Tema 8

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

	Fuente	Afecta
Interacción electrostática	Carga	A cargas
Interacción magnética	Carga en movimiento	A cargas en movimiento

Campos eléctricos aplicados a conductores generan corrientes eléctricas

⇩

Corrientes eléctricas generan campos magnéticos

⇩

Campos eléctricos son capaces de generar campos magnéticos

¿EL PROCESO ES SIMÉTRICO?

¿PUEDEN LOS CAMPOS MAGNÉTICOS GENERAR CAMPOS ELÉCTRICOS?

ESQUEMA DE DESARROLLO

~~1.- Introducción.~~

2.- Fuerza electromotriz debida al movimiento.

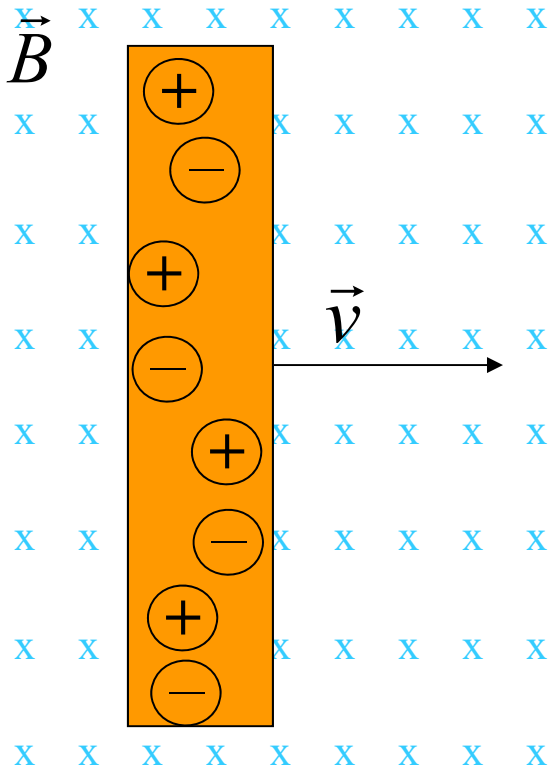
3.- Ley de Faraday. Ley de Lenz.

4.- Autoinducción. Inductancia mutua.

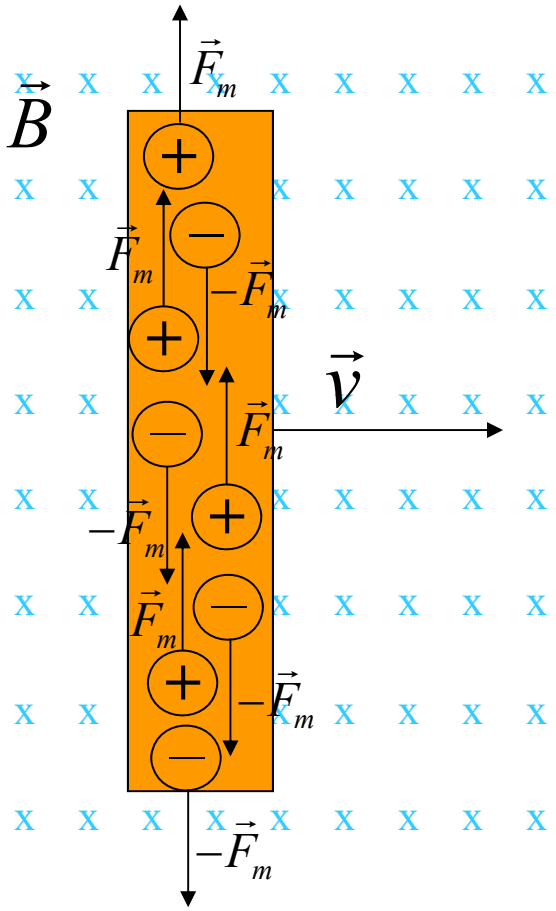
5.- Circuitos RL.

6.- Energía magnética.

