



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Material del curso "Análisis de datos procedentes de investigaciones mediante programas informáticos"

Manuel Miguel Ramos Álvarez

MATERIAL X "EXPLICACIÓN MULTIVARIADA CON MANOVA"

Índice

10.	Acercamiento con el fin explicativo: análisis de diferencias –ANOVA/MANOVA-.	2
10.1.	Bases de ANOVA. Extensión de la lógica del contraste de hipótesis a la comparación de más de dos medias.....	2
10.2.	Análisis Multivariado de Varianza (MANOVA) y de Covarianza (MANCOVA) para investigaciones Experimentales y Cuasiexperimentales	8
10.2.1.	Bases conceptuales	8
10.2.2.	Análisis detallado frente al análisis Global mediante Contrastes Multivariados .	9
10.2.3.	Generalización al Diseño Intr Sujetos o de medidas repetidas.....	10
10.2.4.	Generalización al Diseño Factorial.....	12
10.2.5.	Generalización a los diseños Factoriales que incluyen variables Intr Sujetos.	13
10.2.6.	Diseños que incluyen Covariados: ANCOVA y MANCOVA.	15
10.2.7.	Supuestos del análisis multivariado de varianza y covarianza	17
10.3.	Realización de los supuestos de prácticas.....	19
10.3.1.	Ejemplificación del análisis tipo ANOVA mediante el Supuesto M3	20

10. Acercamiento con el fin explicativo: análisis de diferencias –ANOVA/MANOVA-.

10.1. Bases de ANOVA. Extensión de la lógica del contraste de hipótesis a la comparación de más de dos medias

A) La lógica general del análisis

Dos fuentes de variación:

- La de **Tratamiento** es del tipo “**Entre**”, una fuente sistemática primaria según el esquema de Kish (**A**).
- El **Error** es del tipo “**Intra**”, una fuente de variación **Aleatoria** en el esquema de Kish (variaciones de los sujetos dentro de la variable independiente: **S/A**). También se entiende como **residual**, lo que queda en el modelo tras haber especificado todas las fuentes sistemáticas.

En cuanto a los cálculos:

- Calcular las Sumas de Cuadrados (SC) asociadas a estas dos fuentes.
- Concretar los grados de libertad (gl o símbolo nu: ν) asociados a cada una de las fuentes.
- Obtener las Medias de Cuadrados (MC) al dividir las SSC entre sus grados de libertad. Sólo son relevantes la MC Entre y MC Intra.
- A partir de la división entre las dos MMCC básicas se obtiene el estadístico de contraste F_k ; que se distribuye según el modelo de distribución F-Snedecor según los parámetros: alfa, grados libertad numerador y grados libertad denominador.
- Incluir la medida de estimación del efecto de tratamiento, cociente entre la SC de tratamiento y la Total.
- En la parte inferior se especifica el nivel de significación alfa con el que se adoptarán las correspondientes decisiones (los más usuales son un 0,05 ó un 0,01).

Tabla resumen del ANOVA para organizar dicha información:

	FUENTE	SC	gl (ν)	MC	F_k	η^2	p
Reducc. Err. AMP	Entre (Trat.)		a-1	$\frac{MC_{Entre}}{MC_{Intra}} *$	$\frac{SC_{Entre}}{SC_{Total}}$		$p(F_k)$
Error AMP	Intra (Err.)		N-a				
Error COM	Total		N-1				

* $p \leq \alpha$

$$F_k = \frac{MC_{Entre}}{MC_{Err}} \equiv \frac{RPE / gl}{(1 - RPE) / gl}$$

$$\eta^2 = \frac{SCR}{SCE(COM)}$$

➤ Supuesto M3

Analizar → Comparar medias → ANOVA de un factor → Dependientes: Exam, Social, Estrés. Factor: Grupo; Opciones → Descriptivos, Prueba de Homogeneidad, Brown-Forsythe, Welch, Gráfico de las medias → Continuar → Aceptar

Statistics → ANOVA → One-way ANOVA → OK → Dependent: Exam, Social, Estrés, Categorical: Grupo → OK → Pestaña More Results → Pestaña Means → Observed unweighted → Pestaña Assumptions → Levene's test & Normal p-p → Summary → Univariate results

Interpretación Univariada:

B) Análisis detallado frente al análisis Global mediante Contrastes

El análisis detallado de comparaciones viene dado por la descomposición de la SC de tratamiento. El estadístico de contraste vuelve a ser un cociente entre el efecto de tratamiento y el error, sólo que en este caso el efecto de tratamiento se concreta en algún contraste específico. En definitiva, el estadístico de contraste adoptaría la ecuación:

$$\text{RazónEfecto} \equiv \frac{Ef \text{ Contraste} + Ef \text{ residual}}{Ef \text{ residual}} \equiv \frac{\text{Variabilidad } \Phi}{\text{Variabilidad Error}} \Rightarrow \frac{\chi^2_{\Phi} / \nu_{\Phi}}{\chi^2_E / \nu_E} \Rightarrow {}_{\alpha} F_{\nu_{\Phi}; \nu_E}$$

Definición: Un contraste es un conjunto de coeficientes –ponderaciones– que permitan descomponer la variación total en función de hipótesis específicas. Han de ajustarse a las **propiedades:**

- Al menos dos de los coeficientes serán **no nulos**, o sea, dichos coeficientes han de comparar dos conjuntos de información. Esto no implica que sólo puedan aparecer dos medias en el contraste, sino que hay que reagruparlas para reducirlas a la comparación de dos términos.
- La **suma** de los coeficientes ha de ser cero a través de todos los niveles de la variable independiente sobre la que se aplican.

