24 & -17 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 17 & -24 \\ 12 & -17 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 17 & 24 \\ -12 & -17 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 16 \\ 2 & 9 & 16 \\ -3 & -6 & -13 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(4\ 4\ -3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ 3\ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ -2\ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ -1\ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ 1\ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2272}{5} = 454.4$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{23\,621\,552\,491}{200\,000\,000} = 118.1$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2364}{5} = 472.8$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2289}{5} = 457.8$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2396}{5} = 479.2$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4767}{10} = 476.7$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{195\,285\,499\,851}{200\,000\,000} = 976.4$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4699}{10} = 469.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0.976 % en el primer curso y 99.024 % en el segundo curso.

2) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

3) 30.806 % en el primer curso y 69.194 % en el segundo curso.

4) 19.778 % en el primer curso y 80.222 % en el segundo curso.

5) 38.164 % en el primer curso y 61.836 % en el segundo curso.

6) 33.601 % en el primer curso y 66.399 % en el segundo curso.

7) 24.3398 % en el primer curso y 75.6602 % en el segundo curso.

8) 30.702 % en el primer curso y 69.298 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 13

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 47+24\alpha & 128+64\alpha \\ -18-9\alpha & -49-24\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -7 & 8 & -4 \\ 4 & -11 & 4 \\ 16 & -32 & 13 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ 0\ \ 1)$ $v_2 = (0\ \ 2\ \ 0)$ $v_3 = (1\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (0\ \ -2\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-2\ \ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -6 & -5 & -2 \\ 6 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-2\ 2\ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ 2\ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ 1\ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ -1\ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ -2\ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2318}{5} = 463.6$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,486\,784\,401}{125\,000\,000} = 27.9$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{34\,012\,224}{1\,953\,125} = 17.4$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4649}{10} = 464.9$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4519}{10} = 451.9$

6) Alumnos en el curso 2 : 90

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{30\,233\,088}{1\,953\,125} = 15.5$

8) Alumnos en el curso 2 : 80

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 5.017 % en el primer curso y 94.983 % en el segundo curso.

2) 53.8998 % en el primer curso y 46.1002 % en el segundo curso.

3) 12.06 % en el primer curso y 87.94 % en el segundo curso.

4) 18.962 % en el primer curso y 81.038 % en el segundo curso.

5) 16.674 % en el primer curso y 83.326 % en el segundo curso.

6) 16.521 % en el primer curso y 83.479 % en el segundo curso.

7) 15.864 % en el primer curso y 84.136 % en el segundo curso.

8) 0.595 % en el primer curso y 99.405 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 14

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -2+\alpha & -3+\alpha \\ 3-\alpha & 4-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 9 & 6 & -3 \\ -12 & -9 & 6 \\ -6 & -6 & 6 \end{pmatrix}$:

$v_1=(3\ \ 0\ \ 1)$ $v_2=(0\ \ 1\ \ -3)$ $v_3=(0\ \ -2\ \ 0)$ $v_4=(-1\ \ -1\ \ 2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle (2\ \ -7),\ (1\ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-3 \ -3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2 \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(3 \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1 \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(3 \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1),(0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : 330

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,176\,386\,915\,013}{100\,000\,000\,000} = 11.8$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{949}{2} = 474.5$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2508}{5} = 501.6$

5) Alumnos en el curso 2 : 468

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,250\,144\,233}{100\,000\,000\,000} = 0.0$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,895\,858\,928\,243}{100\,000\,000\,000} = 19.0$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2476}{5} = 495.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 30.171 % en el primer curso y 69.829 % en el segundo curso.

2) 24.781 % en el primer curso y 75.219 % en el segundo curso.

3) 37.353 % en el primer curso y 62.647 % en el segundo curso.

4) 45.644 % en el primer curso y 54.356 % en el segundo curso.

5) 30.7692 % en el primer curso y 69.2308 % en el segundo curso.

6) 16.307 % en el primer curso y 83.693 % en el segundo curso.

7) 42.7401 % en el primer curso y 57.2599 % en el segundo curso.

8) 44.774 % en el primer curso y 55.226 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 15

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -2-2\alpha & \alpha \\ -4\alpha & -2+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -11 & -8 & 32 \\ -4 & -7 & 16 \\ -4 & -4 & 13 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2\ \ 2\ \ 1)$ $v_2 = (-1\ \ 1\ \ 0)$ $v_3 = (-2\ \ -2\ \ -1)$ $v_4 = (1\ \ -1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (11\ \ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (7\ \ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -21 & -6 \\ 77 & 22 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -21 & 77 \\ -6 & 22 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -21 & 33 \\ -14 & 22 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -21 & -14 \\ 33 & 22 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 0\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3\ \ 1\ \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 3\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4053}{10} = 405.3$

2) Alumnos en el curso 2 : 330

3) Alumnos en el curso 2 : 380

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{14\,242\,684\,497\,061}{5\,000\,000\,000\,000} = 2.8$

5) Alumnos en el curso 2 : 419

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,920\,024\,684\,719\,411}{5\,000\,000\,000\,000} = 784.0$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{827}{2} = 413.5$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{803}{2} = 401.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 36.436 % en el primer curso y 63.564 % en el segundo curso.

2) 13.541 % en el primer curso y 86.459 % en el segundo curso.

3) 21.7391 % en el primer curso y 78.2609 % en el segundo curso.

4) 7.09 % en el primer curso y 92.91 % en el segundo curso.

5) 44.53 % en el primer curso y 55.47 % en el segundo curso.

6) 40.615 % en el primer curso y 59.385 % en el segundo curso.

7) 37.555 % en el primer curso y 62.445 % en el segundo curso.

8) 31.465 % en el primer curso y 68.535 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 16

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 30-14\alpha & -8+4\alpha \\ 98-49\alpha & -26+14\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -4 \\ 2 & 5 & -4 \\ 4 & 8 & -7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 0\ 1)$ $v_2 = (3\ 0\ 0)$ $v_3 = (2\ 1\ 2)$ $v_4 = (0\ 3\ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (3\ 2) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (1\ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	300 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1588}{5} = 317.6$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3317}{10} = 331.7$

3) Alumnos en el curso 2 : 275

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1559}{5} = 311.8$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{784\,103}{8\,000\,000} = 0.1$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1717}{5} = 343.4$

7) Alumnos en el curso 2 : 100

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{649}{2} = 324.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 26.367 % en el primer curso y 73.633 % en el segundo curso.

2) 40.14 % en el primer curso y 59.86 % en el segundo curso.

3) 12.5 % en el primer curso y 87.5 % en el segundo curso.

4) 14.848 % en el primer curso y 85.152 % en el segundo curso.

5) 31.8729 % en el primer curso y 68.1271 % en el segundo curso.

6) 43.651 % en el primer curso y 56.349 % en el segundo curso.

7) 4.834 % en el primer curso y 95.166 % en el segundo curso.

8) 39.858 % en el primer curso y 60.142 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 17

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -2\alpha & 4\alpha \\ -\alpha & 2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -7 & 2 & 4 \\ 4 & -5 & -4 \\ -8 & 4 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ 1\ \ -1)$ $v_2 = (-3\ \ 0\ \ 0)$ $v_3 = (0\ \ -1\ \ 2)$ $v_4 = (0\ \ -1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-4\ \ -5) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-7\ \ -9) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -36 & 20 \\ -63 & 35 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -36 & -45 \\ 28 & 35 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -36 & -63 \\ 20 & 35 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -36 & 28 \\ -45 & 35 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -22 & 40 \\ -12 & 22 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2321}{5} = 464.2$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1465}{9} = 162.8$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,818\,116\,516\,125\,649}{77\,484\,097\,800\,000\,000} = 0.0$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{907}{2} = 453.5$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,199\,944\,310\,599\,858\,991}{697\,356\,880\,200\,000\,000} = 1.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{277\,320\,348\,934\,153\,249}{77\,484\,097\,800\,000\,000} = 3.6$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2319}{5} = 463.8$

8) Alumnos en el curso 2 : 335

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 33.3333 % en el primer curso y 66.6667 % en el segundo curso.

2) 20.163 % en el primer curso y 79.837 % en el segundo curso.

3) 12.715 % en el primer curso y 87.285 % en el segundo curso.

4) 25.754 % en el primer curso y 74.246 % en el segundo curso.

5) 17.908 % en el primer curso y 82.092 % en el segundo curso.

6) 51.9036 % en el primer curso y 48.0964 % en el segundo curso.

7) 31.843 % en el primer curso y 68.157 % en el segundo curso.

8) 23.04 % en el primer curso y 76.96 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 18

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 1+2\alpha & \alpha \\ -4\alpha & 1-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ -1\ \ -1)$ $v_2 = (1\ \ -1\ \ 0)$ $v_3 = (-1\ \ 1\ \ 0)$ $v_4 = (1\ \ 1\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ -4) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-2\ \ 9) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -17 & -4 \\ 72 & 17 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -17 & 72 \\ -4 & 17 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -17 & 36 \\ -8 & 17 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -17 & -8 \\ 36 & 17 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -4 & -3 & -3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 1 \ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1 \ 2 \ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-1 \ 0 \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1 \ -3 \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \ 1 \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	200 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4233}{10} = 423.3$

2) Alumnos en el curso 1 : 422

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4127}{10} = 412.7$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4181}{10} = 418.1$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2237}{5} = 447.4$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4237}{10} = 423.7$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{919\,821\,135\,819}{7\,812\,500} = 117737.1$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2007}{5} = 401.4$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 22.39 % en el primer curso y 77.61 % en el segundo curso.

2) 19.493 % en el primer curso y 80.507 % en el segundo curso.

3) 13.6986 % en el primer curso y 86.3014 % en el segundo curso.

4) 16.429 % en el primer curso y 83.571 % en el segundo curso.

5) 25.626 % en el primer curso y 74.374 % en el segundo curso.

6) 23.695 % en el primer curso y 76.305 % en el segundo curso.

7) 32.6873 % en el primer curso y 67.3127 % en el segundo curso.

8) 0.22 % en el primer curso y 99.78 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 19

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 203-204\,\alpha & -144+144\,\alpha \\ 289-289\,\alpha & -205+204\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=-3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 6 & 10 \\ -8 & 13 & 20 \\ 4 & -6 & -9 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ -1\ \ 1)$ $v_2 = (-3\ \ -2\ \ 0)$ $v_3 = (3\ \ 2\ \ 0)$ $v_4 = (-2\ \ 2\ \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (22\ \ 27) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (35\ \ 43) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -946 & 594 \\ -1505 & 945 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -946 & -1505 \\ 594 & 945 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -946 & 770 \\ -1161 & 945 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -946 & -1161 \\ 770 & 945 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-3 \ 1 \ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 1 \ 0)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0 \ 2 \ 3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 2 \ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 1 \ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{688}{5} = 137.6$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{83\,881\,572\,334\,857}{1\,000\,000\,000\,000} = 83.9$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1049}{10} = 104.9$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1353}{10} = 135.3$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{549}{5} = 109.8$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,081\,404\,308\,221\,117}{1\,000\,000\,000\,000} = 3081.4$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1407}{10} = 140.7$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{537}{5} = 107.4$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 25.354 % en el primer curso y 74.646 % en el segundo curso.

2) 5.064 % en el primer curso y 94.936 % en el segundo curso.

3) 6.391 % en el primer curso y 93.609 % en el segundo curso.

4) 24.728 % en el primer curso y 75.272 % en el segundo curso.

5) 12.312 % en el primer curso y 87.688 % en el segundo curso.

6) 53.0222 % en el primer curso y 46.9778 % en el segundo curso.

7) 25.37 % en el primer curso y 74.63 % en el segundo curso.

8) 12.081 % en el primer curso y 87.919 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 20

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 1-3\alpha & -1+\alpha \\ 9-9\alpha & -5+3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -4 & 2 & -4 \\ -1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-2\ \ -1\ \ 0)$ $v_2 = (0\ \ 1\ \ -2)$ $v_3 = (0\ \ 0\ \ 1)$ $v_4 = (1\ \ 0\ \ -3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (3\ \ 4) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-1\ \ -1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 24 & -7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 7 & 24 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

1) Alumnos en el curso 1: 250

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{1279}{5} = 255.8$

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{8\,388\,608}{390\,625} = 21.5$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{426\,027\,359}{12\,500\,000} = 34.1$

5) Alumnos en el curso 1: 200

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{2501}{10} = 250.1$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{2509}{10} = 250.9$

8) Alumnos en el curso 1: 25

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 6.094 % en el primer curso y 93.906 % en el segundo curso.

2) 25. % en el primer curso y 75. % en el segundo curso.

3) 1.244 % en el primer curso y 98.756 % en el segundo curso.

4) 36.6025 % en el primer curso y 63.3975 % en el segundo curso.

5) 5.403 % en el primer curso y 94.597 % en el segundo curso.

6) 22.98 % en el primer curso y 77.02 % en el segundo curso.

7) 24.79 % en el primer curso y 75.21 % en el segundo curso.

8) 1.737 % en el primer curso y 98.263 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 21

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -11+3\alpha & -3+\alpha \\ 27-9\alpha & 7-3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -19 & 4 & 4 \\ -16 & 1 & 4 \\ -64 & 16 & 13 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-2\ \ 0\ \ 0)$ $v_2 = (0\ \ -1\ \ 1)$ $v_3 = (2\ \ 0\ \ 0)$ $v_4 = (0\ \ 1\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (3\ \ 5) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-5\ \ -8) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 49 & 30 \\ -80 & -49 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 49 & -80 \\ 30 & -49 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 49 & -30 \\ 80 & -49 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 49 & 80 \\ -30 & -49 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -5 & 3 & -3 \\ -7 & 5 & -5 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(\,3 \;\; -1 \;\; 3\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(\,1 \;\; 3 \;\; 1\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,1 \;\; 1 \;\; 0\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,2 \;\; 0 \;\; -3\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,1 \;\; 1 \;\; 0\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 2: $\dfrac{319\,770\,712\,619\,627}{1\,953\,125\,000} = 163722.6$

2) Alumnos en el curso 2: $\dfrac{1352}{5} = 270.4$

3) Alumnos en el curso 2: $\dfrac{2677}{10} = 267.7$

4) Alumnos en el curso 2: 190

5) Alumnos en el curso 2: $\dfrac{1317}{5} = 263.4$

6) Alumnos en el curso 2: $\dfrac{1346}{5} = 269.2$

7) Alumnos en el curso 2: $\dfrac{515}{2} = 257.5$

8) Alumnos en el curso 2: 160

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 28.9898 % en el primer curso y 71.0102 % en el segundo curso.

2) 15.975 % en el primer curso y 84.025 % en el segundo curso.

3) 5.659 % en el primer curso y 94.341 % en el segundo curso.

4) 2.668 % en el primer curso y 97.332 % en el segundo curso.

5) 4.784 % en el primer curso y 95.216 % en el segundo curso.

6) 10.07 % en el primer curso y 89.93 % en el segundo curso.

7) 3.3 % en el primer curso y 96.7 % en el segundo curso.

8) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 22

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 8+6\alpha & 4+4\alpha \\ -9-9\alpha & -4-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=-4$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -13 & 3 & 9 \\ -4 & 0 & 3 \\ -16 & 4 & 11 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ -1\ \ 2)$ $v_2 = (1\ \ 2\ \ -1)$ $v_3 = (0\ \ 0\ \ -2)$ $v_4 = (1\ \ 0\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-3\ \ 5),\ (-5\ \ 8) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -8 & -18 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,3\;\; -2\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(\,-2\;\; 1\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(\,3\;\; -1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(\,1\;\; -1\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(\,0\;\; 1\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : 79

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{753}{10} = 75.3$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{12\,066\,998\,653}{48\,828\,125} = 247.1$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{281}{5} = 56.2$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{651}{10} = 65.1$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{334}{5} = 66.8$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{423}{5} = 84.6$

8) Alumnos en el curso 2 : 73

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 40.034 % en el primer curso y 59.966 % en el segundo curso.

2) 35.031 % en el primer curso y 64.969 % en el segundo curso.

3) 48.3389 % en el primer curso y 51.6611 % en el segundo curso.

4) 7.817 % en el primer curso y 92.183 % en el segundo curso.

5) 32.32 % en el primer curso y 67.68 % en el segundo curso.

6) 33.138 % en el primer curso y 66.862 % en el segundo curso.

7) 40.387 % en el primer curso y 59.613 % en el segundo curso.

8) 34.437 % en el primer curso y 65.563 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 23

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -42+40\alpha & -25+25\alpha \\ 64-64\alpha & 38-40\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -21 & 12 & 24 \\ -30 & 18 & 30 \\ -6 & 3 & 9 \end{pmatrix}$:

$v_1=(-1\ \ -2\ \ 0)$ $v_2=(1\ \ 2\ \ 0)$ $v_3=(2\ \ 4\ \ 0)$ $v_4=(1\ \ 0\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos   6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle (1\ \ 3),\ (-1\ \ -2)\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(7\ \ 3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	350 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{721}{2} = 360.5$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{427\,246\,099}{20\,000\,000\,000} = 0.0$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1813}{5} = 362.6$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{17\,905\,442\,121}{312\,500\,000} = 57.3$

5) Alumnos en el curso 2 : 60

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1826}{5} = 365.2$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{16\,930\,075\,113}{312\,500\,000} = 54.2$

8) Alumnos en el curso 2 : 70

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 6.1 % en el primer curso y 93.9 % en el segundo curso.