Supongamos que tenemos una barra de un material conductor que se mueve con una velocidad constante en el seno de un campo magnético tal y como se muestra en la figura.



Supongamos que tenemos una barra de un material conductor que se mueve con una velocidad constante en el seno de un campo magnético tal y como se muestra en la figura.

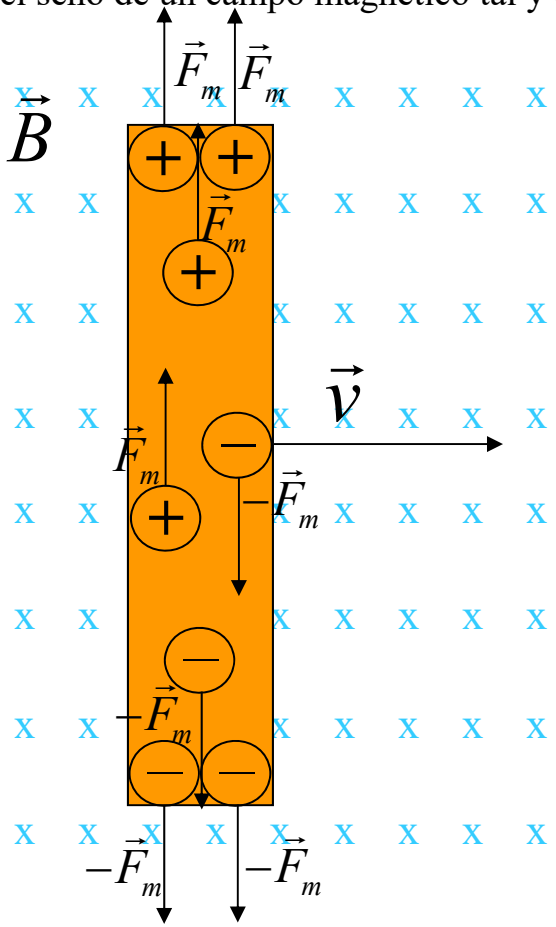


Según hemos visto en temas anteriores, sobre los portadores de carga del material conductor va a aparecer una fuerza magnética de módulo:

$$F_m = qvB$$

y con el sentido dependiendo de que los portadores de carga sean positivos o negativos que se indica en la figura.

Supongamos que tenemos una barra de un material conductor que se mueve con una velocidad constante en el seno de un campo magnético tal y como se muestra en la figura.



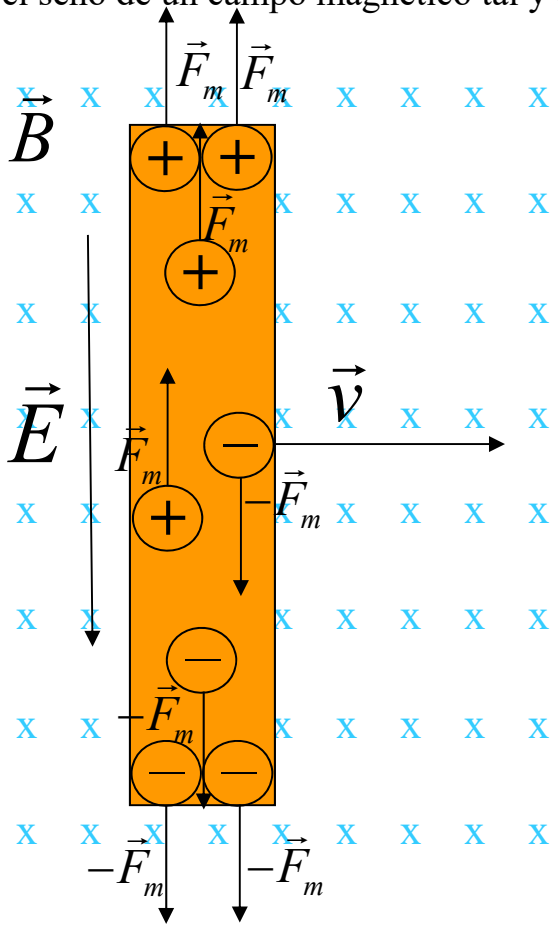
Según hemos visto en temas anteriores, sobre los portadores de carga del material conductor va a aparecer una fuerza magnética de módulo:

$$F_m = qvB$$

y con el sentido dependiendo de que los portadores de carga sean positivos o negativos que se indica en la figura.