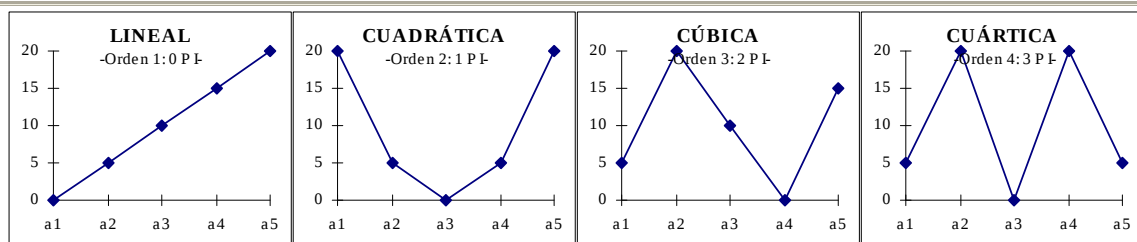
Variantes del análisis detallado

El análisis detallado en realidad se puede enfocar, a su vez, a través de tres variantes; dependiendo de los objetivos teóricos específicos:

- Análisis de contrastes a priori -planeados-, guiado por hipótesis concretas.
- Análisis de tendencias, según hipótesis que especifican una relación entre vi-vd.
- Análisis de contrastes a posteriori –no planeados-. Un enfoque de análisis exhaustivo que pretende analizar toda la información contenida en los datos y que por tanto no viene guiado por hipótesis específicas.

B.1 Análisis de Tendencias

Adaptado a partir del Cuadro 9.10 de Ramos, M.M.; Catena, A. y Trujillo, H. (2004). *Manual de Métodos y Técnicas de Investigación en Ciencias Del Comportamiento*. Madrid: Biblioteca Nueva.



- **Lineal (orden 1).** El parámetro β_1 tiene por objeto representar cualquier línea recta o relación lineal. La vi va elevada a la primera potencia y es por lo tanto de orden 1, sin cambios en la dirección de la tendencia (0 PI).
- **Cuadrático (orden 2).** La inclusión de X^2 en el modelo permite que Y aumente sistemáticamente conforme X se aleja de algún punto central del eje X ya sea en una dirección o en la otra. La cual puede tener un signo. Al elevar X a la segunda potencia, hay un cambio de dirección en la curva (1 PI).
- **Cúbico (orden 3).** La inclusión de la tercera potencia permite que Y primero disminuya, después aumente y de nuevo vuelva a disminuir conforme X va aumentando. Entonces hay dos cambios de dirección (2 PI).
- En general, **a-1-ártico (orden a-1)**, este mismo patrón se puede generalizar para cualquier valor de a. Si X es elevado a alguna potencia p, la curva asociada con X^p tiene contenidos p-1 puntos de inflexión.

B.2. Análisis a Posteriori

- ✓ El objetivo es analizar de manera exhaustiva o pormenorizada toda la información. Para esto, se comparan todos los niveles por pares [$c=a(a-1)/2$ comparaciones simultáneas en total].
- ✓ Se plantea el contraste como si fuera planeado pero la F empírica obtenida no se contrasta con la F teórica que le correspondería, $F_{\alpha; 1; N-a}$ sino con una F teórica que tenga en cuenta el número de comparaciones simultáneas que se realizan, o bien corrigiendo el nivel de significación mediante un razonamiento probabilístico (la desigualdad de Bonferroni, $\alpha_{pc} \approx \alpha_{ew}/c$) o bien estimando la F teórica con alguna de las pruebas específicas que se han construido a tal fin.

- Dunn-Bonferroni

$$F_{DB} = \alpha_{pc} F_{1;ve}$$

- Newman-Keuls:

$$F_{NK} = \frac{q_r^2}{2}$$

- Tukey:

$$F_T = \frac{q_a^2}{2}$$

- Scheffé:

$$F_S = (a-1)F_{OMNIBUS}$$

- La única diferencia entre un diseño EG y uno IS reside en los grados de libertad del error, que serían "N-a" en el primero de los dos diseños y "n-1" en el segundo.

➤ Supuesto M3 (A Posteriori)

Analizar, Comparar medias ... Contrastes → Post hoc → Bonferroni, Tukey → Continuar → Aceptar

Statistics → ANOVA ... → More Results → Pestaña Post-hoc → Tukey HSD → Bonferroni.

Interpretación:

(Comparar las tres técnicas):

- **Desviación.** Todas las categorías se comparan con la media total.
- **Simple:** Cada categoría excepto la última, se compara con la última categoría.
- **Diferencia:** Cada categoría excepto la primera, se compara con la media de las categorías anteriores.
- **Helmert:** Cada categoría, excepto la última, se compara con la media de las categorías posteriores.
- **Repetido:** Cada categoría excepto la primera, se compara con la categoría anterior.
- **Polinómico:** Comparaciones de tendencia: lineal, cuadrática...
- **Especial.** Utilizar la instrucción CONTRAST seguida de la especificación especial.

C) Resumen del Modelo

- Bien a través de Intervalos Confidenciales, bien a través de las estimaciones de la potencia Estadística.
- Para estimar la **potencia estadística** nos basaremos en RPE como medida del efecto de tratamiento, o mejor la medida ajustada, y a partir del mismo buscaremos en las curvas de potencia o mediante un programa especializado.

INTERVALOS CONFIDENCIALES

- Supuesto M3

Se obtienen con la opción de estadísticos de los análisis básicos

Interpretación:

