

MATEMÁTICAS II (29-06-2021)

NOMBRE: _____

GRADO EN: _____ GRUPO: _____

EJERCICIO 1.- Sea la función $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2(y-2)}{(x-1)^2 + (y-2)^2} & \text{si } (x, y) \neq (1, 2) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (1, 2). \end{cases}$$

(a) [4 puntos] Calcula las derivadas parciales $\frac{\partial f(0,0)}{\partial x}$ y $\frac{\partial f(1,2)}{\partial x}$.

(b) [3 puntos] Calcula la derivada direccional de f en el punto $(1, 2)$ en la dirección del vector $(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.

EJERCICIO 2.- Sean las funciones $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidas por

$$f(x, y) = \left(x^2y + e^{xy}, \cos\left(\frac{x}{y^2+1}\right) \right) \quad \text{y} \quad g(u, v) = (\sqrt[3]{v}, ve^u),$$

y sea $h = g \circ f$

(a) [6 puntos] Calcula la matriz jacobiana de la función h en el punto $(x, y) = (0, 1)$.

(b) [2 puntos] ¿Cuál es el valor de $\frac{\partial h(0,1)}{\partial x}$?

EJERCICIO 3.- [4 puntos] Sea la función de producción de Cobb-Douglas:

$$q = q(K, L) = 3K^{2\alpha}L^{\alpha/2}.$$

Determina el valor de α para el que la función q es de rendimientos constantes a escala.

EJERCICIO 4.- [10 puntos] Una empresa fabrica x unidades de un producto A e y unidades de un producto B . Se sabe que su función de producción es $f(x, y) = x - 1 + 3(y - 2)$ y que su función de coste es $c(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 2)^2$. ¿Para qué valores de x e y se maximiza la producción si el coste ha de ser de 4000 unidades monetarias?

EJERCICIO 5.-

(a) [3'5 puntos] Dibuja el recinto

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \leq \frac{4}{3}x, x^2 + y^2 \leq 25, x \geq 1, y \geq 0\}$$

y calcula los puntos de corte de las curvas que lo delimitan.

(b) [5 puntos] Calcula la integral doble $\iint_D y \, dx \, dy$,

(c) [2'5 puntos] Plantea el cálculo de $\iint_D y \, dx \, dy$ invirtiendo el orden de integración.