2) 0.597 % en el primer curso y 99.403 % en el segundo curso.

3) 8.69565 % en el primer curso y 91.3043 % en el segundo curso.

4) 34.9757 % en el primer curso y 65.0243 % en el segundo curso.

5) 3.225 % en el primer curso y 96.775 % en el segundo curso.

6) 11.916 % en el primer curso y 88.084 % en el segundo curso.

7) 1.273 % en el primer curso y 98.727 % en el segundo curso.

8) 4.795 % en el primer curso y 95.205 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 24

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 39-40\alpha & -25+25\alpha \\ 64-64\alpha & -41+40\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} -1 & 8 & -12 \\ 12 & -21 & 36 \\ 8 & -16 & 27 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 1\ 1)$ $v_2 = (-2\ 0\ 0)$ $v_3 = (2\ -1\ 0)$ $v_4 = (3\ 0\ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (2\ -7) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-1\ 4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -15 & -28 \\ 8 & 15 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -15 & 8 \\ -28 & 15 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -15 & 56 \\ -4 & 15 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -15 & -4 \\ 56 & 15 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -28 & 16 \\ -49 & 28 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(-4\ \ -7)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(7\ \ 12)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-4\ \ -7)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5533}{10} = 553.3$

2) Alumnos en el curso 1 : 320

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5513}{10} = 551.3$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3\,672\,178\,237}{250\,000\,000} = 14.7$

5) Alumnos en el curso 1 : 520

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{282\,475\,249}{31\,250\,000} = 9.0$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{45\,056}{1\,953\,125} = 0.0$

8) Alumnos en el curso 1 : 220

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 28. % en el primer curso y 72. % en el segundo curso.

2) 12.302 % en el primer curso y 87.698 % en el segundo curso.

3) 20.935 % en el primer curso y 79.065 % en el segundo curso.

4) 7.149 % en el primer curso y 92.851 % en el segundo curso.

5) 19.093 % en el primer curso y 80.907 % en el segundo curso.

6) 49.1028 % en el primer curso y 50.8972 % en el segundo curso.

7) 1.172 % en el primer curso y 98.828 % en el segundo curso.

8) 8.195 % en el primer curso y 91.805 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 25

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2+12\alpha & 9\alpha \\ -16\alpha & 2-12\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -7 & 2 & 2 \\ -4 & -1 & 2 \\ -8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -3\ \ 1)$ $v_2 = (-2\ \ -1\ \ 0)$ $v_3 = (-1\ \ -1\ \ 0)$ $v_4 = (0\ \ 1\ \ 2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-7\ \ 4) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (5\ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -21 & 15 \\ -28 & 20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -21 & 12 \\ -35 & 20 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -21 & -28 \\ 15 & 20 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -21 & -35 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -12 & 4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(0\ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(2\ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(1\ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{3113}{10} = 311.3$

2) Alumnos en el curso 1: 270

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{10\,460\,353\,203}{100\,000\,000} = 104.6$

4) Alumnos en el curso 1: 315

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{3079}{10} = 307.9$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{3153}{10} = 315.3$

7) Alumnos en el curso 1: 300

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{130\,001\,274\,567}{20\,000\,000} = 6500.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 18.249 % en el primer curso y 81.751 % en el segundo curso.

2) 1.127 % en el primer curso y 98.873 % en el segundo curso.

3) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

4) 38.967 % en el primer curso y 61.033 % en el segundo curso.

5) 15.231 % en el primer curso y 84.769 % en el segundo curso.

6) 40.512 % en el primer curso y 59.488 % en el segundo curso.

7) 9.765 % en el primer curso y 90.235 % en el segundo curso.

8) 33.3333 % en el primer curso y 66.6667 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 26

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -352+88\alpha & -256+64\alpha \\ 484-121\alpha & 352-88\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 10 & 16 & 4 \\ -4 & -6 & -2 \\ -4 & -8 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -2\ \ 1)$ $v_2 = (-2\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (-2\ \ 1\ \ 0)$ $v_4 = (1\ \ -3\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos   6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-3\ \ 4) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (2\ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -8 & -12 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -8 & 12 \\ -6 & 9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -8 & -6 \\ 12 & 9 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -8 & 6 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -4 & -3 \\ 6 & 25 & 18 \\ -8 & -32 & -23 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 4\ \ -5)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 4\ \ -5)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -2\ \ 3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 2\ \ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -6\ \ 8)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 1 : 280

2) Alumnos en el curso 1 : 250

3) Alumnos en el curso 1 : 210

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{707}{2} = 353.5$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{18\,386\,313\,358}{244\,140\,625} = 75.3$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{84\,821\,562\,086}{1\,220\,703\,125} = 69.5$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{200\,884\,698}{1\,220\,703\,125} = 0.2$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1754}{5} = 350.8$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 19.46 % en el primer curso y 80.54 % en el segundo curso.

2) 15.245 % en el primer curso y 84.755 % en el segundo curso.

3) 8.801 % en el primer curso y 91.199 % en el segundo curso.

4) 25.818 % en el primer curso y 74.182 % en el segundo curso.

5) 6.599 % en el primer curso y 93.401 % en el segundo curso.

6) 66.6667 % en el primer curso y 33.3333 % en el segundo curso.

7) 3.095 % en el primer curso y 96.905 % en el segundo curso.

8) 25.65 % en el primer curso y 74.35 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 27

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 9-2\alpha & -16+4\alpha \\ 4-\alpha & -7+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=0$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 8 & -5 & -4 \\ -20 & 20 & 13 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ -2\ \ 0)$ $v_2 = (0\ \ 0\ \ -3)$ $v_3 = (0\ \ -1\ \ -1)$ $v_4 = (-1\ \ 0\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (3\ \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (14\ \ 5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -29 & -10 \\ 84 & 29 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -29 & 6 \\ -140 & 29 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -29 & 84 \\ -10 & 29 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -29 & -140 \\ 6 & 29 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(1\ 0\ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(0\ 1\ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ 3\ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0\ 1\ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(3\ 0\ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,128\,443\,962\,989}{20\,000\,000\,000\,000} = 0.1$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,657\,365\,320\,442\,259}{20\,000\,000\,000\,000} = 82.9$

3) Alumnos en el curso 2 : 105

4) Alumnos en el curso 2 : 95

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4649}{10} = 464.9$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4539}{10} = 453.9$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2324}{5} = 464.8$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,736\,879\,718\,138\,789}{20\,000\,000\,000\,000} = 86.8$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 5.364 % en el primer curso y 94.636 % en el segundo curso.

2) 17.618 % en el primer curso y 82.382 % en el segundo curso.

3) 21.488 % en el primer curso y 78.512 % en el segundo curso.

4) 21.368 % en el primer curso y 78.632 % en el segundo curso.

5) 30.845 % en el primer curso y 69.155 % en el segundo curso.

6) 23.173 % en el primer curso y 76.827 % en el segundo curso.

7) 25.234 % en el primer curso y 74.766 % en el segundo curso.

8) 51.7657 % en el primer curso y 48.2343 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 28

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 81+40\alpha & 128+64\alpha \\ -50-25\alpha & -79-40\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 18 \\ 4 & 5 & 12 \\ -4 & -4 & -11 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -3\ \ 1)$ $v_2 = (-3\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (0\ \ 3\ \ -1)$ $v_4 = (2\ \ 1\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-13\ \ 8), (-5\ \ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -44 & -30 \\ 63 & 43 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(0\ \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 1 : 35

2) Alumnos en el curso 1 : 59

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{553}{10} = 55.3$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{266}{5} = 53.2$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{282\,475\,249}{200\,000\,000} = 1.4$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{126\,246\,783\,607}{200\,000\,000} = 631.2$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{513}{10} = 51.3$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{258}{5} = 51.6$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0.065 % en el primer curso y 99.935 % en el segundo curso.

2) 19.842 % en el primer curso y 80.158 % en el segundo curso.

3) 13.424 % en el primer curso y 86.576 % en el segundo curso.

4) 11.279 % en el primer curso y 88.721 % en el segundo curso.

5) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

6) 17.082 % en el primer curso y 82.918 % en el segundo curso.

7) 1.548 % en el primer curso y 98.452 % en el segundo curso.

8) 7.644 % en el primer curso y 92.356 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 29

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 5-4\alpha & -1+\alpha \\ 16-16\alpha & -3+4\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (\,-2\ \ 0\ \ -1\,)$ $v_2 = (\,-2\ \ 2\ \ 0\,)$ $v_3 = (\,0\ \ 0\ \ -1\,)$ $v_4 = (\,-2\ \ 0\ \ -2\,)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 1$, con vectores propios $V_1 = \langle\, (\,5\ \ -7\,)\,,\ (\,-12\ \ 17\,)\,\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 \\ -11 & 0 & -7 \\ -7 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ 1\ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-3\ 0\ -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1\ 3\ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ 3\ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ 2\ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4\,294\,967\,296}{1\,220\,703\,125} = 3.5$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1039}{10} = 103.9$

3) Alumnos en el curso 1 : 100

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{6\,368\,462\,198\,407}{10\,000\,000\,000\,000} = 0.6$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1117}{10} = 111.7$

6) Alumnos en el curso 1 : 80

7) Alumnos en el curso 1 : 10

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{569}{5} = 113.8$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0.266 % en el primer curso y 99.734 % en el segundo curso.

2) 21.82 % en el primer curso y 78.18 % en el segundo curso.

3) 20.282 % en el primer curso y 79.718 % en el segundo curso.

4) 44.949 % en el primer curso y 55.051 % en el segundo curso.

5) 28.514 % en el primer curso y 71.486 % en el segundo curso.

6) 17.245 % en el primer curso y 82.755 % en el segundo curso.

7) 5.642 % en el primer curso y 94.358 % en el segundo curso.

8) 31.014 % en el primer curso y 68.986 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 30

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 3-\alpha & -2+\alpha \\ 2-\alpha & -1+\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -9 & -6 & 6 \\ 24 & 15 & -12 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ -2\ \ 0)$ $v_2 = (-1\ \ 0\ \ 2)$ $v_3 = (0\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (0\ \ -2\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-7\ \ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-5\ \ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 15 & -21 \\ 10 & -14 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 15 & 35 \\ -6 & -14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 15 & 10 \\ -21 & -14 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 15 & -6 \\ 35 & -14 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(\,-2 \;\; 1\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(\,1 \;\; -1\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(\,0 \;\; -1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,0 \;\; 1\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,-1 \;\; 1\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,867\,456\,619}{25\,000\,000\,000} = 0.1$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{5083}{10} = 508.3$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2623}{5} = 524.6$

4) Alumnos en el curso 2 : 80

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2571}{5} = 514.2$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2564}{5} = 512.8$

7) Alumnos en el curso 2 : 508

8) Alumnos en el curso 2 : 240

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 58.8723 % en el primer curso y 41.1277 % en el segundo curso.

2) 27.288 % en el primer curso y 72.712 % en el segundo curso.

3) 40.345 % en el primer curso y 59.655 % en el segundo curso.

4) 11.146 % en el primer curso y 88.854 % en el segundo curso.

5) 36.593 % en el primer curso y 63.407 % en el segundo curso.

6) 27.665 % en el primer curso y 72.335 % en el segundo curso.

7) 23.633 % en el primer curso y 76.367 % en el segundo curso.

8) 23.273 % en el primer curso y 76.727 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 31

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 11+3\alpha & 4+\alpha \\ -36-9\alpha & -13-3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=-4$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -15 & -24 & -36 \\ -4 & -11 & -12 \\ 8 & 16 & 21 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (4 \;\; 1 \;\; -2)$ $v_2 = (-3 \;\; 0 \;\; 1)$ $v_3 = (6 \;\; 3 \;\; -4)$ $v_4 = (-4 \;\; -1 \;\; 2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-4 \;\; 7) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-7 \;\; 12) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 97 & -56 \\ 168 & -97 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 97 & -168 \\ 56 & -97 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 97 & 56 \\ -168 & -97 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 97 & 168 \\ -56 & -97 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -2 \\ -3 & -6 & 2 \\ -5 & -9 & 3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 3\ \ -3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2\ \ 0)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 2\ \ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1\ \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1075}{3} = 358.3$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5163}{10} = 516.3$

3) Alumnos en el curso 1 : 175

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1\,194\,271\,464\,691}{787\,320\,000\,000} = 1.5$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{400}{3} = 133.3$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5207}{10} = 520.7$

7) Alumnos en el curso 1 : 520

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4\,194\,304}{4\,613\,203\,125} = 0.0$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 11.797 % en el primer curso y 88.203 % en el segundo curso.

2) 20.761 % en el primer curso y 79.239 % en el segundo curso.

3) 7.553 % en el primer curso y 92.447 % en el segundo curso.

4) 51.7657 % en el primer curso y 48.2343 % en el segundo curso.

5) 6.398 % en el primer curso y 93.602 % en el segundo curso.

6) 35.7143 % en el primer curso y 64.2857 % en el segundo curso.

7) 33.571 % en el primer curso y 66.429 % en el segundo curso.

8) 3.017 % en el primer curso y 96.983 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 32

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -20+6\alpha & -12+4\alpha \\ 27-9\alpha & 16-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 19 & -16 & -16 \\ 12 & -9 & -12 \\ 8 & -8 & -5 \end{pmatrix}$:

$v_1=(-1\ \ 2\ \ 0)$ $v_2=(-1\ \ 0\ \ 0)$ $v_3=(1\ \ 0\ \ -2)$ $v_4=(-1\ \ -1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$, con vectores propios $V_1=\langle (1\ \ -2) \rangle$
- $\lambda_2=1$, con vectores propios $V_2=\langle (-1\ \ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 24 & 64 \\ -9 & -24 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-5 \;\; 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(8 \;\; -3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5\,931\,980\,229}{1\,000\,000\,000} = 5.9$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1504}{5} = 300.8$

3) Alumnos en el curso 1 : 308

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1502}{5} = 300.4$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3007}{10} = 300.7$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{400\,000\,000\,001}{1\,000\,000\,000} = 400.0$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1523}{5} = 304.6$

8) Alumnos en el curso 1 : 210

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 14.747 % en el primer curso y 85.253 % en el segundo curso.

2) 32.774 % en el primer curso y 67.226 % en el segundo curso.

3) 40. % en el primer curso y 60. % en el segundo curso.

4) 22.406 % en el primer curso y 77.594 % en el segundo curso.

5) 26.571 % en el primer curso y 73.429 % en el segundo curso.

6) 52.7202 % en el primer curso y 47.2798 % en el segundo curso.

7) 32.886 % en el primer curso y 67.114 % en el segundo curso.

8) 19.281 % en el primer curso y 80.719 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 33

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -7-4\alpha & 2+\alpha \\ -32-16\alpha & 9+4\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -9 & -4 & 6 \\ 8 & 3 & -6 \\ -8 & -4 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1=(1\ \ 1\ \ 2)$ $v_2=(0\ \ 0\ \ -2)$ $v_3=(-3\ \ 0\ \ 0)$ $v_4=(-1\ \ 1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle\ (-3\ \ -2)\ \rangle$
- $\lambda_2=1$, con vectores propios $V_2=\langle\ (5\ \ 3)\ \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 10 & -15 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 10 & 6 \\ -15 & -9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 2 & -2 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0\ \ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0\ \ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -2\ \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 3\ \ 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1),(0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	200 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2139}{10} = 213.9$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{305}{3} = 101.7$

3) Alumnos en el curso 2 : 223

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{10\,337\,122\,787\,513}{11\,809\,800\,000\,000\,000} = 0.0$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1062}{5} = 212.4$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{281\,634\,418\,130\,708\,221}{318\,864\,600\,000\,000\,000} = 0.9$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2169}{10} = 216.9$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{8\,679\,262\,287\,517\,051}{3\,936\,600\,000\,000\,000} = 2.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 44.601 % en el primer curso y 55.399 % en el segundo curso.

2) 41.819 % en el primer curso y 58.181 % en el segundo curso.

3) 51.096 % en el primer curso y 48.904 % en el segundo curso.

4) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

5) 42.056 % en el primer curso y 57.944 % en el segundo curso.

6) 1.787 % en el primer curso y 98.213 % en el segundo curso.

7) 49.113 % en el primer curso y 50.887 % en el segundo curso.