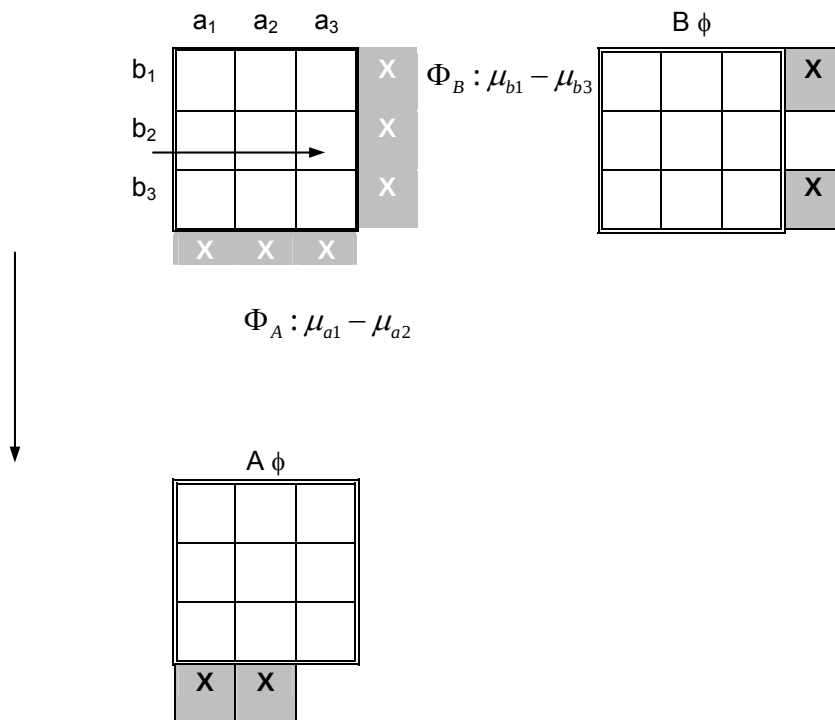
POTENCIA

- Supuesto M3

Statistics → Power Analysis → Power Calculation → Several Means, 1-Way (Planned Contrast) → OK → N: 10; Nº Groups: 3; Alpha: 0,05 RMSSE: 4,35889 (Botón Calc. Effects, Sigma: Raiz(MCE)=0,99) → OK → Calculate Power → start N: 10; End N: 100 → Power vs. N; Power vs. RMSSE; Power vs. Alpha

Opciones del programa Statistica:

- Power Calculation.
- Sample Size Calculation.
- Interval Estimation.
- Probability Distributions.

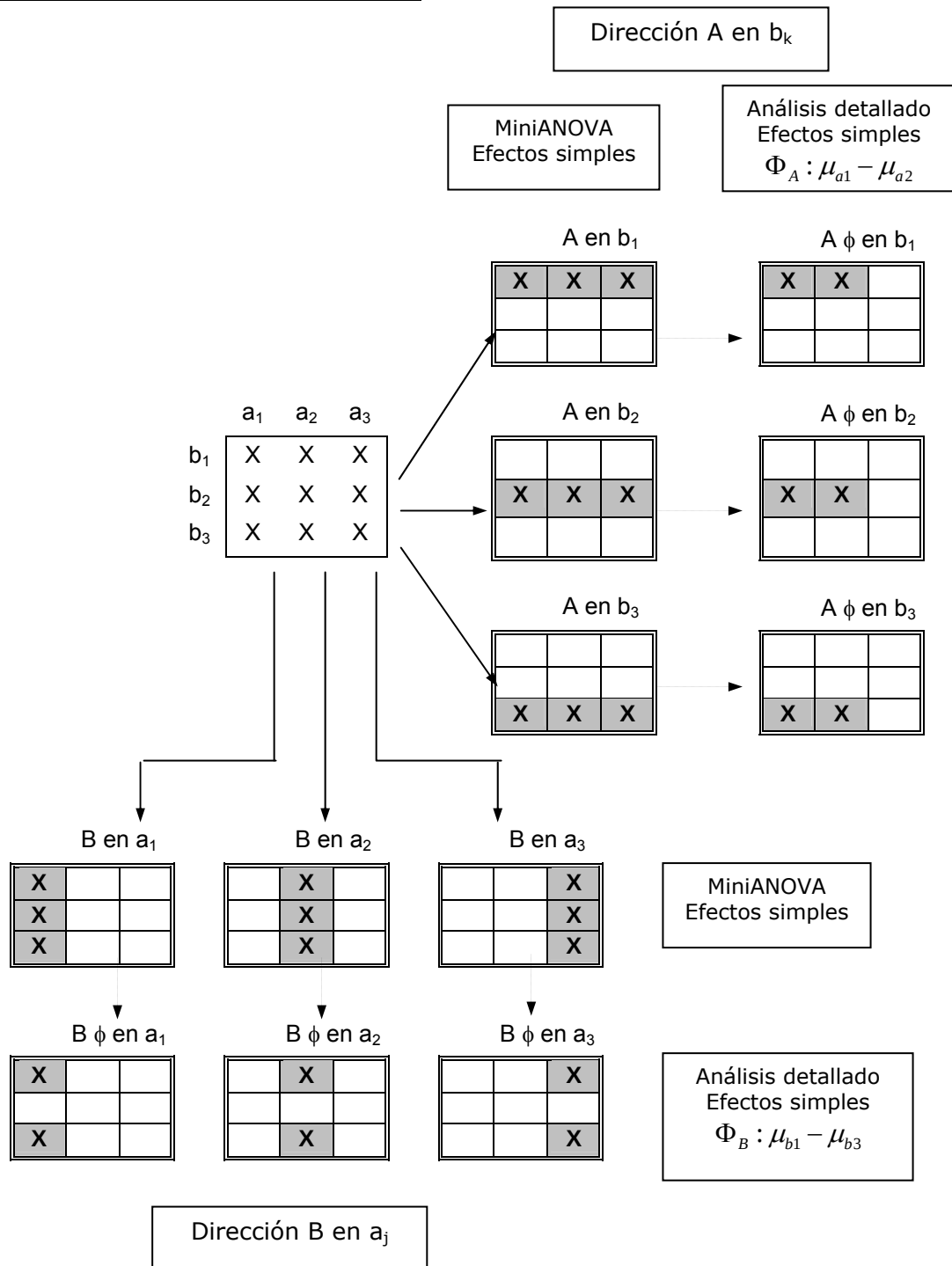
A. PERSPECTIVA DE DE EFECTOS PRINCIPALES

Analizar, Modelo Lineal General, Univariante ... Contrastes sobre la variable "Grupo" (que por defecto aún no tiene definido ningún contraste) y seleccionar en la lista desplegable inferior el tipo deseado de contraste, en el ejemplo Helmert y Cambiar, entonces botón Continuar y Aceptar.

Interpretación:
(tener presente que es sobre el efecto principal de una única variable)

Analizar, Modelo Lineal General, Univariante ... Post Hoc sobre la variable "Grupo", Marcar la opción Bonferroni asumiendo varianzas iguales, entonces Continuar y Aceptar.

Interpretación:
(tener presente que es sobre el efecto principal de una única variable y la interpretación a posteriori o exhaustiva).