8) 29.1891 % en el primer curso y 70.8109 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 34

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 24-6\alpha & -36+9\alpha \\ 16-4\alpha & -24+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=-3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} 0 & 12 & 6 \\ 6 & -21 & -12 \\ -12 & 48 & 27 \end{pmatrix}$:

$v_1=(-3\ \ 0\ \ 1)$ $v_2=(1\ \ 0\ \ -3)$ $v_3=(2\ \ -1\ \ 3)$ $v_4=(-1\ \ 1\ \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle\,(1\ \ 2)\,\rangle$
- $\lambda_2=1$, con vectores propios $V_2=\langle\,(-3\ \ -5)\,\rangle$

1) $\begin{pmatrix} 6 & -15 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 10 & -5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 6 & 2 \\ -15 & -5 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(2 \;\; 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2 \;\; 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(3 \;\; -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(0 \;\; 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 2: 100

2) Alumnos en el curso 2: 255

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{144\,255\,621\,277\,611}{819\,200\,000\,000\,000} = 0.2$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{517}{2} = 258.5$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{1309}{5} = 261.8$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{509}{2} = 254.5$

7) Alumnos en el curso 2: 257

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{2659}{10} = 265.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

2) 8.935 % en el primer curso y 91.065 % en el segundo curso.

3) 23.2247 % en el primer curso y 76.7753 % en el segundo curso.

4) 17.092 % en el primer curso y 82.908 % en el segundo curso.

5) 26.212 % en el primer curso y 73.788 % en el segundo curso.

6) 0.198 % en el primer curso y 99.802 % en el segundo curso.

7) 16.994 % en el primer curso y 83.006 % en el segundo curso.

8) 32.494 % en el primer curso y 67.506 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 35

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -7+6\alpha & -9+9\alpha \\ 4-4\alpha & 5-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=-4$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -16 & -36 & 9 \\ 12 & 26 & -6 \\ 18 & 36 & -7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 1\ \ -1)$ $v_2 = (0\ \ -1\ \ 2)$ $v_3 = (-1\ \ 1\ \ 0)$ $v_4 = (2\ \ -1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-1\ \ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 22 & -18 & -28 \\ 8 & -7 & -10 \\ 12 & -9 & -16 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ 1\ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1\ 3\ -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ -3\ -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ 0\ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(6\ 2\ 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	350 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{717}{2} = 358.5$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1822}{5} = 364.4$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{274\,427\,455\,229\,577\,766\,543}{56\,485\,907\,296\,200\,000\,000\,000} = 0.0$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3519}{10} = 351.9$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3593}{10} = 359.3$

6) Alumnos en el curso 2 : 50

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1779}{5} = 355.8$

8) Alumnos en el curso 2 : 315

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 29.341 % en el primer curso y 70.659 % en el segundo curso.

2) 40.296 % en el primer curso y 59.704 % en el segundo curso.

3) 51.5933 % en el primer curso y 48.4067 % en el segundo curso.

4) 19.392 % en el primer curso y 80.608 % en el segundo curso.

5) 38.2353 % en el primer curso y 61.7647 % en el segundo curso.

6) 8.377 % en el primer curso y 91.623 % en el segundo curso.

7) 19.496 % en el primer curso y 80.504 % en el segundo curso.

8) 10.427 % en el primer curso y 89.573 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 36

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -12-6\alpha & 18+9\alpha \\ -8-4\alpha & 12+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=0$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 4 & -24 & 18 \\ -6 & 22 & -18 \\ -9 & 36 & -29 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ 3\ \ -1)$ $v_2 = (1\ \ -1\ \ -2)$ $v_3 = (1\ \ 2\ \ -1)$ $v_4 = (0\ \ -2\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (2\ \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-3\ \ -1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 6 \\ 18 & -11 & 18 \\ 6 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ 3\ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ 1\ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ -2\ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ 3\ -3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ 0\ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1543}{10} = 154.3$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1733}{10} = 173.3$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{73\,671\,542\,945\,664}{244\,140\,625} = 301758.6$

4) Alumnos en el curso 1 : 169

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1777}{10} = 177.7$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1711}{10} = 171.1$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1749}{10} = 174.9$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1701}{10} = 170.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0.222 % en el primer curso y 99.778 % en el segundo curso.

2) 33.318 % en el primer curso y 66.682 % en el segundo curso.

3) 54.1258 % en el primer curso y 45.8742 % en el segundo curso.

4) 0.575 % en el primer curso y 99.425 % en el segundo curso.

5) 47.361 % en el primer curso y 52.639 % en el segundo curso.

6) 20.28 % en el primer curso y 79.72 % en el segundo curso.

7) 46.742 % en el primer curso y 53.258 % en el segundo curso.

8) 17.646 % en el primer curso y 82.354 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 37

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -14-6\alpha & 8+4\alpha \\ -18-9\alpha & 10+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} -11 & -3 & -9 \\ -18 & -8 & -18 \\ 18 & 6 & 16 \end{pmatrix}$:

$v_1=\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ $v_2=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $v_3=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ $v_4=\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle \begin{pmatrix} -1 & 3 \end{pmatrix} \rangle$
- $\lambda_2=1$, con vectores propios $V_2=\langle \begin{pmatrix} -3 & 8 \end{pmatrix} \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 9 & 3 \\ -24 & -8 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 9 & 24 \\ -3 & -8 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 9 & -24 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 9 & -3 \\ 24 & -8 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-1\ 2\ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ -1\ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ 1\ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-1\ 0\ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ 2\ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{4149}{10} = 414.9$

2) Alumnos en el curso 1: 320

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{829}{2} = 414.5$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{4141}{10} = 414.1$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{2012}{5} = 402.4$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{254\,683\,561\,984}{48\,828\,125} = 5215.9$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{1\,073\,741\,824}{48\,828\,125} = 22.0$

8) Alumnos en el curso 1: 416

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 39.449 % en el primer curso y 60.551 % en el segundo curso.

2) 17.929 % en el primer curso y 82.071 % en el segundo curso.

3) 38.476 % en el primer curso y 61.524 % en el segundo curso.

4) 33.923 % en el primer curso y 66.077 % en el segundo curso.

5) 24.505 % en el primer curso y 75.495 % en el segundo curso.

6) 64.3398 % en el primer curso y 35.6602 % en el segundo curso.

7) 0.957 % en el primer curso y 99.043 % en el segundo curso.

8) 40.853 % en el primer curso y 59.147 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 38

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -4-2\alpha & 8+4\alpha \\ -2-\alpha & 4+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=-4$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 5 & 3 & 3 \\ -3 & -1 & -3 \\ -3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -2\ \ -1)$ $v_2 = (0\ \ 1\ \ -1)$ $v_3 = (-1\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (-1\ \ 1\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-2\ \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (3\ \ -2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{4021}{10} = 402.1$

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{2066}{5} = 413.2$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{2053}{5} = 410.6$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{621\,444\,319}{25\,000\,000} = 24.9$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{2081}{5} = 416.2$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{38\,211\,442\,919}{25\,000\,000} = 1528.5$

7) Alumnos en el curso 2: 355

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{4207}{10} = 420.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 17.209 % en el primer curso y 82.791 % en el segundo curso.

2) 18.863 % en el primer curso y 81.137 % en el segundo curso.

3) 17.811 % en el primer curso y 82.189 % en el segundo curso.

4) 16.369 % en el primer curso y 83.631 % en el segundo curso.

5) 21.775 % en el primer curso y 78.225 % en el segundo curso.

6) 53.7592 % en el primer curso y 46.2408 % en el segundo curso.

7) 16.937 % en el primer curso y 83.063 % en el segundo curso.

8) 38.4615 % en el primer curso y 61.5385 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 39

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 8+3\alpha & 18+9\alpha \\ -2-\alpha & -4-3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -9 & -4 & 4 \\ 8 & 3 & -4 \\ -12 & -6 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1 \ -1 \ -1)$ $v_2 = (0 \ 3 \ 0)$ $v_3 = (0 \ 1 \ -1)$ $v_4 = (0 \ -1 \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-4 \ 5), (3 \ -4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -4 & -2 & 2 \\ 5 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,2 \;\; 1 \;\; -3\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,-2 \;\; 3 \;\; -1\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(\,-2 \;\; 0 \;\; 1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(\,-2 \;\; 3 \;\; -1\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,-3 \;\; 1 \;\; 2\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{1061}{5} = 212.2$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{2137}{10} = 213.7$

3) Alumnos en el curso 1: 202

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{100}{3} = 33.3$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{250}{3} = 83.3$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{1127}{5} = 225.4$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{1067}{5} = 213.4$

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{125}{419\,904} = 0.0$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 16.651 % en el primer curso y 83.349 % en el segundo curso.

2) 28.533 % en el primer curso y 71.467 % en el segundo curso.

3) 12.94 % en el primer curso y 87.06 % en el segundo curso.

4) 10.968 % en el primer curso y 89.032 % en el segundo curso.

5) 11.1111 % en el primer curso y 88.8889 % en el segundo curso.

6) 31.554 % en el primer curso y 68.446 % en el segundo curso.

7) 19.489 % en el primer curso y 80.511 % en el segundo curso.

8) 26.1204 % en el primer curso y 73.8796 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 40

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 11-12\alpha & -16+16\alpha \\ 9-9\alpha & -13+12\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 8 & -4 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ 1\ \ -1)$ $v_2 = (-1\ \ -1\ \ 1)$ $v_3 = (-1\ \ 1\ \ 3)$ $v_4 = (1\ \ -1\ \ -3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ 5) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (2\ \ 11) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -11 & 5 \\ -22 & 10 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -11 & -22 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -11 & 2 \\ -55 & 10 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -11 & -55 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(1 \ 4)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1 \ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(0 \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1 \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(1 \ 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	350 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1848}{5} = 369.6$

2) Alumnos en el curso 2 : 320

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,070\,737\,379}{100\,000\,000} = 20.7$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,504\,227\,509}{100\,000\,000} = 25.0$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3503}{10} = 350.3$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,066\,694}{390\,625} = 5.3$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3527}{10} = 352.7$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1836}{5} = 367.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 13.279 % en el primer curso y 86.721 % en el segundo curso.

2) 2.737 % en el primer curso y 97.263 % en el segundo curso.

3) 1.451 % en el primer curso y 98.549 % en el segundo curso.

4) 31.8729 % en el primer curso y 68.1271 % en el segundo curso.

5) 4.773 % en el primer curso y 95.227 % en el segundo curso.

6) 0.4 % en el primer curso y 99.6 % en el segundo curso.

7) 8.943 % en el primer curso y 91.057 % en el segundo curso.

8) 12.5 % en el primer curso y 87.5 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 41

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 25+6\alpha & 16+4\alpha \\ -36-9\alpha & -23-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 9 & 2 & -6 \\ -6 & 1 & 6 \\ 6 & 2 & -3 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ 3\ \ 1)$ $v_2 = (0\ \ -1\ \ 2)$ $v_3 = (0\ \ -2\ \ 2)$ $v_4 = (2\ \ 1\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-4\ \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (19\ \ -5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -19 & 95 \\ -4 & 20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -19 & -76 \\ 5 & 20 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -19 & 5 \\ -76 & 20 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -19 & -4 \\ 95 & 20 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -3 & -4 & -6 \\ 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(2\ 3\ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(0\ -3\ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(0\ -1\ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(1\ 1\ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ -2\ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1), (0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 1: 360

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{2342}{5} = 468.4$

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{4\,831\,838\,208}{244\,140\,625} = 19.8$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{1\,558\,628\,819\,692\,871}{50\,000\,000\,000} = 31172.6$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{4651}{10} = 465.1$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{2304}{5} = 460.8$

7) Alumnos en el curso 1: 400

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{4637}{10} = 463.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 15.061 % en el primer curso y 84.939 % en el segundo curso.

2) 26.379 % en el primer curso y 73.621 % en el segundo curso.

3) 4.829 % en el primer curso y 95.171 % en el segundo curso.

4) 54.9193 % en el primer curso y 45.0807 % en el segundo curso.

5) 24.771 % en el primer curso y 75.229 % en el segundo curso.

6) 18.946 % en el primer curso y 81.054 % en el segundo curso.

7) 17.494 % en el primer curso y 82.506 % en el segundo curso.

8) 22.629 % en el primer curso y 77.371 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 42

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -10-6\alpha & 18+9\alpha \\ -8-4\alpha & 14+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 4 & -1 & -4 \\ -4 & 4 & 7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ 0\ -3)$ $v_2 = (-1\ -2\ 0)$ $v_3 = (-2\ 0\ 1)$ $v_4 = (0\ 3\ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ 2) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (1\ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

1) Alumnos en el curso 2: 5

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{3\,020\,781}{31\,250\,000} = 0.1$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{2562}{5} = 512.4$

4) Alumnos en el curso 2: 300

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{2564}{5} = 512.8$

6) Alumnos en el curso 2: 30

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{2541}{5} = 508.2$

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{2517}{5} = 503.4$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 10.005 % en el primer curso y 89.995 % en el segundo curso.

2) 61.3422 % en el primer curso y 38.6578 % en el segundo curso.

3) 39.526 % en el primer curso y 60.474 % en el segundo curso.

4) 16.122 % en el primer curso y 83.878 % en el segundo curso.

5) 43.861 % en el primer curso y 56.139 % en el segundo curso.

6) 13.798 % en el primer curso y 86.202 % en el segundo curso.

7) 28.944 % en el primer curso y 71.056 % en el segundo curso.

8) 16.311 % en el primer curso y 83.689 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 43

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -3+\alpha & -3+\alpha \\ 3-\alpha & 3-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 8 & 8 \\ -8 & 19 & 16 \\ 8 & -16 & -13 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0 \;\; -2 \;\; -2)$ $v_2 = (2 \;\; 2 \;\; -1)$ $v_3 = (1 \;\; 1 \;\; 0)$ $v_4 = (1 \;\; -1 \;\; -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-1 \;\; 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-3 \;\; 8) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 24 & -9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -24 & -9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 8 & -24 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 8 & 24 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ 2\ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ 1\ 0)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ 1\ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ 2\ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-1\ -1\ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	300 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3023}{10} = 302.3$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{603}{2} = 301.5$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,085\,669\,729}{1\,000\,000\,000} = 2.1$

4) Alumnos en el curso 2 : 60

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3103}{10} = 310.3$

6) Alumnos en el curso 2 : 90

7) Alumnos en el curso 2 : 316

8) Alumnos en el curso 2 : 309

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 17.094 % en el primer curso y 82.906 % en el segundo curso.

2) 15.167 % en el primer curso y 84.833 % en el segundo curso.

3) 54.4727 % en el primer curso y 45.5273 % en el segundo curso.

4) 1.815 % en el primer curso y 98.185 % en el segundo curso.

5) 29.622 % en el primer curso y 70.378 % en el segundo curso.

6) 6.935 % en el primer curso y 93.065 % en el segundo curso.

7) 37.341 % en el primer curso y 62.659 % en el segundo curso.

8) 28.863 % en el primer curso y 71.137 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 44

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -19+20\,\alpha & -25+25\,\alpha \\ 16-16\,\alpha & 21-20\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 6 & 2 & -2 \\ -4 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1=(\,-2\;\;0\;\;2\,)$ $v_2=(\,3\;\;0\;\;-1\,)$ $v_3=(\,1\;\;1\;\;-1\,)$ $v_4=(\,0\;\;-1\;\;-1\,)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle\,(\,2\;\;-1\,)\,\rangle$
- $\lambda_2=1$, con vectores propios $V_2=\langle\,(\,-1\;\;1\,)\,\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 12 & -12 \\ 1 & -3 & 4 \\ 2 & -8 & 9 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; -2 \;\; 3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; -2 \;\; -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-3 \;\; 1 \;\; 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-4 \;\; 2 \;\; 3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 0 \;\; -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2643}{10} = 264.3$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1257}{5} = 251.4$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1404}{5} = 280.8$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,401\,661\,016\,129}{48\,828\,125} = 28706.0$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2763}{10} = 276.3$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1272}{5} = 254.4$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,127\,428\,913}{48\,828\,125} = 23.1$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2739}{10} = 273.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 19.16 % en el primer curso y 80.84 % en el segundo curso.

2) 10.912 % en el primer curso y 89.088 % en el segundo curso.

3) 29.817 % en el primer curso y 70.183 % en el segundo curso.

4) 59.3801 % en el primer curso y 40.6199 % en el segundo curso.

5) 26.768 % en el primer curso y 73.232 % en el segundo curso.

6) 14.643 % en el primer curso y 85.357 % en el segundo curso.

7) 5.637 % en el primer curso y 94.363 % en el segundo curso.

8) 19.181 % en el primer curso y 80.819 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 45

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 4+2\alpha & 3+\alpha \\ -12-4\alpha & -8-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 5 & -4 & 5 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -1\ \ -1)$ $v_2 = (0\ \ -2\ \ -1)$ $v_3 = (-2\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (-1\ \ 0\ \ 2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-12\ \ 7) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-7\ \ 4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 48 & 28 \\ -84 & -49 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 48 & -28 \\ 84 & -49 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 48 & 84 \\ -28 & -49 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 48 & -84 \\ 28 & -49 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -10 & -8 & -16 \\ -4 & -6 & -8 \\ 8 & 8 & 14 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(3\ \ -1\ \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(0\ \ -1\ \ -3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 2: 458

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{72\,559\,419}{200\,000\,000} = 0.4$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{668\,915\,619}{200\,000\,000} = 3.3$

4) Alumnos en el curso 2: 70

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{4671}{10} = 467.1$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{4581}{10} = 458.1$

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{927}{2} = 463.5$

8) Alumnos en el curso 2: 75

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 8.609 % en el primer curso y 91.391 % en el segundo curso.