B. PERSPECTIVA DE DE EFECTOS SIMPLES

- El problema es que SPSS está por completo orientado al análisis de efectos principales y por lo tanto hay que emplear una **estrategia de selección** para el análisis de efectos simples.

En el caso de A en b_1

- Datos
- Seleccionar Casos
- Si se satisface la condición:
- Si
- Grupo=1
- Continuar

- Para el MiniANOVA, igual que en el ANOVA global pero sin la variable de agrupamiento
- Para un Contraste, igual que en el MiniANOVA pero restringiendo la variable agrupam únicamente a los dos que estén implicados en el contraste.

Interpretación:

Efectos simples de las dos capas implicadas.

Mes en Tipo1

Mes en Tipo2

10.2. Análisis Multivariado de Varianza (MANOVA) y de Covarianza (MANCOVA) para investigaciones Experimentales y Cuasiexperimentales

10.2.1. Bases conceptuales

- MANOVA es la extensión del análisis de varianza (ANOVA) cuando se mide en más de una variable dependiente y éstas están relacionadas entre sí. La variable independiente es no métrica (variable nominal) y las dependientes son métricas. Para analizar datos de investigaciones experimentales en los que se manipula alguna variable independiente al menos y se quiere constatar su efecto sobre las variables dependientes.
 - Por ejemplo, para examinar el efecto de un conjunto de programas terapéuticos de ansiedad, sería lógico aplicar cada programa a un grupo diferente de sujetos, y además medir mediante cuestionarios varios aspectos de la ansiedad: la ansiedad ante los exámenes, en situaciones sociales y ante eventos estresantes.
- El análisis se realiza sobre variables creadas a partir las dependientes, sobre **los variados** y así usar más información para tomar decisiones que ANOVA y de forma más económica o directa, con mayor sensibilidad y permitiendo seleccionar lo más relevante de las medidas (determinar la importancia de cada variable dependiente en el efecto observado).
- Luego sirve para analizar diseños estrictamente Multivariados pero también para diseños con medidas repetidas (o variables intrasujetos).

Bases Conceptuales

- Se contrasta una sola hipótesis: que las medias de los g grupos son iguales en las p variables dependientes, que los g vectores de medias de grupo -llamados *centroides*-son iguales:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : \underbrace{\begin{pmatrix} \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ \mu_{13} \end{pmatrix}}_{G1} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mu_{21} \\ \mu_{22} \\ \mu_{23} \end{pmatrix}}_{G2} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mu_{31} \\ \mu_{32} \\ \mu_{33} \end{pmatrix}}_{G3} \\ H_1 : \text{Al menos dos difieren} \end{array} \right\} \text{Que equivale a } H_0 : (v_1 = v_2 = v_3)$$

donde las v_k son las medias de cada tratamiento en el variado.

Lógica general del análisis:

- La aproximación univariada trataría los datos realizando un análisis de cada variable dependiente por separado. El estadístico de contraste es una razón F entre una variabilidad "Entre" (el efecto del tratamiento) y una variabilidad "Intra" (el Error). Por ejemplo para 3 var.dep. tenemos que adoptar tres decisiones.
- La aproximación multivariada contrasta simultáneamente las diferencias sobre las tres variables dependientes.

➤ Supuesto M3

Analizar → Modelo Lineal General → Multivariante → Dependientes: Exam, Social, Estrés. Factores fijos: Grupo; Opciones → Descriptivos, Prueba de Homogeneidad, Brown-Forsythe, Welch, Gráfico de las medias → Continuar → Aceptar Statistics → Advanced Linear/... → General Linear Models → OK → General Linear Models → Variables → Dependent: Exam, Social, Estrés, Categorical: Grupo → OK → Pestaña More Results → Pestaña Means → Observed unweighted → Pestaña Assumptions → Levene's test & Normal p-p & Box M → Summary: seleccionar Multivariate Tests parte inferior: Pillai's, Hotelling's; Roy's → Test All Effects

Estadísticos Multivariantes

- Lambda de Wilks y aproximación F de Rao (Λ).**
- Traza de Pillai-Bartlett (T).**
- Raíz característica (máxima) de Roy con estadístico F aproximado.**
- T^2 de Hotelling-Lawly y Traza Hotelling-Lawly generalizada. Aproximación χ^2 de Tiku.**

Fase de Resumen del modelo

- Obtención de la potencia del efecto y de la magnitud del efecto (razón de correlación ajustada). Para los detalles ver el manual de Catena, Ramos y Trujillo (2003) y Ramos, Catena y Trujillo (2004).

Conclusión: Decisiones sobre el estadístico más adecuado.

- A veces producen resultados diferentes y con un estadístico se rechaza la hipótesis nula, mientras que con otro no pueda rechazarse. Solamente coincidirán con 1 variable dependiente o 2 grupos.
- El más adecuado depende de los intereses específicos del investigador, cuál le sea más cómodo de interpretar y le proporcione resultados significativos.
- En general, según la investigación Montecarlo la traza de Pillai-Bartlett, T y Λ son los estadísticos más apropiados y la Raíz de Roy el más incompleto.
- Cuando podemos rechazar la hipótesis nula con cualquiera, la elección es irrelevante en la práctica y técnicamente seleccionar el de mayor potencia o el de mayor magnitud efecto.

10.2.2. Análisis detallado frente al análisis Global mediante Contrastes Multivariados

- Una vez que el MANOVA global ha resultado significativo, se realizan los contrastes que concreten los niveles de la variable independiente que producen las diferencias.
- Es una suma ponderada de centroides, específicamente: $\Phi = \mathbf{CM} = c_{i1}\mu_1 + c_{i2}\mu_2 + \dots + c_{ik}\mu_k$
- El estadístico de contraste es el análogo multivariado de la t de Student, **la T^2 de Hotelling**.
- En los programas de análisis:
 - o SPSS **no proporciona** una forma sencilla de realizar estos contrastes y se haría seleccionando grupos selectivamente como vimos en el repaso de conceptos básicos [Datos -> Seleccionar casos -> Si se satisface la condición -> Si: Grupo<3 -> Continuar -> Aceptar]. Esta secuencia crea una nueva variable Filter_\$ que adjudica 1 a los casos que serán analizados y 0 a los que serán excluidos del análisis. A continuación realizamos el análisis multivariado como hemos indicado más arriba.
 - o Pero esta perspectiva no es adecuada ya que no permite manejar el Error Global. Para ello sería preferible un programa alternativo como Statistica.
- Son aplicables los conocimientos básicos de contrastes (ver el repaso), se pueden hacer a priori, de tendencias o a posteriori. A posteriori lo más conveniente es efectuar los contrastes requeridos como a priori y corregir el nivel de significación según Bonferroni.

➤ Supuesto M3

- Datos -> Seleccionar casos -> Si se satisface la condición -> Si: Grupo<3 -> Continuar -> Aceptar
- Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Dependientes: Exam, Social, Estrés. Factores fijos: **Filter_\$**; Opciones -> Descriptivos, Gráfico de las medias -> Continuar -> Aceptar

Statistics -> Advanced Linear/... -> General Linear Models -> OK -> General Linear Models -> Variables -> Dependent: Exam, Social, Estrés, Categorical: Grupo -> OK -> Pestaña More Results -> Pestaña **Planned comps** -> Specify Contrasts for LS means -> 1; -1;0 -> OK -> Compute

- ... Pestaña Planned comps -> Contrasts for LS means -> **Polynomial** -> Linear -> OK -> Compute

Interpretación:

10.2.3. Generalización al Diseño Intrajetivos o de medidas repetidas

- El análisis de medidas repetidas se basa en una descomposición ortogonal de la variabilidad y en la obtención de puntuaciones de diferencias, que es la forma de neutralizar en ANOVA la correlación inherente a este tipo de diseños.
- Por lo demás, hay que obtener el mismo tipo de términos que vimos en las bases y trabajando sobre contrastes.

La tabla completa de ANOVA

	FUENTE	SC	Gl	MC	F	η^2	P
	TOTAL		N-1				
	EnreSuj		n-1				
	IntraSuj		n(a-1)				
$\alpha_j \rightarrow$	A		(a-1)				
$\epsilon_{ij} \rightarrow$	AxS		(a-1)(n-1)	MC_A / MC_{AxS}^*			
	*p < 0,05 **p < 0,01						

El estadístico de contraste era:

$$\rightarrow F_A = \frac{MC_A}{MC_{AxS}} = \frac{SC_A / (a-1)}{SC_{AxS} / ((a-1)(n-1))}; F_{(a-1); (a-1)(n-1)}$$

Que, dada la problemática con el supuesto de esfericidad, se puede analizar según una de dos aproximaciones:

- Aproximación Geisser-Greenhouse para estimar la F teórica. Se aplica una corrección a los grados de libertad.
 - Basada en Estadísticos de análisis Multivariante
- Es decir, la aproximación multivariada de por sí es la mejor a este tipo de diseños, independientemente de que el investigador quisiera abordarlo desde esta perspectiva o no.

EN EL ANÁLISIS DETALLADO

- Hay que estimar un término error específico para cada análisis, que se entiende como la interacción de los tratamientos por el contraste ($A\phi_{XS}$).
- Las pruebas a posteriori se generalizan perfectamente a partir del diseño básico Entregupos:

• Dunn-Bonferroni	$\alpha_{pc} F_{1;v_\epsilon};$ Donde $\alpha_{pc} \approx \frac{\alpha_{EW}}{c}$ y $c = \frac{a(a-1)}{2}$
• Newman-Keuls	$F_{NK} = \frac{\alpha q_{r;v_\epsilon}^2}{2};$ r es el rango, entre 2..a.
• Tukey	$F_T = \frac{\alpha q_{a;v_\epsilon}^2}{2};$ para r máximo.
$v_\epsilon \left\langle \begin{array}{l} (n-1) \text{ si no homoced.} \\ (a-1)(n-1) \text{ si homoced.} \end{array} \right\rangle$	
• Scheffé	$F_S = (a-1)_{\alpha} F_{(a-1); (a-1)(n-1)}$

- Post Hoc para el análisis a posteriori

(Contemplar la problemática supuesto esfericidad y comparar estrategias correctoras con Multivariado):

1)	Primero definimos las comparaciones y comprobamos que son ortogonales											
		C					1 -1			2 0		SCc1 SP
	1	0	-1				0	2	=	0	6	SP SCc2
	-1	2	-1				-1	-1				
2)	Calculamos las diferencias en cada sujeto, D = YC'											
	Y									D		
	5	8	18							-13	-7	
	3	6	17			1	-1			-14	-8	
	4	5	13			0	2	=		-9	-7	
	6	10	16			-1	-1			-10	-2	
	2	6	16							-14	-6	
3)	Calculamos la matriz de sumas de cuadrados y productos cruzados total											
		D'								D		T=D' D
										-13	-7	
	-13	-14	-9	-10	-14					-14	-8	742 370
	-7	-8	-7	-2	-6					-9	-7	= 370 202
										-10	-2	
										-14	-6	
4)	Calculamos los efectos multiplicando medias por comparaciones											
		M					1 -1			Me		
	4	7	16				0	2	=	-12	-6	
							-1	-1				
5)	Calculamos la suma de cuadrados y productos cruzados de efecto: H=nMe'Me											
		Me'					Me			H		
	5	-12				-12	-6			720	360	
		-6								360	180	
6)	Calculamos la de error: E=T-H											
										E		
	742	370	-	720	360					22	10	
	370	202		360	180					10	22	
7)	La lambda de Wilks es el cociente entre determinantes de error y total											
	$\Lambda =$	0.03										

10.2.4. Generalización al Diseño Factorial.

- La generalización sigue la ecuación general Univariada:

$$SC_{TOTAL} = SC_A + SC_B + SC_{A \times B} + SC_{ERROR \text{ INTRA}}$$

- En Multivariado: la ecuación queda como:

$$\mathbf{T} = \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_B + \mathbf{H}_{A \times B} + \mathbf{W},$$

H matrices de sumas de cuadrados y productos cruzados de efecto

W la de sumas de cuadrados y productos cruzados error.