2) 4.695 % en el primer curso y 95.305 % en el segundo curso.

3) 41.4214 % en el primer curso y 58.5786 % en el segundo curso.

4) 5.498 % en el primer curso y 94.502 % en el segundo curso.

5) 20.475 % en el primer curso y 79.525 % en el segundo curso.

6) 12.051 % en el primer curso y 87.949 % en el segundo curso.

7) 18.407 % en el primer curso y 81.593 % en el segundo curso.

8) 7.964 % en el primer curso y 92.036 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 46

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2+\alpha & 4+\alpha \\ -4-\alpha & -6-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-3\ 1\ 0)$ $v_2 = (-3\ -1\ -1)$ $v_3 = (-2\ -1\ 0)$ $v_4 = (-1\ 2\ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (2\ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (3\ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda=0$ es valor propio con vector propio $(1 \; 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda=1$ es valor propio con vector propio $(3 \; -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda=-3$ es valor propio con vector propio $(-2 \; -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda=0$ es valor propio con vector propio $(-1 \; -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda=0$ es valor propio con vector propio $(4 \; 5)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{36}{5} = 7.2$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{193}{10} = 19.3$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,254\,867}{2\,000\,000} = 1.6$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{42}{5} = 8.4$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,632\,241}{62\,500} = 42.1$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{62}{5} = 12.4$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{201}{10} = 20.1$

8) Alumnos en el curso 2 : 8

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 3.948 % en el primer curso y 96.052 % en el segundo curso.

2) 18.398 % en el primer curso y 81.602 % en el segundo curso.

3) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

4) 7.656 % en el primer curso y 92.344 % en el segundo curso.

5) 26.3763 % en el primer curso y 73.6237 % en el segundo curso.

6) 17.528 % en el primer curso y 82.472 % en el segundo curso.

7) 32.104 % en el primer curso y 67.896 % en el segundo curso.

8) 5.238 % en el primer curso y 94.762 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 47

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 24-6\alpha & -16+4\alpha \\ 36-9\alpha & -24+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -6 & -4 & -8 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ 1\ \ -2)$ $v_2 = (-2\ \ 1\ \ -1)$ $v_3 = (1\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (-1\ \ 1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (2\ \ -3),\ (-3\ \ 5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -10 & -4 \\ 24 & 10 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2 \;\; 3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	300 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{4507}{10} = 450.7$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{2267}{5} = 453.4$

3) Alumnos en el curso 1: 90

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{2279}{5} = 455.8$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{6\,100\,576\,029}{20\,000\,000\,000} = 0.3$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{2357}{5} = 471.4$

7) Alumnos en el curso 1: 120

8) Alumnos en el curso 1: 300

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 16.615 % en el primer curso y 83.385 % en el segundo curso.

2) 16.903 % en el primer curso y 83.097 % en el segundo curso.

3) 0.862 % en el primer curso y 99.138 % en el segundo curso.

4) 27.492 % en el primer curso y 72.508 % en el segundo curso.

5) 53.8017 % en el primer curso y 46.1983 % en el segundo curso.

6) 30. % en el primer curso y 70. % en el segundo curso.

7) 1.019 % en el primer curso y 98.981 % en el segundo curso.

8) 11.064 % en el primer curso y 88.936 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 48

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -1-2\alpha & 1+\alpha \\ -4-4\alpha & 3+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=0$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=-3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -5 & -4 & -8 \\ 4 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ 2)$ $v_2 = (-1\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (0\ \ -3\ \ 0)$ $v_4 = (0\ \ -3\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-3\ \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-10\ \ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 10 & 30 \\ -3 & -9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 10 & -3 \\ 30 & -9 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -6 & 4 & -4 \\ -4 & 4 & -4 \\ 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3\ 3\ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(3\ -3\ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(0\ 1\ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(0\ 1\ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ 0\ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1),(0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{511}{2} = 255.5$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{746\,759\,666\,593}{6\,834\,375\,000\,000} = 0.1$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2707}{10} = 270.7$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{350}{3} = 116.7$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1334}{5} = 266.8$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1253}{5} = 250.6$

7) Alumnos en el curso 2 : 250

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1357}{5} = 271.4$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 11.5 % en el primer curso y 88.5 % en el segundo curso.

2) 21.8988 % en el primer curso y 78.1012 % en el segundo curso.

3) 30.095 % en el primer curso y 69.905 % en el segundo curso.

4) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

5) 17.724 % en el primer curso y 82.276 % en el segundo curso.

6) 9.477 % en el primer curso y 90.523 % en el segundo curso.

7) 7.777 % en el primer curso y 92.223 % en el segundo curso.

8) 39.461 % en el primer curso y 60.539 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 49

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -7+6\alpha & -4+4\alpha \\ 9-9\alpha & 5-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=0$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} 14 & -9 & 6 \\ -12 & 11 & -6 \\ -48 & 36 & -22 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ -1)$ $v_2 = (0\ \ -2\ \ -3)$ $v_3 = (-1\ \ 1\ \ 0)$ $v_4 = (0\ \ 1\ \ -3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-7\ \ 18) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-2\ \ 5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 35 & 10 \\ -126 & -36 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 35 & 14 \\ -90 & -36 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 35 & -126 \\ 10 & -36 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 35 & -90 \\ 14 & -36 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -5 & 10 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(2 \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(2 \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(2 \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3 \ 3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(2 \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	300 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 2 : 323

2) Alumnos en el curso 2 : $\dfrac{1591}{5} = 318.2$

3) Alumnos en el curso 2 : $\dfrac{441\,073\,566\,777}{102\,400\,000\,000} = 4.3$

4) Alumnos en el curso 2 : $\dfrac{57\,912\,468\,987}{6\,400\,000\,000} = 9.0$

5) Alumnos en el curso 2 : $\dfrac{48\,823\,773}{25\,600\,000\,000} = 0.0$

6) Alumnos en el curso 2 : 105

7) Alumnos en el curso 2 : 330

8) Alumnos en el curso 2 : $\dfrac{1601}{5} = 320.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 51.852 % en el primer curso y 48.148 % en el segundo curso.

2) 28.5714 % en el primer curso y 71.4286 % en el segundo curso.

3) 25.248 % en el primer curso y 74.752 % en el segundo curso.

4) 48.3163 % en el primer curso y 51.6837 % en el segundo curso.

5) 9.539 % en el primer curso y 90.461 % en el segundo curso.

6) 26.241 % en el primer curso y 73.759 % en el segundo curso.

7) 52.722 % en el primer curso y 47.278 % en el segundo curso.

8) 40.118 % en el primer curso y 59.882 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 50

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2+\alpha & 3+\alpha \\ -3-\alpha & -4-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \\ -2 & 2 & -5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (\ 0\ \ -2\ \ -1\ )$ $v_2 = (\ 0\ \ 1\ \ 0\ )$ $v_3 = (\ 1\ \ 1\ \ -2\ )$ $v_4 = (\ -1\ \ 0\ \ -1\ )$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle\ (\ -3\ \ 4\ )\ ,\ \ (\ 8\ \ -11\ )\ \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(3 \;\; -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	150 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{20\,762\,448\,894\,049}{1\,180\,980\,000\,000} = 17.6$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{850}{3} = 283.3$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{24\,753\,293\,872\,039}{1\,180\,980\,000\,000} = 21.0$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1120}{3} = 373.3$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{925}{3} = 308.3$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5001}{10} = 500.1$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2\,015\,993\,900\,449}{1\,180\,980\,000\,000} = 1.7$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5081}{10} = 508.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 73.4653 % en el primer curso y 26.5347 % en el segundo curso.

2) 9.122 % en el primer curso y 90.878 % en el segundo curso.

3) 1.691 % en el primer curso y 98.309 % en el segundo curso.

4) 14.43 % en el primer curso y 85.57 % en el segundo curso.

5) 11.237 % en el primer curso y 88.763 % en el segundo curso.

6) 17.345 % en el primer curso y 82.655 % en el segundo curso.

7) 0.271 % en el primer curso y 99.729 % en el segundo curso.

8) 24.633 % en el primer curso y 75.367 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 51

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 30+14\alpha & 8+4\alpha \\ -98-49\alpha & -26-14\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -3 & -6 \\ 12 & 14 & 24 \\ -6 & -6 & -10 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ 0\ \ -1)$ $v_2 = (1\ \ -1\ \ -1)$ $v_3 = (-2\ \ -1\ \ 0)$ $v_4 = (-2\ \ 0\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ -3),\ (-1\ \ 4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -18 & -40 \\ 8 & 18 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(5 \;\; -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{179}{5} = 35.8$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{196}{5} = 39.2$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{31}{5} = 6.2$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{98}{5} = 19.6$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{77}{5} = 15.4$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{381\,843}{1\,250\,000} = 0.3$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{383}{10} = 38.3$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{63}{2} = 31.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 26.649 % en el primer curso y 73.351 % en el segundo curso.

2) 29.284 % en el primer curso y 70.716 % en el segundo curso.

3) 2.626 % en el primer curso y 97.374 % en el segundo curso.

4) 22.338 % en el primer curso y 77.662 % en el segundo curso.

5) 17.058 % en el primer curso y 82.942 % en el segundo curso.

6) 51.3167 % en el primer curso y 48.6833 % en el segundo curso.

7) 27.405 % en el primer curso y 72.595 % en el segundo curso.

8) 22.861 % en el primer curso y 77.139 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 52

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -14-12\,\alpha & 9+9\,\alpha \\ -16-16\,\alpha & 10+12\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -8 & 5 & 4 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1=(1\ \ 3\ \ -1)$ $v_2=(-1\ \ -3\ \ 1)$ $v_3=(1\ \ 2\ \ 0)$ $v_4=(-1\ \ -2\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$, con vectores propios $V_1=\langle\ (3\ \ 4)\ ,\ (8\ \ 11)\ \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(2 \;\; 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-3 \;\; 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-3 \;\; -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	350 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 2 : 170

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3527}{10} = 352.7$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{100\,663\,279}{2\,000\,000\,000} = 0.1$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3813}{10} = 381.3$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3529}{10} = 352.9$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1793}{5} = 358.6$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{655\,483\,211}{400\,000\,000} = 1.6$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3801}{10} = 380.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 29.35 % en el primer curso y 70.65 % en el segundo curso.

2) 30.889 % en el primer curso y 69.111 % en el segundo curso.

3) 18.989 % en el primer curso y 81.011 % en el segundo curso.

4) 34.405 % en el primer curso y 65.595 % en el segundo curso.

5) 33.109 % en el primer curso y 66.891 % en el segundo curso.

6) 33.3333 % en el primer curso y 66.6667 % en el segundo curso.

7) 41.4214 % en el primer curso y 58.5786 % en el segundo curso.

8) 33.609 % en el primer curso y 66.391 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 53

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -6+4\alpha & -16+16\alpha \\ 1-\alpha & 2-4\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1=(2\ \ 1\ \ 0)$ $v_2=(-2\ \ -3\ \ 2)$ $v_3=(2\ \ 0\ \ 1)$ $v_4=(4\ \ 2\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=1$, con vectores propios $V_1=\langle (2\ \ 1), (-3\ \ -1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ 2\ \ 1\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(\,-1\ \ -1\ \ 2\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(\,2\ \ -2\ \ 1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ -1\ \ 0\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ 3\ \ -3\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	350 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{7\,512\,037\,781\,325\,903}{20\,000\,000\,000\,000} = 375.6$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1587}{10} = 158.7$

3) Alumnos en el curso 1 : 90

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{331}{2} = 165.5$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{311}{2} = 155.5$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1777}{10} = 177.7$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{86\,093\,442}{1\,220\,703\,125} = 0.1$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1797}{10} = 179.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 62.9563 % en el primer curso y 37.0437 % en el segundo curso.

2) 28.85 % en el primer curso y 71.15 % en el segundo curso.

3) 21.969 % en el primer curso y 78.031 % en el segundo curso.

4) 37.737 % en el primer curso y 62.263 % en el segundo curso.

5) 27.308 % en el primer curso y 72.692 % en el segundo curso.

6) 38.204 % en el primer curso y 61.796 % en el segundo curso.

7) 10.485 % en el primer curso y 89.515 % en el segundo curso.

8) 43.194 % en el primer curso y 56.806 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 54

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -35-12\alpha & 48+16\alpha \\ -27-9\alpha & 37+12\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -15 & 8 & 4 \\ -12 & 5 & 4 \\ -24 & 16 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1=(0\ 0\ 2)$ $v_2=(0\ -1\ -1)$ $v_3=(0\ -1\ 1)$ $v_4=(0\ 0\ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=1$, con vectores propios $V_1=\langle (-6\ 1),\ (5\ -1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & -4 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(0\ 1\ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-3\ 1\ -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-3\ 2\ -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ 2\ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(1\ -1\ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{859\,571\,345\,361}{78\,125\,000\,000} = 11.0$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,591\,749\,600\,479}{156\,250\,000\,000} = 16.6$

3) Alumnos en el curso 2 : 330

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2284}{5} = 456.8$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4637}{10} = 463.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{474\,495\,923\,827}{72\,081\,298\,828\,125} = 0.0$

7) Alumnos en el curso 2 : 460

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2272}{5} = 454.4$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 9.875 % en el primer curso y 90.125 % en el segundo curso.

2) 20.767 % en el primer curso y 79.233 % en el segundo curso.

3) 16.921 % en el primer curso y 83.079 % en el segundo curso.

4) 34.172 % en el primer curso y 65.828 % en el segundo curso.

5) 45.612 % en el primer curso y 54.388 % en el segundo curso.

6) 0 % en el primer curso y 100. % en el segundo curso.

7) 36.926 % en el primer curso y 63.074 % en el segundo curso.

8) 25.38 % en el primer curso y 74.62 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 55

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -\alpha & 1+\alpha \\ -1-\alpha & 2+\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 2 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ 1)$ $v_2 = (-1\ \ -2\ \ 0)$ $v_3 = (0\ \ -2\ \ 1)$ $v_4 = (-2\ \ 1\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ 2) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-2\ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -6 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -8 & -18 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2 \ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-3 \ \ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(9 \ \ -4)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(9 \ \ -4)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1 \ \ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3503}{10} = 350.3$

2) Alumnos en el curso 1 : 210

3) Alumnos en el curso 1 : 135

4) Alumnos en el curso 1 : 165

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3627}{10} = 362.7$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1777}{5} = 355.4$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{21\,816\,718\,863}{20\,000\,000\,000} = 1.1$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{723}{2} = 361.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 3.136 % en el primer curso y 96.864 % en el segundo curso.

2) 2.634 % en el primer curso y 97.366 % en el segundo curso.

3) 0.651 % en el primer curso y 99.349 % en el segundo curso.

4) 1.1 % en el primer curso y 98.9 % en el segundo curso.

5) 22.945 % en el primer curso y 77.055 % en el segundo curso.

6) 7.303 % en el primer curso y 92.697 % en el segundo curso.

7) 52.2588 % en el primer curso y 47.7412 % en el segundo curso.

8) 11.484 % en el primer curso y 88.516 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 56

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -1+\alpha & -2+\alpha \\ 2-\alpha & 3-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 50 & 180 & -120 \\ 8 & 32 & -20 \\ 32 & 120 & -78 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 1\ 1)$ $v_2 = (1\ -1\ 0)$ $v_3 = (1\ 0\ -1)$ $v_4 = (0\ 2\ 3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ 2) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (1\ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -5 & -6 & -8 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -2\ \ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 0\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ 3\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 1\ \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{579}{10} = 57.9$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{399}{5} = 79.8$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{539}{10} = 53.9$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{344}{5} = 68.8$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{127}{2} = 63.5$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{56\,812\,865\,021\,358}{1\,005\,301\,513\,671\,875} = 0.1$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{503}{10} = 50.3$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{450}{7} = 64.3$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 12.379 % en el primer curso y 87.621 % en el segundo curso.

2) 36.676 % en el primer curso y 63.324 % en el segundo curso.

3) 8.34 % en el primer curso y 91.66 % en el segundo curso.

4) 34.004 % en el primer curso y 65.996 % en el segundo curso.

5) 12.662 % en el primer curso y 87.338 % en el segundo curso.

6) 51.452 % en el primer curso y 48.548 % en el segundo curso.

7) 0.316 % en el primer curso y 99.684 % en el segundo curso.