- Habrá que computar tres estadísticos de contraste, uno para cada efecto principal, cada factor, y otro para su interacción.

➤ Supuesto M3.2

Analizar → Modelo Lineal General → Multivariante →
 Dependientes: Exam, Social, Estrés. Factores fijos: Grupo,
 TiemSufr → Aceptar

➤ Añadir las consideraciones vistas más atrás

Statistics → Advanced Linear/... → GLM → OK → GLM
 → Variables → Dependent: Exam, Social, Estrés, Categorical:
 Grupo - TiemSufr → OK → *Pestaña* More Results → *Pestaña*
 Means → Observed unweighted → *Pestaña* Assumptions →
 Levene's test & Normal p-p & **Box M** → Summary: seleccionar
 Multivariate Tests parte inferior: Pillai's, Hotelling's; Roy's → Test
 All Effects

Interpretación:

- Realice el análisis global Multivariado frente a Univariado.
- Realice el análisis detallado de contrastes tanto para efectos principales como para efectos simples.
- Realice un análisis relacionado con la fase de resumen del modelo.

10.2.5. Generalización a los diseños Factoriales que incluyen variables Intrasujetos.

- SPSS proporciona dos tipos de análisis:
 - o uno multivariado para los factores repetidos (los ensayos de entrenamiento)
 - o Otro univariado para los factores entre grupos (la práctica).
- Respecto al análisis detallado de efectos simples:
 - o Cuando consideremos los efectos del factor entre grupos en cada nivel del factor repetido debemos emplear ANOVA,
 - o Cuando analicemos los del factor intra sujeto en cada grupo debemos emplear MANOVA.

➤ Supuesto M3.3, **Factorial Intrasujetos:**

Analizar → Modelo lineal general → medidas repetidas → Nombre del factor: Ensayos, número de niveles: 3, Añadir; Nombre del factor: Práctica, número de niveles: 2, Añadir; Nombre de la medida: Depend → Definir → Variables intra-sujetos: E10_Mas, E10_Dis, E50_Mas, E50_Dis, E500_Mas, E500_Dis → Contrastes: Polinómico → Cambiar → Aceptar

Statistics → Advanced Linear/... → GLM → GLM → Variables: Dependent: E10_Mas, E50_Mas, E500_Mas, E10_Dis, E50_Dis, E500_Dis, → OK → Within Effects: No. Of levels: 2; Factor Name: Practica, → No. Of levels: 3; Factor Name: Ensayos → OK → OK → Pestaña More Results → Pestaña Summary → Within effects: Multiv tests, G-G and H-F, Sphericity Test → .Pestaña **Planned comps** → Specify Contrasts for LS means → **Polynomial** → Linear → OK → Compute

➤ **Tener presente que en Statistica la primera variable intra que se define es la que cambia más rápido y así sucesivamente con las restantes.**

Interpretación:

- Realice el análisis global Multivariado frente a Univariado.
- Realice el análisis detallado de contrastes tanto para efectos principales como para efectos simples.
- Realice un análisis relacionado con la fase de resumen del modelo.

➤ Supuesto M3.4, **Factorial Mixto:**

Analizar → Modelo lineal general → medidas repetidas → Nombre del factor: Ensayos, número de niveles: 3, Añadir; Nombre de la medida: Depend → Definir → Variables intra-sujetos: E10_Mas, E50_Mas, E500_Mas; Factores inter-sujetos: GrupoPrac → Contrastes: Polinómico → Cambiar → Aceptar

Statistics → Advanced Linear/... → GLM → GLM → Variables: Dependent: E10_Mas, E50_Mas, E500_Mas; Categorical pred: GrupoPrac → OK → Within Effects: No. Of levels: 3; Factor Name: Ensayos → OK → OK → Pestaña More Results → Pestaña Summary → Within effects: Multiv tests, G-G and H-F, Sphericity Test → .Pestaña **Planned comps** → Specify Contrasts for LS means → **Polynomial** → Linear → OK → Compute

Interpretación:

- Realice el análisis global Multivariado frente a Univariado.
- Realice el análisis detallado de contrastes tanto para efectos principales como para efectos simples.
- Realice un análisis relacionado con la fase de resumen del modelo.

10.2.6. Diseños que incluyen Covariados: ANCOVA y MANCOVA.

A) BASES CONCEPTUALES: ANCOVA

- La pregunta clave es: ¿Qué puede mejorarse ahora respecto del ANOVA, al incluir el covariado? En primer lugar, decir que es importante determinar si se puede conseguir una disminución del error usando ANCOVA. Si la variable extraña no correlaciona con la variable dependiente, la inclusión de aquella es innecesaria e inadecuada

- La ecuación estructural como modelo de un ANCOVA básico es:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_j + \beta(Z_{ij} - \bar{Z}) + \varepsilon_{i(j)}$$

- Añadimos la variable extraña Z; pero entendiéndose que se trata de una variable continua diferente de alfa, que corresponde al tratamiento. Se introduce con la intención de descontar su influencia sobre la variable dependiente.
- El efecto del tratamiento (α_j) será la diferencia entre las medias de tratamiento corregidas en función de lo que de esa diferencia pueda predecirse desde la covariable; o sea:

$$\bar{\alpha}_j \rightarrow (\bar{Y}_j - \bar{Y}) - \beta(\bar{Z}_j - \bar{Z})$$

- A su vez, la estimación de la pendiente ya la conocemos sobradamente, que en este contexto se obtiene a partir de: $\beta = \frac{SP_{YZ}}{SC_Z}$

- La ecuación básica es: $SP_{TOTAL} = SP_{ENTRE} + SP_{INTRA}$:

$$\underbrace{\sum_j \sum_i (Z_{ij} - \bar{Z})(Y_{ij} - \bar{Y})}_{SP_{T(YZ)}} = \underbrace{\sum_j n_j (\bar{Z}_j - \bar{Z})(\bar{Y}_j - \bar{Y})}_{SP_{Entre(YZ)}} + \underbrace{\sum_j \sum_i (Z_{ij} - \bar{Z}_j)(Y_{ij} - \bar{Y}_j)}_{SP_{Intra(YZ)}}$$