8) 13.002 % en el primer curso y 86.998 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 57

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2-2\alpha & -1+\alpha \\ 4-4\alpha & -2+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & -1 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1=(2\ \ 0\ \ -1)$ $v_2=(0\ \ -2\ \ -2)$ $v_3=(3\ \ 1\ \ 0)$ $v_4=(-2\ \ 0\ \ 3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$, con vectores propios $V_1=\langle(3\ \ -1)\rangle$
- $\lambda_2=0$, con vectores propios $V_2=\langle(-2\ \ 1)\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -17 & 10 \\ -24 & 14 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-3 \;\; 3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0 \;\; 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(5 \;\; 8)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(5 \;\; 8)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{303}{10} = 30.3$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{164}{5} = 32.8$

3) Alumnos en el curso 2 : 22

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{153\,629\,362\,201}{250\,000\,000} = 614.5$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{65}{2} = 32.5$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{521}{10} = 52.1$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{846\,113\,121}{250\,000\,000} = 3.4$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{289}{10} = 28.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 8.246 % en el primer curso y 91.754 % en el segundo curso.

2) 20.372 % en el primer curso y 79.628 % en el segundo curso.

3) 3.811 % en el primer curso y 96.189 % en el segundo curso.

4) 45.7427 % en el primer curso y 54.2573 % en el segundo curso.

5) 20. % en el primer curso y 80. % en el segundo curso.

6) 21.034 % en el primer curso y 78.966 % en el segundo curso.

7) 3.756 % en el primer curso y 96.244 % en el segundo curso.

8) 4.835 % en el primer curso y 95.165 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 58

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -2-3\alpha & 9+9\alpha \\ -1-\alpha & 4+3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 7 & 3 & -9 \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ -1)$ $v_2 = (-2\ \ -1\ \ 0)$ $v_3 = (0\ \ 0\ \ -2)$ $v_4 = (1\ \ -1\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (5\ \ 3),\ (-7\ \ -4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda=1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda=-2$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda=-3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda=-2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda=1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1279}{5} = 255.8$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{25}{3} = 8.3$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1406}{5} = 281.2$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2809}{10} = 280.9$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{157\,477\,028\,701\,909}{1\,180\,980\,000\,000\,000} = 0.1$

6) Alumnos en el curso 2 : 35

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{511}{2} = 255.5$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2623}{10} = 262.3$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 19.292 % en el primer curso y 80.708 % en el segundo curso.

2) 6.598 % en el primer curso y 93.402 % en el segundo curso.

3) 28.035 % en el primer curso y 71.965 % en el segundo curso.

4) 20.353 % en el primer curso y 79.647 % en el segundo curso.

5) 44.9248 % en el primer curso y 55.0752 % en el segundo curso.

6) 10.665 % en el primer curso y 89.335 % en el segundo curso.

7) 16.115 % en el primer curso y 83.885 % en el segundo curso.

8) 19.916 % en el primer curso y 80.084 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 59

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -7+6\alpha & -4+4\alpha \\ 9-9\alpha & 5-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -8 & 24 & -12 \\ -4 & 14 & -8 \\ -4 & 16 & -10 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ 1\ 0)$ $v_2 = (0\ 0\ 2)$ $v_3 = (1\ -1\ 1)$ $v_4 = (-2\ 0\ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-9\ -5) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-7\ -4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -35 & 45 \\ -28 & 36 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -35 & 63 \\ -20 & 36 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -35 & -20 \\ 63 & 36 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -35 & -28 \\ 45 & 36 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -36 & 49 \\ -25 & 34 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-3 \;\; 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(7 \;\; 5)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(7 \;\; 5)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : 65

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{571}{10} = 57.1$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{519}{10} = 51.9$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{533}{10} = 53.3$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{549}{10} = 54.9$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{253\,270\,431\,693}{200\,000\,000\,000} = 1.3$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{786\,746\,850\,723}{200\,000\,000\,000} = 3.9$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{12\,817\,382\,803}{200\,000\,000\,000} = 0.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 17.158 % en el primer curso y 82.842 % en el segundo curso.

2) 14.315 % en el primer curso y 85.685 % en el segundo curso.

3) 6.476 % en el primer curso y 93.524 % en el segundo curso.

4) 8.099 % en el primer curso y 91.901 % en el segundo curso.

5) 8.727 % en el primer curso y 91.273 % en el segundo curso.

6) 5.741 % en el primer curso y 94.259 % en el segundo curso.

7) 64.6851 % en el primer curso y 35.3149 % en el segundo curso.

8) 2.877 % en el primer curso y 97.123 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 60

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 6+2\alpha & 3+\alpha \\ -12-4\alpha & -6-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 2 & -3 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1=(-1\ \ 0\ \ -1)$ $v_2=(-1\ \ -1\ \ 0)$ $v_3=(1\ \ 1\ \ 0)$ $v_4=(-2\ \ -2\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$, con vectores propios $V_1=\langle (-3\ \ 4),\ (11\ \ -15)\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2617}{5} = 523.4$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1061}{2} = 530.5$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{11\,992\,649\,941}{2\,147\,483\,648\,000} = 0.0$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5249}{10} = 524.9$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2569}{5} = 513.8$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{125}{2} = 62.5$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5171}{10} = 517.1$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5111}{10} = 511.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 8.923 % en el primer curso y 91.077 % en el segundo curso.

2) 15.625 % en el primer curso y 84.375 % en el segundo curso.

3) 34.7588 % en el primer curso y 65.2412 % en el segundo curso.

4) 13.368 % en el primer curso y 86.632 % en el segundo curso.

5) 5.449 % en el primer curso y 94.551 % en el segundo curso.

6) 1.786 % en el primer curso y 98.214 % en el segundo curso.

7) 7.906 % en el primer curso y 92.094 % en el segundo curso.

8) 2.615 % en el primer curso y 97.385 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 61

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 3+\alpha & 3+\alpha \\ -3-\alpha & -3-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -3 & -8 & -4 \\ 2 & 5 & 2 \\ -2 & -4 & -1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2\ \ 0\ \ 0)$ $v_2 = (-1\ \ -2\ \ 0)$ $v_3 = (0\ \ -3\ \ 1)$ $v_4 = (-1\ \ -1\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-1\ \ 2) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (1\ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 12 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -5 & 12 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -5 & 6 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 1\ \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2\ \ 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3077}{10} = 307.7$

2) Alumnos en el curso 1 : 110

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{629}{2} = 314.5$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{530}{3} = 176.7$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3003}{10} = 300.3$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{617}{2} = 308.5$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{625}{2} = 312.5$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1\,159\,912\,882\,116\,752\,909}{2\,391\,484\,500\,000\,000\,000} = 0.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 15.661 % en el primer curso y 84.339 % en el segundo curso.

2) 0.265 % en el primer curso y 99.735 % en el segundo curso.

3) 30.231 % en el primer curso y 69.769 % en el segundo curso.

4) 0.99 % en el primer curso y 99.01 % en el segundo curso.

5) 2.091 % en el primer curso y 97.909 % en el segundo curso.

6) 18.718 % en el primer curso y 81.282 % en el segundo curso.

7) 26.3158 % en el primer curso y 73.6842 % en el segundo curso.

8) 44.5152 % en el primer curso y 55.4848 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 62

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -8+2\alpha & -4+\alpha \\ 16-4\alpha & 8-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -5 & 9 & -12 \\ -6 & 16 & -24 \\ -3 & 9 & -14 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2 \ 1 \ 0)$ $v_2 = (-1 \ 1 \ 1)$ $v_3 = (1 \ -1 \ 0)$ $v_4 = (0 \ 1 \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (3 \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-2 \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -12 & 5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ -1\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -3\ \ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -1\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(3\ \ 0\ \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{418\,643\,968}{1\,220\,703\,125} = 0.3$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{429}{2} = 214.5$

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{1092}{5} = 218.4$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{2161}{10} = 216.1$

5) Alumnos en el curso 1: 202

6) Alumnos en el curso 1: 80

7) Alumnos en el curso 1: 160

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{2077}{10} = 207.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 50. % en el primer curso y 50. % en el segundo curso.

2) 22.338 % en el primer curso y 77.662 % en el segundo curso.

3) 32.733 % en el primer curso y 67.267 % en el segundo curso.

4) 25.801 % en el primer curso y 74.199 % en el segundo curso.

5) 9.835 % en el primer curso y 90.165 % en el segundo curso.

6) 1.998 % en el primer curso y 98.002 % en el segundo curso.

7) 8.348 % en el primer curso y 91.652 % en el segundo curso.

8) 21.921 % en el primer curso y 78.079 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 63

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -2\alpha & \alpha \\ -4\alpha & 2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=0$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-4 \ \ -2 \ \ 2)$ $v_2 = (-1 \ \ -1 \ \ 0)$ $v_3 = (2 \ \ 1 \ \ -1)$ $v_4 = (-2 \ \ -1 \ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (5 \ \ 16), \ (-1 \ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -6 & 10 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(5\ \ 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1307}{5} = 261.4$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1349}{5} = 269.8$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2523}{10} = 252.3$

4) Alumnos en el curso 2 : 210

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2657}{10} = 265.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4\,632\,563\,128\,389}{500\,000\,000} = 9265.1$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{507}{2} = 253.5$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2507}{10} = 250.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 17.581 % en el primer curso y 82.419 % en el segundo curso.

2) 20.085 % en el primer curso y 79.915 % en el segundo curso.

3) 8.451 % en el primer curso y 91.549 % en el segundo curso.

4) 0.339 % en el primer curso y 99.661 % en el segundo curso.

5) 18.907 % en el primer curso y 81.093 % en el segundo curso.

6) 54.4044 % en el primer curso y 45.5956 % en el segundo curso.

7) 11.059 % en el primer curso y 88.941 % en el segundo curso.

8) 7.373 % en el primer curso y 92.627 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 64

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -3-\alpha & 3+\alpha \\ -3-\alpha & 3+\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ -12 & 2 & 8 \\ 12 & -4 & -10 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2\ \ 0\ \ 1)$ $v_2 = (0\ \ 0\ \ -2)$ $v_3 = (-1\ \ -1\ \ -1)$ $v_4 = (2\ \ 1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos   6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-1\ \ -4), (-1\ \ -5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 18 & 80 \\ -4 & -18 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(2 \;\; 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(5 \;\; -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(4 \;\; -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(3 \;\; -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1), (0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	200 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 2 : 70

2) Alumnos en el curso 2 : 204

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{14123008}{9765625} = 1.4$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1033}{5} = 206.6$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2017}{10} = 201.7$

6) Alumnos en el curso 2 : 190

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{368}{9765625} = 0.0$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2027}{10} = 202.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 4.683 % en el primer curso y 95.317 % en el segundo curso.

2) 28.5714 % en el primer curso y 71.4286 % en el segundo curso.

3) 50. % en el primer curso y 50. % en el segundo curso.

4) 33.537 % en el primer curso y 66.463 % en el segundo curso.

5) 5.416 % en el primer curso y 94.584 % en el segundo curso.

6) 5.084 % en el primer curso y 94.916 % en el segundo curso.

7) 2.545 % en el primer curso y 97.455 % en el segundo curso.

8) 14.861 % en el primer curso y 85.139 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 65

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -20-10\,\alpha & 8+4\,\alpha \\ -50-25\,\alpha & 20+10\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 5 & -9 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ -2\ \ -1)$ $v_2 = (2\ \ 1\ \ 0)$ $v_3 = (3\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (-2\ \ -1\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-3\ \ 4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 12 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-1\ 1\ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-1\ 0\ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ 2\ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-3\ 2\ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-3\ 2\ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 1: 250

2) Alumnos en el curso 1: 508

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{5091}{10} = 509.1$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{5151}{10} = 515.1$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{125}{4096} = 0.0$

6) Alumnos en el curso 1: 260

7) Alumnos en el curso 1: 285

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{3\,355\,556\,967\,997}{500\,000\,000\,000} = 6.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 14.668 % en el primer curso y 85.332 % en el segundo curso.

2) 32.051 % en el primer curso y 67.949 % en el segundo curso.

3) 32.516 % en el primer curso y 67.484 % en el segundo curso.

4) 38.2353 % en el primer curso y 61.7647 % en el segundo curso.

5) 4.806 % en el primer curso y 95.194 % en el segundo curso.

6) 20.773 % en el primer curso y 79.227 % en el segundo curso.

7) 24.46 % en el primer curso y 75.54 % en el segundo curso.

8) 51.5933 % en el primer curso y 48.4067 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 66

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -1+\alpha & 1+\alpha \\ -1-\alpha & -3-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ 0\ 0)$ $v_2 = (0\ 2\ 0)$ $v_3 = (0\ 1\ 0)$ $v_4 = (-3\ 0\ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-5\ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (3\ -2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -10 & 6 \\ -15 & 9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -10 & -15 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda=0$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda=-2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda=-2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda=-1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda=0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años.

1) Alumnos en el curso 2 : 40

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1239}{10} = 123.9$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{6\,809\,839\,650\,916\,949\,099}{9\,886\,633\,715\,000\,000\,000} = 0.7$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1007}{10} = 100.7$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{120}{7} = 17.1$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{521}{5} = 104.2$

7) Alumnos en el curso 2 : 133

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1213}{10} = 121.3$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 13.559 % en el primer curso y 86.441 % en el segundo curso.

2) 28.208 % en el primer curso y 71.792 % en el segundo curso.

3) 53.0222 % en el primer curso y 46.9778 % en el segundo curso.

4) 16.433 % en el primer curso y 83.567 % en el segundo curso.

5) 0.394 % en el primer curso y 99.606 % en el segundo curso.

6) 21.348 % en el primer curso y 78.652 % en el segundo curso.

7) 33.952 % en el primer curso y 66.048 % en el segundo curso.

8) 25.836 % en el primer curso y 74.164 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 67

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -1-2\alpha & 1+\alpha \\ -4-4\alpha & 3+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=-1$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -48 & -36 & -18 \\ 30 & 21 & 12 \\ 60 & 48 & 21 \end{pmatrix}$:

$v_1=(1\ \ 0\ \ -2)$ $v_2=(-1\ \ 0\ \ 1)$ $v_3=(0\ \ 2\ \ 1)$ $v_4=(2\ \ -1\ \ -3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$, con vectores propios $V_1=\langle(3\ \ -5)\rangle$
- $\lambda_2=0$, con vectores propios $V_2=\langle(-4\ \ 7)\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -21 & 28 \\ -15 & 20 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -21 & -15 \\ 28 & 20 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -21 & 35 \\ -12 & 20 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -21 & -12 \\ 35 & 20 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2 \;\; 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	300 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años.

1) Alumnos en el curso 2: 45

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{17\,795\,940\,687}{20\,000\,000\,000} = 0.9$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{627}{2} = 313.5$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{1599}{5} = 319.8$

5) Alumnos en el curso 2: 324

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{12\,239\,993\,368\,323}{10\,000\,000\,000} = 1224.0$

7) Alumnos en el curso 2: 35

8) Alumnos en el curso 2: 319

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 11.301 % en el primer curso y 88.699 % en el segundo curso.

2) 3.783 % en el primer curso y 96.217 % en el segundo curso.

3) 13.593 % en el primer curso y 86.407 % en el segundo curso.

4) 26.556 % en el primer curso y 73.444 % en el segundo curso.

5) 27.581 % en el primer curso y 72.419 % en el segundo curso.

6) 51.7657 % en el primer curso y 48.2343 % en el segundo curso.

7) 9.193 % en el primer curso y 90.807 % en el segundo curso.

8) 25.288 % en el primer curso y 74.712 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 68

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -86+21\alpha & -36+9\alpha \\ 196-49\alpha & 82-21\alpha \end{pmatrix}$?

1) α=-1 2) α=-2 3) α=2 4) α=4 5) α=3

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -4 & -4 & 4 \\ -2 & -6 & 4 \\ -4 & -8 & 6 \end{pmatrix}$:

v_1= (-1 0 1) v_2= (-2 1 0) v_3= (0 1 -2) v_4= (2 0 0) .

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle$ (3 1) $\rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle$ (-10 -3) $\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 10 & 3 \\ -30 & -9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 10 & -30 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{277}{5} = 55.4$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{839\,320\,346\,183}{200\,000\,000\,000} = 4.2$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,466\,998\,439\,803}{200\,000\,000\,000} = 7.3$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{543}{10} = 54.3$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{24\,383\,770\,363}{200\,000\,000\,000} = 0.1$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{509}{10} = 50.9$

7) Alumnos en el curso 2 : 52

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{631}{10} = 63.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 16.522 % en el primer curso y 83.478 % en el segundo curso.

2) 5.465 % en el primer curso y 94.535 % en el segundo curso.

3) 46.8871 % en el primer curso y 53.1129 % en el segundo curso.

4) 10.117 % en el primer curso y 89.883 % en el segundo curso.

5) 1.101 % en el primer curso y 98.899 % en el segundo curso.

6) 7.105 % en el primer curso y 92.895 % en el segundo curso.

7) 7.218 % en el primer curso y 92.782 % en el segundo curso.