- El paralelismo con ANOVA se mantiene también en las sumas de productos. La Tabla resumen queda, pues:

	Fuente	SC(Adj)	gl (ν)	MC(Adj)	F_k	η^2	p
$\hat{\alpha}_j \rightarrow$	Entre (Trat.)	$SC_{Entre(Adj)} = SC_{T(Adj)} - SC_{Intra(Adj)}$	a-1	$MC_{Entre} = \frac{SC_{Entre}}{a-1}$	$\frac{MC_{Entre}}{MC_{Intra}} *$	$\frac{SC_{Entre}}{SC_{Total}}$	$p(F_k)$
$\hat{\varepsilon}_{ij} \rightarrow$	Intra (Err.)	$SC_{Intra(Adj)} = SC_{Intra(Y)} - \frac{[SP_{Intra(YZ)}]^2}{SC_{Intra(Z)}}$	N-a-1	$MC_{Intra} = \frac{SC_{Intra}}{N-a-1}$			
	Total	$SC_{T(Adj)} = SC_{T(Y)} - \frac{[SP_{T(YZ)}]^2}{SC_{T(Z)}}$	N-2				

* $p \leq \alpha$

B) ANÁLISIS DETALLADO EN EL CONTEXTO ANCOVA

- La obtención de un efecto significativo en ANCOVA, como en ANOVA, debe concretarse mediante análisis de comparaciones, sean éstas planeadas, de tendencias o mediante pruebas a posteriori.
- Hay dos cuestiones fundamentales que diferencian ANCOVA de ANOVA a este respecto.
 - o En ANCOVA las medias deben ser corregidas, teniendo en cuenta el covariado, del siguiente modo:

$$\bar{Y}_{j(Adj)} = \bar{Y}_j - \hat{\beta}_{Intra(ZY)} (\bar{Z}_j - \bar{Z}); \text{ la pendiente } SP_{Intra(YZ)} / \text{ la } SC_{Intra(Z)}.$$

- o el término error de los contrastes también debe ser ajustado en función del covariado:

$$MC_{Err(Adj)} = MC_{Intra(Adj)} + (MC_{Intra(Adj)}) \left(\frac{MC_{Entre(Z)}}{SC_{Intra(Z)}} \right)$$

C) EXTENSIÓN AL CONTEXTO MULTIVARIADO: MANCOVA

- La lógica es calcular los parámetros de la regresión de las dependientes sobre los covariados y eliminar de las dependientes lo que puede ser predicho por éstos.
- La variabilidad restante se debe a la intervención y al error, que pueden separarse de la misma manera que en el MANOVA ordinario.
- La secuencia de comandos sería la siguiente:

➤ Supuesto M3.3, **Factorial Intrasujetos:**

Analizar → Modelo Lineal General → Multivariante → Dependientes: Des_Teo, Des_Prac. Factores fijos: Grupo. Covariables: Ant_Teo, Ant_Prac → Aceptar

➤ Añadir las consideraciones vistas más atrás

Statistics → Advanced Linear... → GLM → OK → GLM → Variables → Dependent: Des_Teo, Des_Prac. Categorical: Grupo. Continuous pred: Ant_Teo, Ant_Prac → OK → Summary: seleccionar Multivariate Tests parte inferior: Pillai's, Hotelling's; Roy's → Test All Effects

Interpretación:

- Realice el análisis global Multivariado frente a Univariado.
- Realice el análisis detallado de contrastes tanto para efectos principales como para efectos simples.
- Realice un análisis relacionado con la fase de resumen del modelo.

10.2.7. Supuestos del análisis multivariado de varianza y covarianza

Cuadro 7.2. Adaptado a partir de Ramos, M.M.; Catena, A. y Trujillo, H. (2004). *Manual de Métodos y Técnicas de Investigación en Ciencias Del Comportamiento*. Madrid: Biblioteca Nueva.

A) SUPUESTOS DETALLADOS

Supuestos estadísticos:

- 1) Poblaciones distribuidas según la **Normal**.
- 2) Las observaciones son **muestras aleatorias**.
- 3) Numerador y denominador de F son estimaciones de **la misma varianza poblacional**, σ_{ϵ}^2 .
- 4) Numerador y denominador de F son **independientes**.

Supuestos respecto al diseño:

- 1) La ecuación estructural del modelo es **aditiva**.
- 2) El experimento contiene **todos los niveles de tratamiento**.
- 3) El **error E_{ij}** es **independiente**.
- 4) El **error E_{ij}** se distribuye según una **Normal**.
- 5) Las **varianzas Error son equivalentes**.

B) SUPUESTOS GENERALES

- 1) **Normalidad**. Las observaciones se extraen de poblaciones distribuidas según la Normal.
 - Pruebas de Bondad de Ajuste.
- 2) **Homocedasticidad**. El numerador y denominador de la razón F son estimaciones de la misma varianza poblacional, σ_{ϵ}^2 . De ahí que las varianzas en los diferentes tratamientos tienen que ser iguales.
 - Prueba de Hartley, Levene, **Brown-Forsythe**.
 - Supuesto de Esfericidad respecto a Homogeneidad de Varianzas-Covarianzas según la Prueba de Mauchly.
- 3) Respecto a cada nivel j, el **error E_{ij}** ha de cumplir algunas condiciones:
 - Es **independiente** del resto de errores.
 - Se distribuye según una **Normal** dentro de cada población de tratamiento $N(0, \sigma_{\epsilon}^2)$. Es decir con **media cero y varianzas equivalentes**.
 - Prueba Rachas, Corr. Intraclass, Durbin-Watson.
- 4) La ecuación estructural del modelo refleja una composición **aditiva** de las fuentes de variación.
- 5) Problema **puntuaciones extremas**. Todas las variantes del ANOVA son muy sensibles a puntuaciones extremas ya que sus efectos sobre los estadísticos de contraste pueden alterar drásticamente las conclusiones.
 - Programas o módulos para estadísticos descriptivos y valores de influencia indebida.