8) 18.945 % en el primer curso y 81.055 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 69

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -7-6\alpha & 9+9\alpha \\ -4-4\alpha & 5+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=2$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=3$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ -4 & -5 & -2 \\ 4 & 8 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ -1\ \ -1)$ $v_2 = (3\ \ 0\ \ 0)$ $v_3 = (-1\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (2\ \ -2\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (2\ \ 7) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (1\ \ 4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 14 & 8 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -7 & 14 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -7 & -28 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -7 & 2 \\ -28 & 8 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -11 & 14 & -26 \\ -1 & 1 & -2 \\ 4 & -5 & 10 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2 \; 0 \; -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-1 \; -2 \; -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2 \; 0 \; 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2 \; -2 \; 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(0 \; 0 \; 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, λ=1 con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y λ=3 con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2559}{10} = 255.9$

2) Alumnos en el curso 1 : 125

3) Alumnos en el curso 1 : 25

4) Alumnos en el curso 1 : 100

5) Alumnos en el curso 1 : 35

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3\,049\,925\,761}{4\,000\,000\,000} = 0.8$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2529}{10} = 252.9$

8) Alumnos en el curso 1 : 250

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 39.813 % en el primer curso y 60.187 % en el segundo curso.

2) 8.714 % en el primer curso y 91.286 % en el segundo curso.

3) 2.235 % en el primer curso y 97.765 % en el segundo curso.

4) 4.467 % en el primer curso y 95.533 % en el segundo curso.

5) 4.336 % en el primer curso y 95.664 % en el segundo curso.

6) 52.9618 % en el primer curso y 47.0382 % en el segundo curso.

7) 30.345 % en el primer curso y 69.655 % en el segundo curso.

8) 14.014 % en el primer curso y 85.986 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 70

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 4+2\alpha & 2+\alpha \\ -8-4\alpha & -4-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=0$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 1\ 0)$ $v_2 = (-1\ 1\ 0)$ $v_3 = (0\ 2\ 0)$ $v_4 = (-1\ 0\ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-1\ 2), (-3\ 5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 7 & -12 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(2 \ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2 \ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1 \ \ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-1 \ \ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \ \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3611}{10} = 361.1$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{171\,227\,201\,243\,259\,657\,147}{276\,825\,744\,020\,000\,000\,000} = 0.6$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1485}{7} = 212.1$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1827}{5} = 365.4$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3511}{10} = 351.1$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1823}{5} = 364.6$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1831}{5} = 366.2$

8) Alumnos en el curso 1 : 155

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 16.788 % en el primer curso y 83.212 % en el segundo curso.

2) 51.0734 % en el primer curso y 48.9266 % en el segundo curso.

3) 10.713 % en el primer curso y 89.287 % en el segundo curso.

4) 21.697 % en el primer curso y 78.303 % en el segundo curso.

5) 14.098 % en el primer curso y 85.902 % en el segundo curso.

6) 21.657 % en el primer curso y 78.343 % en el segundo curso.

7) 21.932 % en el primer curso y 78.068 % en el segundo curso.

8) 5.239 % en el primer curso y 94.761 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 71

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 18-10\alpha & -8+4\alpha \\ 50-25\alpha & -22+10\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 8 \\ 8 & 13 & 16 \\ -8 & -16 & -19 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 1\ \ -1)$ $v_2 = (-2\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (1\ \ -1\ \ -1)$ $v_4 = (0\ \ 3\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (5\ \ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (3\ \ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -9 & 15 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -9 & -6 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-2 \;\; 0 \;\; -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; 0 \;\; -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0 \;\; -1 \;\; 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0 \;\; 1 \;\; 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(0 \;\; 2 \;\; -3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1), (0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	150 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 1: 45

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{804}{5} = 160.8$

3) Alumnos en el curso 1: 169

4) Alumnos en el curso 1: 75

5) Alumnos en el curso 1: 150

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{1517}{10} = 151.7$

7) Alumnos en el curso 1: 167

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{365\,850\,655\,731}{2\,000\,000\,000\,000} = 0.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0.54 % en el primer curso y 99.46 % en el segundo curso.

2) 10.69 % en el primer curso y 89.31 % en el segundo curso.

3) 22.2222 % en el primer curso y 77.7778 % en el segundo curso.

4) 2.076 % en el primer curso y 97.924 % en el segundo curso.

5) 4.047 % en el primer curso y 95.953 % en el segundo curso.

6) 4.783 % en el primer curso y 95.217 % en el segundo curso.

7) 10.89 % en el primer curso y 89.11 % en el segundo curso.

8) 44.8403 % en el primer curso y 55.1597 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 72

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 5+\alpha & 4+\alpha \\ -4-\alpha & -3-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 8 & 7 & -4 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 1\ 0)$ $v_2 = (0\ 3\ 0)$ $v_3 = (0\ 1\ 1)$ $v_4 = (1\ 0\ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 1$, con vectores propios $V_1 = \langle (13\ \ -5)\ ,\ (8\ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1\ \ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1\ \ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ -3\ \ 3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2\ \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	500 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{32\,141\,222\,254\,883}{625\,000\,000\,000} = 51.4$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4103}{10} = 410.3$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{25}{2048} = 0.0$

4) Alumnos en el curso 1 : 400

5) Alumnos en el curso 1 : 200

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{666\,625\,486\,196\,393}{10\,000\,000\,000\,000} = 66.7$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2044}{5} = 408.8$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2018}{5} = 403.6$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 66.0592 % en el primer curso y 33.9408 % en el segundo curso.

2) 15.564 % en el primer curso y 84.436 % en el segundo curso.

3) 0.328 % en el primer curso y 99.672 % en el segundo curso.

4) 4.566 % en el primer curso y 95.434 % en el segundo curso.

5) 2.459 % en el primer curso y 97.541 % en el segundo curso.

6) 1.125 % en el primer curso y 98.875 % en el segundo curso.

7) 9.263 % en el primer curso y 90.737 % en el segundo curso.

8) 7.108 % en el primer curso y 92.892 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 73

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 14+3\alpha & 36+9\alpha \\ -4-\alpha & -10-3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=-4$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 15 & -4 & 4 \\ 24 & -5 & 8 \\ -18 & 6 & -3 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0 \ \ 0 \ \ -1)$ $v_2 = (-1 \ \ 2 \ \ 2)$ $v_3 = (0 \ \ 0 \ \ -3)$ $v_4 = (2 \ \ 0 \ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (3 \ \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (2 \ \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ 1\ \ 2\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,-1\ \ -1\ \ -1\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,-1\ \ 0\ \ 1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,2\ \ 1\ \ 1\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ 3\ \ -1\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{564}{5} = 112.8$

2) Alumnos en el curso 2 : 100

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{519}{5} = 103.8$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{598}{5} = 119.6$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1309}{10} = 130.9$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1347}{10} = 134.7$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{23\,312\,751\,012\,270\,803}{500\,000\,000\,000} = 46625.5$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1353}{10} = 135.3$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 18.59 % en el primer curso y 81.41 % en el segundo curso.

2) 2.324 % en el primer curso y 97.676 % en el segundo curso.

3) 12.796 % en el primer curso y 87.204 % en el segundo curso.

4) 19.308 % en el primer curso y 80.692 % en el segundo curso.

5) 22.572 % en el primer curso y 77.428 % en el segundo curso.

6) 34.253 % en el primer curso y 65.747 % en el segundo curso.

7) 66.6667 % en el primer curso y 33.3333 % en el segundo curso.

8) 36.286 % en el primer curso y 63.714 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 74

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -1-3\alpha & 9+9\alpha \\ -1-\alpha & 5+3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=4$ 2) $\alpha=-2$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=-3$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -5 \\ 20 & -9 & -25 \\ -4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ 0\ 1)$ $v_2 = (0\ 1\ -2)$ $v_3 = (0\ 2\ -1)$ $v_4 = (0\ 2\ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-1\ -2),\ (3\ 5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -8 & -9 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2 \ \ -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(3 \ \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(2 \ \ 3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2 \ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1), (0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{152\,254\,159\,211}{100\,000\,000\,000} = 1.5$

2) Alumnos en el curso 2 : 110

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{13\,841\,287\,201}{4\,000\,000\,000} = 3.5$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{57\,716\,569}{4\,000\,000\,000} = 0.0$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{596}{5} = 119.2$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{556}{5} = 111.2$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{613}{5} = 122.6$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{541}{5} = 108.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 7.988 % en el primer curso y 92.012 % en el segundo curso.

2) 12.661 % en el primer curso y 87.339 % en el segundo curso.

3) 62.182 % en el primer curso y 37.818 % en el segundo curso.

4) 3.095 % en el primer curso y 96.905 % en el segundo curso.

5) 16.846 % en el primer curso y 83.154 % en el segundo curso.

6) 16.132 % en el primer curso y 83.868 % en el segundo curso.

7) 25.035 % en el primer curso y 74.965 % en el segundo curso.

8) 11.06 % en el primer curso y 88.94 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 75

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2+3\alpha & \alpha \\ -9\alpha & 2-3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=-4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -4 & -8 & 7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -2\ \ -1)$ $v_2 = (0\ \ -1\ \ -2)$ $v_3 = (0\ \ -1\ \ 1)$ $v_4 = (-2\ \ -1\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (3\ \ -2) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-1\ \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -5 & -12 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -12 & 5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -5 & -6 & 6 \\ 4 & 4 & -4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,0\;\;1\;\;1\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(\,-1\;\;-1\;\;0\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(\,-2\;\;-1\;\;1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,-1\;\;-1\;\;-3\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,2\;\;-2\;\;-1\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	0 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{2\,388\,718\,857}{3\,125\,000\,000} = 0.8$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{3713}{10} = 371.3$

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{3649}{10} = 364.9$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{3521}{10} = 352.1$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{1758}{5} = 351.6$

6) Alumnos en el curso 1: 105

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{3541}{10} = 354.1$

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{3639}{10} = 363.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 64.8032 % en el primer curso y 35.1968 % en el segundo curso.

2) 35.532 % en el primer curso y 64.468 % en el segundo curso.

3) 13.658 % en el primer curso y 86.342 % en el segundo curso.

4) 10.635 % en el primer curso y 89.365 % en el segundo curso.

5) 10.454 % en el primer curso y 89.546 % en el segundo curso.

6) 6.095 % en el primer curso y 93.905 % en el segundo curso.

7) 10.922 % en el primer curso y 89.078 % en el segundo curso.

8) 13.614 % en el primer curso y 86.386 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 76

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -134+133\,\alpha & -361+361\,\alpha \\ 49-49\,\alpha & 132-133\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} -21 & 60 & 36 \\ -56 & 143 & 84 \\ 80 & -200 & -117 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (\,-1\ \ -4\ \ 6\,)$ $v_2 = (\,-1\ \ 0\ \ 0\,)$ $v_3 = (\,1\ \ 0\ \ 1\,)$ $v_4 = (\,1\ \ 1\ \ 2\,)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle\, (\,-4\ \ 3\,)\,,\ (\,-3\ \ 2\,)\,\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(0\ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(0\ 0)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(0\ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1\ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3043}{10} = 304.3$

2) Alumnos en el curso 1 : 313

3) Alumnos en el curso 1 : 210

4) Alumnos en el curso 1 : 185

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1\,566\,930\,279}{200\,000\,000} = 7.8$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{641}{2} = 320.5$

7) Alumnos en el curso 1 : 301

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{3211}{10} = 321.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 25. % en el primer curso y 75. % en el segundo curso.

2) 30.28 % en el primer curso y 69.72 % en el segundo curso.

3) 15.469 % en el primer curso y 84.531 % en el segundo curso.

4) 6.966 % en el primer curso y 93.034 % en el segundo curso.

5) 33.3333 % en el primer curso y 66.6667 % en el segundo curso.

6) 45.007 % en el primer curso y 54.993 % en el segundo curso.

7) 18.321 % en el primer curso y 81.679 % en el segundo curso.

8) 47.572 % en el primer curso y 52.428 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 77

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 15+15\alpha & 9+9\alpha \\ -25-25\alpha & -15-15\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & -3 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-2\ \ 1\ \ 1)$ $v_2 = (-1\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (1\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (-1\ \ 2\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-1\ \ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -6 \\ -4 & -6 & 7 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -3\ \ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(0\ \ -2\ \ -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(3\ \ 1\ \ 3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2\ \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4259}{10} = 425.9$

2) Alumnos en el curso 2 : 150

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,478\,709\,999\,923}{20\,000\,000\,000} = 123.9$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{843}{2} = 421.5$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4127}{10} = 412.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{170\,898\,438}{1\,953\,125} = 87.5$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4161}{10} = 416.1$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4199}{10} = 419.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 27.363 % en el primer curso y 72.637 % en el segundo curso.

2) 3.364 % en el primer curso y 96.636 % en el segundo curso.

3) 54.7013 % en el primer curso y 45.2987 % en el segundo curso.

4) 24.51 % en el primer curso y 75.49 % en el segundo curso.

5) 13.218 % en el primer curso y 86.782 % en el segundo curso.

6) 2.436 % en el primer curso y 97.564 % en el segundo curso.

7) 16.424 % en el primer curso y 83.576 % en el segundo curso.

8) 22.078 % en el primer curso y 77.922 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 78

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -13+3\alpha & -4+\alpha \\ 36-9\alpha & 11-3\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 6 & -4 \\ -1 & -4 & 2 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-2\ \ 0\ \ -1)$ $v_2 = (1\ \ 1\ \ 2)$ $v_3 = (4\ \ 0\ \ 2)$ $v_4 = (2\ \ 0\ \ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-8\ \ 3),\ (-3\ \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,3\ \ -1\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ 1\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ 1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,-3\ \ 0\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ 2\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{509}{10} = 50.9$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{503}{10} = 50.3$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1\,632\,483\,402\,833}{2\,125\,764\,000\,000\,000} = 0.0$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{511}{10} = 51.1$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{95}{9} = 10.6$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{313}{5} = 62.6$

7) Alumnos en el curso 2 : 40

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{517}{10} = 51.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 7.542 % en el primer curso y 92.458 % en el segundo curso.

2) 4.007 % en el primer curso y 95.993 % en el segundo curso.

3) 32.7934 % en el primer curso y 67.2066 % en el segundo curso.

4) 11.254 % en el primer curso y 88.746 % en el segundo curso.

5) 0.947 % en el primer curso y 99.053 % en el segundo curso.

6) 18.523 % en el primer curso y 81.477 % en el segundo curso.

7) 1.575 % en el primer curso y 98.425 % en el segundo curso.

8) 15.784 % en el primer curso y 84.216 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 79

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2\,\alpha & -4+4\,\alpha \\ 1-\alpha & 4-2\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-3$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 3 & 9 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (\,-1\;\;1\;\;-2\,)$ $v_2 = (\,-1\;\;-1\;\;4\,)$ $v_3 = (\,-2\;\;1\;\;-1\,)$ $v_4 = (\,1\;\;-1\;\;2\,)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle\, (\,2\;\;-3\,)\,\rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle\, (\,-1\;\;2\,)\,\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ -12 & 7 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -7 & 12 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 12 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -7 & -12 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -2 & -3 & 8 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2\ \ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 3\ \ -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2\ \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -1\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ -1\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 1 : 290

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2504}{5} = 500.8$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{650\,540\,498\,447}{100\,000\,000\,000} = 6.5$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2509}{5} = 501.8$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{401\,397\,328\,829}{100\,000\,000\,000} = 4.0$

6) Alumnos en el curso 1 : 470

7) Alumnos en el curso 1 : 300

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{6\,377\,292}{9\,765\,625} = 0.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 6.944 % en el primer curso y 93.056 % en el segundo curso.

2) 27.32 % en el primer curso y 72.68 % en el segundo curso.

3) 1.93 % en el primer curso y 98.07 % en el segundo curso.

4) 27.592 % en el primer curso y 72.408 % en el segundo curso.

5) 53.8462 % en el primer curso y 46.1538 % en el segundo curso.

6) 23.891 % en el primer curso y 76.109 % en el segundo curso.

7) 11.309 % en el primer curso y 88.691 % en el segundo curso.

8) 1.871 % en el primer curso y 98.129 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 80

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -5-2\alpha & 2+\alpha \\ -8-4\alpha & 3+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=0$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} -7 & -16 & 24 \\ 8 & 29 & -48 \\ 4 & 16 & -27 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-2 \ \ -1 \ \ -1)$ $v_2 = (2 \ \ 1 \ \ 1)$ $v_3 = (-4 \ \ -2 \ \ -2)$ $v_4 = (4 \ \ -1 \ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-3 \ \ 2) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-2 \ \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 12 & -7 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -12 & -7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 7 & 12 \\ -4 & -7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 7 & -12 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -5 & -5 \\ -2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-3 \ -1 \ -3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(2 \ 1 \ 0)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 1 \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \ -2 \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1 \ -2 \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 2 : 40

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{17\,496}{48\,828\,125} = 0.0$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2078}{5} = 415.6$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4149}{10} = 414.9$

5) Alumnos en el curso 2 : 120

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2089}{5} = 417.8$

7) Alumnos en el curso 2 : 420

8) Alumnos en el curso 2 : 408

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) −646.41 % en el primer curso y 746.41 % en el segundo curso.

2) 53.5898 % en el primer curso y 46.4102 % en el segundo curso.

3) 28.44 % en el primer curso y 71.56 % en el segundo curso.

4) 13.122 % en el primer curso y 86.878 % en el segundo curso.

5) 6.808 % en el primer curso y 93.192 % en el segundo curso.

6) 33.933 % en el primer curso y 66.067 % en el segundo curso.

7) 42.907 % en el primer curso y 57.093 % en el segundo curso.

8) 12.756 % en el primer curso y 87.244 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 81

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 4\alpha & 16\alpha \\ -\alpha & -4\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=4$ 5) $\alpha=-3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -19 & -4 & -16 \\ 16 & 1 & 16 \\ 16 & 4 & 13 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ 0)$ $v_2 = (-1\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (-1\ \ 1\ \ -2)$ $v_4 = (0\ \ 2\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-5\ \ -2) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-2\ \ -1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -4 & 10 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 \\ -2 & 3 & -8 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2\ \ 0)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ -1\ \ -3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0\ \ 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandc
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	200 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1023}{5} = 204.6$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1097}{5} = 219.4$

3) Alumnos en el curso 2 : 200

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2059}{10} = 205.9$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2067}{10} = 206.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{419}{2} = 209.5$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{19\,060\,617\,969\,633\,403}{500\,000\,000\,000} = 38121.2$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1204}{5} = 240.8$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abando
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 15.04 % en el primer curso y 84.96 % en el segundo curso.

2) 23.61 % en el primer curso y 76.39 % en el segundo curso.

3) 10.558 % en el primer curso y 89.442 % en el segundo curso.

4) 21.439 % en el primer curso y 78.561 % en el segundo curso.

5) 22.417 % en el primer curso y 77.583 % en el segundo curso.

6) 23.214 % en el primer curso y 76.786 % en el segundo curso.

7) 63.5175 % en el primer curso y 36.4825 % en el segundo curso.

8) 27.39 % en el primer curso y 72.61 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 82

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -1+\alpha & -2+\alpha \\ 2-\alpha & 3-\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-2$ 2) $\alpha=3$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} -13 & 32 & 16 \\ 8 & -13 & -8 \\ -28 & 56 & 31 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ -1\ \ -2)$ $v_2 = (-3\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (-1\ \ 1\ \ -3)$ $v_4 = (1\ \ 0\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (2\ \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-1\ \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-3\ \ -3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

1) Alumnos en el curso 2 : 57

2) Alumnos en el curso 2 : 55

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{709}{10} = 70.9$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{113}{2} = 56.5$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{412\,367}{1\,953\,125} = 0.2$

6) Alumnos en el curso 2 : 89

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{139}{2} = 69.5$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{741}{10} = 74.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 3.843 % en el primer curso y 96.157 % en el segundo curso.

2) 3.473 % en el primer curso y 96.527 % en el segundo curso.

3) 14.405 % en el primer curso y 85.595 % en el segundo curso.

4) 3.644 % en el primer curso y 96.356 % en el segundo curso.

5) 54.4044 % en el primer curso y 45.5956 % en el segundo curso.

6) 27.391 % en el primer curso y 72.609 % en el segundo curso.

7) 12.428 % en el primer curso y 87.572 % en el segundo curso.

8) 22.64 % en el primer curso y 77.36 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 83

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -14+6\alpha & -18+9\alpha \\ 8-4\alpha & 10-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & 8 \\ -4 & -4 & -5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -2\ \ -2)$ $v_2 = (1\ \ -1\ \ -2)$ $v_3 = (-3\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (-1\ \ 0\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-2\ \ 1),\ (-7\ \ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 3 & -7 & -4 \\ -5 & 5 & 4 \\ 11 & -13 & -10 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ -2\ \ -1\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ 0\ \ 0\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ -1\ \ 3\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ -3\ \ 1\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,3\ \ -3\ \ 1\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{275}{4} = 68.8$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{551}{2} = 275.5$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2\,991\,109\,816\,136\,631\,773}{83\,886\,080\,000\,000\,000\,000} = 0.0$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1377}{5} = 275.4$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1287}{5} = 257.4$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1279}{5} = 255.8$

7) Alumnos en el curso 2 : 277

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1331}{5} = 266.2$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 0.637 % en el primer curso y 99.363 % en el segundo curso.

2) 28. % en el primer curso y 72. % en el segundo curso.

3) 38.0728 % en el primer curso y 61.9272 % en el segundo curso.

4) 16.779 % en el primer curso y 83.221 % en el segundo curso.

5) 9.426 % en el primer curso y 90.574 % en el segundo curso.

6) 6.661 % en el primer curso y 93.339 % en el segundo curso.

7) 41.682 % en el primer curso y 58.318 % en el segundo curso.

8) 16.282 % en el primer curso y 83.718 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 84

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -79+40\,\alpha & -50+25\,\alpha \\ 128-64\,\alpha & 81-40\,\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -5 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -8 & -4 & 3 \end{pmatrix}$:

$v_1=(1\ \ 1\ \ 0)$ $v_2=(0\ \ 2\ \ -1)$ $v_3=(-1\ \ 1\ \ 0)$ $v_4=(-1\ \ 1\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$, con vectores propios $V_1=\langle (1\ \ -3) \rangle$
- $\lambda_2=0$, con vectores propios $V_2=\langle (-1\ \ 4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -4 & 12 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ \ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ \ -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1 \ \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(1 \ \ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(1 \ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandc
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	150 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años.

1) Alumnos en el curso 2 : 171

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{752}{5} = 150.4$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{802}{5} = 160.4$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{89\,113\,874\,619}{20\,000\,000\,000} = 4.5$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{13\,743\,630\,951}{4\,000\,000\,000} = 3.4$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{124\,571\,584\,809}{20\,000\,000\,000} = 6.2$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1503}{10} = 150.3$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{794}{5} = 158.8$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abando
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 38.718 % en el primer curso y 61.282 % en el segundo curso.

2) 33.144 % en el primer curso y 66.856 % en el segundo curso.

3) 37.981 % en el primer curso y 62.019 % en el segundo curso.

4) 41.0426 % en el primer curso y 58.9574 % en el segundo curso.

5) 2.049 % en el primer curso y 97.951 % en el segundo curso.

6) 30.871 % en el primer curso y 69.129 % en el segundo curso.

7) 32.375 % en el primer curso y 67.625 % en el segundo curso.

8) 36.3636 % en el primer curso y 63.6364 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 85

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 7+2\alpha & 16+4\alpha \\ -4-\alpha & -9-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ 2)$ $v_2 = (0\ \ -1\ \ -1)$ $v_3 = (1\ \ 2\ \ -1)$ $v_4 = (-2\ \ 0\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (2\ \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-3\ \ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -7 & 12 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -7 & -4 \\ 12 & 7 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -7 & 4 \\ -12 & 7 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -7 & -12 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 4 & -3 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 3$ es valor propio con vector propio $(0 \ -2 \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(0 \ 3 \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-3 \ -2 \ -2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(0 \ 1 \ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(1 \ 0 \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5623}{10} = 562.3$

2) Alumnos en el curso 1 : 561

3) Alumnos en el curso 1 : 400

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{117\,649}{25\,000\,000\,000} = 5.0 \times 10^{-6}$

5) Alumnos en el curso 1 : 280

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2836}{5} = 567.2$

7) Alumnos en el curso 1 : 55

8) Alumnos en el curso 1 : 40

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 34.384 % en el primer curso y 65.616 % en el segundo curso.

2) 29.686 % en el primer curso y 70.314 % en el segundo curso.

3) 26.024 % en el primer curso y 73.976 % en el segundo curso.

4) 43.0501 % en el primer curso y 56.9499 % en el segundo curso.

5) 21.921 % en el primer curso y 78.079 % en el segundo curso.

6) 36.3636 % en el primer curso y 63.6364 % en el segundo curso.

7) 13.721 % en el primer curso y 86.279 % en el segundo curso.

8) 5.285 % en el primer curso y 94.715 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 86

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 5-6\alpha & -4+4\alpha \\ 9-9\alpha & -7+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=-1$ 3) $\alpha=0$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 6 & -6 & 18 \\ -6 & 15 & -36 \\ -3 & 6 & -15 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ 0\ 1)$ $v_2 = (3\ 0\ 0)$ $v_3 = (2\ 0\ 1)$ $v_4 = (0\ -3\ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-4\ 9), (3\ -7) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 2 : 105

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{283}{2} = 141.5$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{550}{9} = 61.1$

4) Alumnos en el curso 2 : 117

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1341}{10} = 134.1$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4\,208\,845\,259\,612\,868\,182}{4\,596\,834\,903\,662\,109\,375} = 0.9$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1203}{10} = 120.3$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1079}{10} = 107.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 24.362 % en el primer curso y 75.638 % en el segundo curso.

2) 43.748 % en el primer curso y 56.252 % en el segundo curso.

3) 19.824 % en el primer curso y 80.176 % en el segundo curso.

4) 31.748 % en el primer curso y 68.252 % en el segundo curso.

5) 41.249 % en el primer curso y 58.751 % en el segundo curso.

6) 51.685 % en el primer curso y 48.315 % en el segundo curso.

7) 35.488 % en el primer curso y 64.512 % en el segundo curso.

8) 29.661 % en el primer curso y 70.339 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 87

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 11-6\alpha & -18+9\alpha \\ 8-4\alpha & -13+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 15 & -6 & 12 \\ -6 & 6 & -6 \\ -18 & 9 & -15 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ -1\ \ -1)$ $v_2 = (-2\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (2\ \ 0\ \ -1)$ $v_4 = (-1\ \ 2\ \ 2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-31\ \ -74) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-18\ \ -43) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1333 & -774 \\ 2294 & 1332 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1333 & -3182 \\ 558 & 1332 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -1333 & 2294 \\ -774 & 1332 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -1333 & 558 \\ -3182 & 1332 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -12 & 6 \\ -20 & 10 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(2\ 0)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-2\ -1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3\ 5)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(3\ 5)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{10\,414\,757\,746\,932\,221}{20\,000\,000\,000} = 520737.9$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2902}{5} = 580.4$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2941}{5} = 588.2$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5889}{10} = 588.9$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2947}{5} = 589.4$

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2779}{5} = 555.8$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2843}{5} = 568.6$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5863}{10} = 586.3$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 44.1391 % en el primer curso y 55.8609 % en el segundo curso.

2) 8.934 % en el primer curso y 91.066 % en el segundo curso.

3) 12.606 % en el primer curso y 87.394 % en el segundo curso.

4) 14.335 % en el primer curso y 85.665 % en el segundo curso.

5) 15.329 % en el primer curso y 84.671 % en el segundo curso.

6) 1.056 % en el primer curso y 98.944 % en el segundo curso.

7) 7.347 % en el primer curso y 92.653 % en el segundo curso.

8) 9.707 % en el primer curso y 90.293 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 88

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -119+40\alpha & -192+64\alpha \\ 75-25\alpha & 121-40\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=3$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -4 & 6 & 6 \\ -12 & 14 & 12 \\ 8 & -8 & -6 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ 0\ \ 1)$ $v_2 = (-2\ \ -1\ \ -1)$ $v_3 = (-2\ \ 0\ \ -2)$ $v_4 = (-1\ \ 0\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (11\ \ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-15\ \ -4) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 45 & 12 \\ -165 & -44 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 45 & -60 \\ 33 & -44 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 45 & -165 \\ 12 & -44 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 45 & 33 \\ -60 & -44 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -12 & 9 \\ -16 & 12 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-4 \;\; -5)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(3 \;\; 4)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(1 \;\; 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \;\; 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-3 \;\; 2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle (1,1,-1), (0,1,1) \rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle (1,0,1) \rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle (2,1) \rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	100 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{15\,881\,837\,344}{21\,357\,421\,875} = 0.7$

2) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5137}{10} = 513.7$

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{400}{3} = 133.3$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{1013}{2} = 506.5$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{800}{3} = 266.7$

6) Alumnos en el curso 1 : 180

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{5037}{10} = 503.7$

8) Alumnos en el curso 1 : 400

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 36.1299 % en el primer curso y 63.8701 % en el segundo curso.

2) 30. % en el primer curso y 70. % en el segundo curso.

3) 1.34 % en el primer curso y 98.66 % en el segundo curso.

4) 26.658 % en el primer curso y 73.342 % en el segundo curso.

5) 18.348 % en el primer curso y 81.652 % en el segundo curso.

6) 9.445 % en el primer curso y 90.555 % en el segundo curso.

7) 25.306 % en el primer curso y 74.694 % en el segundo curso.

8) 23.919 % en el primer curso y 76.081 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 89

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -3+2\alpha & -1+\alpha \\ 4-4\alpha & 1-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -8 & -4 \\ 4 & -11 & -4 \\ -8 & 16 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1\ \ 0\ \ -1)$ $v_2 = (-1\ \ -1\ \ -1)$ $v_3 = (0\ \ -2\ \ -1)$ $v_4 = (3\ \ 0\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (3\ \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (5\ \ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -11 & 6 \\ -20 & 11 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -11 & -4 \\ 30 & 11 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -11 & 30 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -11 & -20 \\ 6 & 11 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 6 & 6 \\ 2 & -6 & -6 \\ -2 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 4$ es valor propio con vector propio $(\,-1\ \ -1\ \ 2\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(\,-1\ \ 0\ \ -2\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ -1\ \ 1\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,2\ \ 0\ \ 1\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,3\ \ -1\ \ 2\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{1537}{5} = 307.4$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{6561}{100\,000} = 0.1$

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{645}{2} = 322.5$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{679}{2} = 339.5$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{3287}{10} = 328.7$

6) Alumnos en el curso 1: 120

7) Alumnos en el curso 1: 90

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{623}{2} = 311.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 11.321% en el primer curso y 88.679% en el segundo curso.

2) 48.6833% en el primer curso y 51.3167% en el segundo curso.

3) 20.575% en el primer curso y 79.425% en el segundo curso.

4) 27.771% en el primer curso y 72.229% en el segundo curso.

5) 26.23% en el primer curso y 73.77% en el segundo curso.

6) 10.418% en el primer curso y 89.582% en el segundo curso.

7) −1848.68% en el primer curso y 1948.68% en el segundo curso.

8) 15.704% en el primer curso y 84.296% en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 90

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -13+15\alpha & -9+9\alpha \\ 25-25\alpha & 17-15\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=-1$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -4 & -6 & 6 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (2\ \ -2\ \ 0)$ $v_2 = (1\ \ -2\ \ 0)$ $v_3 = (0\ \ -2\ \ 1)$ $v_4 = (1\ \ 1\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (1\ \ -2) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (2\ \ -3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(0\ \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(7\ \ -3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{400}{3} = 133.3$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{253\,948\,574\,471}{2\,733\,750\,000\,000} = 0.1$

3) Alumnos en el curso 1: 280

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{2159}{5} = 431.8$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{4269}{10} = 426.9$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{4333}{10} = 433.3$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{2022}{5} = 404.4$

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{4227}{10} = 422.7$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 5.76923 % en el primer curso y 94.2308 % en el segundo curso.

2) 27.8467 % en el primer curso y 72.1533 % en el segundo curso.

3) 9.207 % en el primer curso y 90.793 % en el segundo curso.

4) 22.729 % en el primer curso y 77.271 % en el segundo curso.

5) 20.02 % en el primer curso y 79.98 % en el segundo curso.

6) 35.839 % en el primer curso y 64.161 % en el segundo curso.

7) 9.314 % en el primer curso y 90.686 % en el segundo curso.

8) 17.289 % en el primer curso y 82.711 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 91

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 98-24\alpha & -256+64\alpha \\ 36-9\alpha & -94+24\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=4$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=1$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} 5 & -6 & -4 \\ 12 & -13 & -8 \\ -12 & 12 & 7 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ 2\ \ -3)$ $v_2 = (0\ \ -2\ \ 3)$ $v_3 = (1\ \ -1\ \ 3)$ $v_4 = (-1\ \ 1\ \ -3)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-2\ \ -3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (1\ \ 1) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 12 & -5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 5 & 12 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 4 & -12 & -6 \\ -3 & 4 & 3 \\ 9 & -18 & -11 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(1\ 0\ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-3\ 1\ -5)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ -1\ 3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(3\ -3\ -3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ -1\ 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2527}{10} = 252.7$

2) Alumnos en el curso 2 : 155 250

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{523}{2} = 261.5$

4) Alumnos en el curso 2 : 251

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{503}{2} = 251.5$

6) Alumnos en el curso 2 : 100

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1324}{5} = 264.8$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2641}{10} = 264.1$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 17.014 % en el primer curso y 82.986 % en el segundo curso.

2) 39.0388 % en el primer curso y 60.9612 % en el segundo curso.

3) 20. % en el primer curso y 80. % en el segundo curso.

4) 11.617 % en el primer curso y 88.383 % en el segundo curso.

5) 15.024 % en el primer curso y 84.976 % en el segundo curso.

6) 9.012 % en el primer curso y 90.988 % en el segundo curso.

7) 25.79 % en el primer curso y 74.21 % en el segundo curso.