C) RESPECTO A ANCOVA/MANCOVA

1) Independencia de factor y covariado. La independencia implica que factor y covariado no interactúan. Por tanto, sólo es necesario añadir el término de la interacción a la ecuación estructural y evaluar su posible significación estadística, así:

$$Y_i = \beta_0 + \underbrace{\beta_1 Z_i}_{\text{var. extraña}} + \underbrace{\beta_2 \Phi_{i1} + \beta_3 \Phi_{i2}}_{\text{var. independiente}} + \underbrace{\beta_4 Z_i \Phi_{i1} + \beta_5 Z_i \Phi_{i2}}_{\text{Interaccion}} + \epsilon_i$$

β_1 expresa la relación entre la variable extraña y la dependiente,

β_2 y β_3 la relación entre factor y dependiente,

β_4 y β_5 , la interacción.

La ecuación contiene una solución alternativa ante el incumplimiento (retener los términos de interacción dentro del modelo e interpretar ANCOVA en función de la interacción).

2) Homogeneidad de las pendientes.

Se puede evaluar dentro del marco ANOVA/ANCOVA, a partir del siguiente test estadístico:

$$F = \frac{MC_{Entre(Regres)}}{MC_{Intra(Regres)}} = \frac{SC_{Entre(Regres)} / a - 1}{SC_{Intra(Regres)} / a(n-2)}; \alpha F_{a-1; a(n-2)}$$

Conclusiones

- Para sistematizar este tipo de análisis se recomienda tener presente el esquema que aparece al final del capítulo IX del manual de Catena, Ramos y Trujillo (2003).
- Además para detalles sobre los supuestos se recomienda el capítulo VII del manual de Ramos, Catena y Trujillo (2004).

10.3. Realización de los supuestos de prácticas

Guía del análisis en ANOVA

- Análisis exploratorio de los diagramas de cajas
- Análisis del modelo SATURADO de referencia (i.e. con interacción) para guiar el resto de análisis en función de que el enfoque sea efectos principales vs interacción
- Análisis de los supuestos: Normalidad, Homocedasticidad, Independencia errores. Incluyendo pruebas estadísticas, diagramas de cajas y Análisis de los residuales (estandarizados)
- Si gráficos de residuales sugieren funciones curvilíneas y las variables son cuantitativas en origen; entonces pasar al análisis polinómico (regresión curvilínea).
- Incluir interacciones si están justificadas desde el punto de vista teórico.
- Pasar al análisis detallado de contrastes/tendencias vs. a-posteriori

10.3.1. Ejemplificación del análisis tipo ANOVA mediante el Supuesto M3

1) Análisis preliminares de cada supuesto

Análisis exploratorio de los diagramas de cajas

[Gráficos|Diagramas de cajas...|Agrupado]

Análisis del modelo SATURADO de referencia

[Analizar|Modelo lineal general...|Univariante]

Crear nueva variable de la interacción para tener flexibilidad en los análisis

Análisis de los supuestos: Normalidad, Homocedasticidad, Independencia errores.

[Analizar|Comparar medias...|ANOVA de un factor]

Nos permite definir prueba de Homocedasticidad así como ANOVA robusto Welch. Para un factorial habría que crear una nueva columna que sería la codificación de la interacción.

[Analizar|estadísticos descriptivos...|Explorar] Y pedimos gráficos con pruebas de normalidad

2) Análisis Multivariado

Comparar ANOVAs con MANOVA

Analizar -> Comparar Medias -> Anova de un Factor -> Independiente: Grupos -> Dependientes: Exam, Social, Estrés -> Aceptar (análisis)

Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Dependientes: Exam, Social, Estrés -> Independiente: Grupo -> Aceptar (análisis)

Fase de Resumen del Modelo

Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Dependientes: Exam, Social, Estrés -> Independiente: Grupo -> Opciones -> Potencia Observada -> Continuar -> Aceptar (análisis)

Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Dependientes: Exam, Social, Estrés -> Independiente: Grupo -> Opciones -> Estimaciones del Tamaño del Efecto -> Continuar -> Aceptar (análisis)

Análisis detallado de contrastes para Hipótesis específicas

Datos -> Seleccionar casos -> Si se satisface la condición -> Si: Grupo<3 -> Continuar -> Aceptar

Y repetir secuencia de pasos del MANOVA

Supuesto M3.1.

Analizar -> Modelo Lineal General -> Medidas Repetidas -> factor: Ensayos -> niveles: 3 -> Agregar -> Definir -> Variables intra-sujeto: e1, e2, e3 -> Aceptar (análisis)

Supuesto M3.2.

Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Independientes: Grupo, Tiempo -> Dependientes: Exam, Social, Estrés -> Aceptar (análisis)

Efectos Simples:

Grupo en Tiempo=1

Datos -> Seleccionar casos -> Si se satisface la condición -> Si: Tiempo=1 -> Continuar -> Aceptar

Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Independientes: Grupo -> Dependientes: Exam, Social, Estrés -> Aceptar (análisis)

Grupo en Tiempo=2

Datos -> Seleccionar casos -> Si se satisface la condición -> Si: Tiempo=2 -> Continuar -> Aceptar

Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Independientes: Grupo -> Dependientes: Exam, Social, Estrés -> Aceptar (análisis)

Supuesto M3.3.

Analizar -> Modelo Lineal General -> Medidas Repetidas -> factor: Ensayos -> niveles: 3 -> Agregar -> Factor: práctica -> Niveles: 2 -> Agregar -> Definir -> Variables intra-sujeto: m1, m2, m3, d1, d2, d3 -> Aceptar (análisis)

Supuesto M3.4.

Analizar -> Modelo Lineal General -> Medidas Repetidas -> factor: Ensayos -> niveles: 3 -> Agregar -> Definir -> Variables intra-sujeto: e1, e2, e3 -> Factores Inter.-sujetos: práctica -> Aceptar (análisis)

Supuesto M3.5.

Analizar -> Modelo Lineal General -> Multivariante -> Independientes: Grupo -> Dependientes: D_T, D_P -> Covariados: A_T, A_P -> Aceptar (análisis)

[Volver Principio](#)