8) 22.238 % en el primer curso y 77.762 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 92

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -2-\alpha & 4+\alpha \\ -4-\alpha & 6+\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=0$ 5) $\alpha=3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 \\ -9 & -12 & 9 \\ -9 & -9 & 6 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-1 \;\; 0 \;\; -1)$ $v_2 = (1 \;\; 2 \;\; 0)$ $v_3 = (0 \;\; -1 \;\; 2)$ $v_4 = (-1 \;\; 1 \;\; -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (1 \;\; -2) , (3 \;\; -5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -12 & -5 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 0)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(1\ \ -2)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1442}{5} = 288.4$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{59\,588\,317\,070\,073}{470\,596\,000\,000\,000} = 0.1$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2673}{10} = 267.3$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1308}{5} = 261.6$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1293}{5} = 258.6$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{625}{7} = 89.3$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2563}{10} = 256.3$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2529}{10} = 252.9$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 45.654 % en el primer curso y 54.346 % en el segundo curso.

2) 34.3485 % en el primer curso y 65.6515 % en el segundo curso.

3) 45.439 % en el primer curso y 54.561 % en el segundo curso.

4) 25. % en el primer curso y 75. % en el segundo curso.

5) 18.663 % en el primer curso y 81.337 % en el segundo curso.

6) 10.268 % en el primer curso y 89.732 % en el segundo curso.

7) 15.914 % en el primer curso y 84.086 % en el segundo curso.

8) 14.995 % en el primer curso y 85.005 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 93

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 7-6\alpha & -9+9\alpha \\ 4-4\alpha & -5+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -15 & 6 & 12 \\ -12 & 3 & 12 \\ -8 & 4 & 5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ \ -3\ \ 0)$ $v_2 = (0\ \ 1\ \ -1)$ $v_3 = (1\ \ 0\ \ -3)$ $v_4 = (-1\ \ 0\ \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (4\ \ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-3\ \ -2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ -12 & -9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 8 & -6 \\ 12 & -9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 8 & 12 \\ -6 & -9 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(2\ \ 3)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2\ \ -1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abando
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	450 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años .

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4577}{10} = 457.7$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{4517}{10} = 451.7$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{13\,555\,051\,149}{100\,000\,000} = 135.6$

4) Alumnos en el curso 2 : 210

5) Alumnos en el curso 2 : 290

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2294}{5} = 458.8$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{3\,804\,155\,673}{10\,000\,000} = 380.4$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{79\,012\,760\,173}{500\,000\,000} = 158.0$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandc
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 19.917 % en el primer curso y 80.083 % en el segundo curso.

2) 17.031 % en el primer curso y 82.969 % en el segundo curso.

3) 36.205 % en el primer curso y 63.795 % en el segundo curso.

4) 4.257 % en el primer curso y 95.743 % en el segundo curso.

5) 10.363 % en el primer curso y 89.637 % en el segundo curso.

6) 20. % en el primer curso y 80. % en el segundo curso.

7) 12.245 % en el primer curso y 87.755 % en el segundo curso.

8) 4.172 % en el primer curso y 95.828 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 94

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -6+2\alpha & -2+\alpha \\ 8-4\alpha & 2-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ -4 & 7 & 2 \\ 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 0\ 0)$ $v_2 = (0\ -1\ 2)$ $v_3 = (-1\ -2\ 0)$ $v_4 = (0\ 3\ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-2\ 3) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-5\ 7) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 15 & 35 \\ -6 & -14 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 15 & -21 \\ 10 & -14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 15 & -6 \\ 35 & -14 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 15 & 10 \\ -21 & -14 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -4 & 3 & -3 \\ -5 & 4 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(3 \; -2 \; 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1 \; -1 \; 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(2 \; -3 \; 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-1 \; -1 \; 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(0 \; 1 \; 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1) y (1,0,1)) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, (1,1,-1), (0,1,1) y (1,0,1)) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente (2,1) sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como (4,2)=2(2,1), (6,3)=3(2,1), etc.) aunque estas no serán independientes con (2,1).

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	400 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{2087}{5} = 417.4$

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{710}{9} = 78.9$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{4021}{10} = 402.1$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{284\,927\,019\,823\,664\,623}{19\,131\,876\,000\,000\,000\,000} = 0.0$

5) Alumnos en el curso 2: 419

6) Alumnos en el curso 2: 285

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{817}{2} = 408.5$

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{2009}{5} = 401.8$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 26.52 % en el primer curso y 73.48 % en el segundo curso.

2) 0.585 % en el primer curso y 99.415 % en el segundo curso.

3) 12.806 % en el primer curso y 87.194 % en el segundo curso.

4) 57.385 % en el primer curso y 42.615 % en el segundo curso.

5) 29.009 % en el primer curso y 70.991 % en el segundo curso.

6) 7.936 % en el primer curso y 92.064 % en el segundo curso.

7) 14.533 % en el primer curso y 85.467 % en el segundo curso.

8) 11.538 % en el primer curso y 88.462 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 95

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -6+6\alpha & -4+4\alpha \\ 9-9\alpha & 6-6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-1$ 2) $\alpha=1$ 3) $\alpha=2$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -5 & 1 & 3 \\ -3 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1=(1\ \ 3\ \ 0)$ $v_2=(2\ \ 6\ \ 0)$ $v_3=(-2\ \ -6\ \ 0)$ $v_4=(-3\ \ -3\ \ -2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$, con vectores propios $V_1=\langle (7\ \ 1),\ (6\ \ 1)\rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 14 & -20 & -16 \\ 16 & -24 & -20 \\ -8 & 12 & 10 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ -2 \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ -3 \ 2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 2 \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-3 \ 1 \ 0)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(3 \ -3 \ 0)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{843}{10} = 84.3$

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{4\,084\,101}{200\,000\,000} = 0.0$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{647}{10} = 64.7$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{823}{10} = 82.3$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{446}{5} = 89.2$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{881}{10} = 88.1$

7) Alumnos en el curso 2: 45

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{468}{5} = 93.6$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 18.021 % en el primer curso y 81.979 % en el segundo curso.

2) 27.4292 % en el primer curso y 72.5708 % en el segundo curso.

3) 14.59 % en el primer curso y 85.41 % en el segundo curso.

4) 14.794 % en el primer curso y 85.206 % en el segundo curso.

5) 40.879 % en el primer curso y 59.121 % en el segundo curso.

6) 35.811 % en el primer curso y 64.189 % en el segundo curso.

7) 12.5 % en el primer curso y 87.5 % en el segundo curso.

8) 41.329 % en el primer curso y 58.671 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 96

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 8+2\alpha & 16+4\alpha \\ -4-\alpha & -8-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=-3$ 4) $\alpha=-4$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 5 & 3 & -6 \\ 6 & 8 & -12 \\ 6 & 6 & -10 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (-2\ \ 0\ \ -1)$ $v_2 = (2\ \ 0\ \ 1)$ $v_3 = (1\ \ -1\ \ 0)$ $v_4 = (-2\ \ 2\ \ 0)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-5\ \ -13),\ (-3\ \ -8) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 1)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1262}{5} = 252.4$

2) Alumnos en el curso 2 : 150

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{2529}{10} = 252.9$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1342}{5} = 268.4$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{125}{16\,384} = 0.0$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{75}{4} = 18.8$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{537}{2} = 268.5$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1253}{5} = 250.6$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 23.649 % en el primer curso y 76.351 % en el segundo curso.

2) 4.869 % en el primer curso y 95.131 % en el segundo curso.

3) 8.685 % en el primer curso y 91.315 % en el segundo curso.

4) −89.1806 % en el primer curso y 189.181 % en el segundo curso.

5) 32.0377 % en el primer curso y 67.9623 % en el segundo curso.

6) 6.694 % en el primer curso y 93.306 % en el segundo curso.

7) 19.933 % en el primer curso y 80.067 % en el segundo curso.

8) 18.1818 % en el primer curso y 81.8182 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 97

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2\alpha & \alpha \\ -4\alpha & -2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=0$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=2$ 5) $\alpha=-2$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -8 & 5 & 16 \\ 4 & -4 & -11 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (0\ 3\ 0)$ $v_2 = (-1\ 0\ 2)$ $v_3 = (0\ -1\ -2)$ $v_4 = (0\ -2\ 1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (-1\ -4) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (-1\ -5) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -20 & 5 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -4 & -20 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 5 & -11 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & 2 & -7 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1 \ -2 \ 1)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(-2 \ 1 \ -2)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -2$ es valor propio con vector propio $(2 \ 1 \ 1)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(-1 \ -1 \ 3)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -3$ es valor propio con vector propio $(2 \ 1 \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	250 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años .

1) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4637}{10} = 463.7$

2) Alumnos en el curso 1 : 315

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{6\,104\,007\,655\,641}{2\,000\,000\,000\,000} = 3.1$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4537}{10} = 453.7$

5) Alumnos en el curso 1 : 390

6) Alumnos en el curso 1 : $\frac{264\,251\,798\,418\,603}{2\,000\,000\,000\,000} = 132.1$

7) Alumnos en el curso 1 : $\frac{308\,906\,339\,887\,923}{2\,000\,000\,000\,000} = 154.5$

8) Alumnos en el curso 1 : $\frac{917}{2} = 458.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 22.666 % en el primer curso y 77.334 % en el segundo curso.

2) 10.902 % en el primer curso y 89.098 % en el segundo curso.

3) 2.81 % en el primer curso y 97.19 % en el segundo curso.

4) 16.103 % en el primer curso y 83.897 % en el segundo curso.

5) 11.345 % en el primer curso y 88.655 % en el segundo curso.

6) 70.51 % en el primer curso y 29.49 % en el segundo curso.

7) 8.331 % en el primer curso y 91.669 % en el segundo curso.

8) 18.763 % en el primer curso y 81.237 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 98

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -6+2\alpha & -4+\alpha \\ 16-4\alpha & 10-2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-4$ 2) $\alpha=2$ 3) $\alpha=-2$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=4$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz
$\begin{pmatrix} 16 & 12 & -6 \\ -12 & -10 & 4 \\ 24 & 16 & -10 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 0\ 3)$ $v_2 = (2\ 0\ 6)$ $v_3 = (0\ -1\ -2)$ $v_4 = (0\ 1\ 2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$, con vectores propios $V_1 = \langle (9\ -22) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$, con vectores propios $V_2 = \langle (7\ -17) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} 154 & -374 \\ 63 & -153 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 154 & -198 \\ 119 & -153 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 154 & 63 \\ -374 & -153 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 154 & 119 \\ -198 & -153 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 7 & -5 & 6 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ -1\ \ -2\,)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(\,0\ \ 3\ \ 0\,)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(\,-2\ \ 2\ \ 3\,)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 2$ es valor propio con vector propio $(\,1\ \ -1\ \ -2\,)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(\,-1\ \ -2\ \ 1\,)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{53\,523\,697}{320\,000} = 167.3$

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{2507}{5} = 501.4$

3) Alumnos en el curso 1: 504

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{20\,773\,423}{128\,000} = 162.3$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{125}{512} = 0.2$

6) Alumnos en el curso 1: 290

7) Alumnos en el curso 1: 250

8) Alumnos en el curso 1: 275

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 9.96 % en el primer curso y 90.04 % en el segundo curso.

2) 24.512 % en el primer curso y 75.488 % en el segundo curso.

3) 29.654 % en el primer curso y 70.346 % en el segundo curso.

4) 53.7592 % en el primer curso y 46.2408 % en el segundo curso.

5) 3.9 % en el primer curso y 96.1 % en el segundo curso.

6) 20.424 % en el primer curso y 79.576 % en el segundo curso.

7) 11.47 % en el primer curso y 88.53 % en el segundo curso.

8) 13.903 % en el primer curso y 86.097 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 99

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} 2-2\alpha & -4+4\alpha \\ 1-\alpha & -2+2\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=-3$ 2) $\alpha=-4$ 3) $\alpha=1$ 4) $\alpha=3$ 5) $\alpha=-1$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -8 & 9 & -4 \\ -12 & 12 & -5 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ 0\ -2)$ $v_2 = (-1\ 0\ 2)$ $v_3 = (0\ -1\ -2)$ $v_4 = (0\ 1\ 2)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$, con vectores propios $V_1 = \langle (8\ -5) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$, con vectores propios $V_2 = \langle (-3\ 2) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -16 & -40 \\ 6 & 15 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -16 & -24 \\ 10 & 15 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -16 & 6 \\ -40 & 15 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -16 & 10 \\ -24 & 15 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(0\ \ -2)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -5$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 1)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -4$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ 1)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	350 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1826}{5} = 365.2$

2) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1883}{5} = 376.6$

3) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1889}{5} = 377.8$

4) Alumnos en el curso 2 : $\frac{1921}{5} = 384.2$

5) Alumnos en el curso 2 : $\frac{130\,238\,797}{200\,000\,000} = 0.7$

6) Alumnos en el curso 2 : $\frac{410}{3} = 136.7$

7) Alumnos en el curso 2 : $\frac{749}{2} = 374.5$

8) Alumnos en el curso 2 : $\frac{715}{2} = 357.5$

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 5.849 % en el primer curso y 94.151 % en el segundo curso.

2) 10.084 % en el primer curso y 89.916 % en el segundo curso.

3) 19.002 % en el primer curso y 80.998 % en el segundo curso.

4) 25. % en el primer curso y 75. % en el segundo curso.

5) 39.1165 % en el primer curso y 60.8835 % en el segundo curso.

6) 0.804 % en el primer curso y 99.196 % en el segundo curso.

7) 9.49 % en el primer curso y 90.51 % en el segundo curso.

8) 2.02 % en el primer curso y 97.98 % en el segundo curso.

Matemáticas 1 - ADE - C - 2025/2026
Relación 05-Diagonalización para el número de serie: 100

Ejercicio 1

¿Para qué valor de α es diagonalizable la matriz $\begin{pmatrix} -14-6\alpha & 8+4\alpha \\ -18-9\alpha & 10+6\alpha \end{pmatrix}$?

1) $\alpha=1$ 2) $\alpha=0$ 3) $\alpha=4$ 4) $\alpha=-2$ 5) $\alpha=-3$

Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 3 & -3 \\ -12 & -8 & 6 \\ -6 & -3 & 1 \end{pmatrix}$:

$v_1 = (1\ \ -1\ \ -1)$ $v_2 = (0\ \ -1\ \ -1)$ $v_3 = (-3\ \ 0\ \ 0)$ $v_4 = (-2\ \ 0\ \ -1)$.

Elegir una de las siguientes opciones:

1) Solamente v_1 2) Solamente v_2 3) Solamente v_3 4) Solamente v_4 5) Todos 6) Ninguno

Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 1$, con vectores propios $V_1 = \langle (-3\ \ -2),\ (5\ \ 3) \rangle$

1) $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

1) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(3\ \ -2\ \ 3)$.

2) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 0$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ -3)$.

3) La matriz es diagonalizable y $\lambda = -1$ es valor propio con vector propio $(-2\ \ -1\ \ 2)$.

4) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 5$ es valor propio con vector propio $(-1\ \ -1\ \ -2)$.

5) La matriz es diagonalizable y $\lambda = 1$ es valor propio con vector propio $(1\ \ 1\ \ 3)$.

6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene solo dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios, $\lambda=1$ con vectores propios $\langle(1,1,-1),(0,1,1)\rangle$ y $\lambda=3$ con vectores propios $\langle(1,0,1)\rangle$, tendríamos tres vectores propios independientes (esto es, $(1,1,-1)$, $(0,1,1)$ y $(1,0,1)$) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por $\langle(2,1)\rangle$, los vectores propios serán no solamente $(2,1)$ sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como $(4,2)=2(2,1)$, $(6,3)=3(2,1)$, etc.) aunque estas no serán independientes con $(2,1)$.

Ejercicio 5

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	50 alumnos

Determinar el número de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años .

1) Alumnos en el curso 1 : 160

2) Alumnos en el curso 1 : 200

3) Alumnos en el curso 1 : $\frac{4177}{10} = 417.7$

4) Alumnos en el curso 1 : $\frac{2063}{5} = 412.6$

5) Alumnos en el curso 1 : $\frac{98\,714\,512\,873}{5\,000\,000\,000\,000} = 0.0$

6) Alumnos en el curso 1 : 20

7) Alumnos en el curso 1 : 405

8) Alumnos en el curso 1 : 30

Ejercicio 6

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

1) 16.156 % en el primer curso y 83.844 % en el segundo curso.

2) 17.313 % en el primer curso y 82.687 % en el segundo curso.

3) 34.084 % en el primer curso y 65.916 % en el segundo curso.

4) 29.51 % en el primer curso y 70.49 % en el segundo curso.

5) 47.9203 % en el primer curso y 52.0797 % en el segundo curso.

6) 2.984 % en el primer curso y 97.016 % en el segundo curso.

7) 28.923 % en el primer curso y 71.077 % en el segundo curso.

8) 14.306 % en el primer curso y 85.694 % en el segundo curso.