Este movimiento de los portadores de carga dentro del conductor debido a la fuerza magnética genera la aparición de carga neta positiva en la parte superior de la barra conductora y una carga neta negativa en la parte inferior de la misma.

Supongamos que tenemos una barra de un material conductor que se mueve con una velocidad constante en el seno de un campo magnético tal y como se muestra en la figura.



Según hemos visto en temas anteriores, sobre los portadores de carga del material conductor va a aparecer una fuerza magnética de módulo:

$$F_m = qvB$$

y con el sentido dependiendo de que los portadores de carga sean positivos o negativos que se indica en la figura.

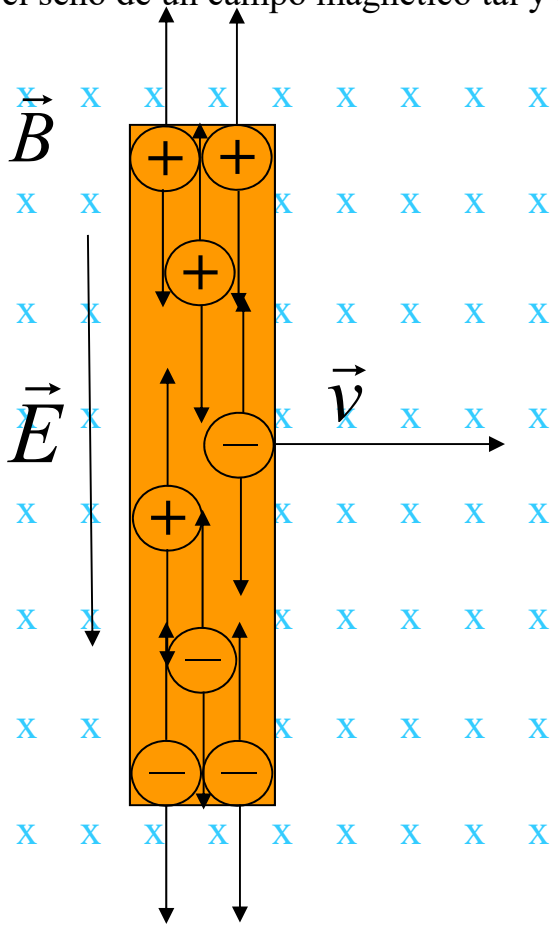
Este movimiento de los portadores de carga dentro del conductor debido a la fuerza magnética genera la aparición de carga neta positiva en la parte superior de la barra conductora y una carga neta negativa en la parte inferior de la misma.

La acumulación de carga en los extremos de la barra conductora hace que aparezca un campo eléctrico dirigido desde la parte superior de la barra hacia la parte inferior de la misma y de una fuerza eléctrica sobre cada uno de los portadores de carga del conductor de módulo:

$$F_e = qE$$

y la dirección y sentido mostrados en la figura.

Supongamos que tenemos una barra de un material conductor que se mueve con una velocidad constante en el seno de un campo magnético tal y como se muestra en la figura.



Según hemos visto en temas anteriores, sobre los portadores de carga del material conductor va a aparecer una fuerza magnética de módulo:

$$F_m = qvB$$

y con el sentido dependiendo de que los portadores de carga sean positivos o negativos que se indica en la figura.

Este movimiento de los portadores de carga dentro del conductor debido a la fuerza magnética genera la aparición de carga neta positiva en la parte superior de la barra conductora y una carga neta negativa en la parte inferior de la misma.

La acumulación de carga en los extremos de la barra conductora hace que aparezca un campo eléctrico dirigido desde la parte superior de la barra hacia la parte inferior de la misma y de una fuerza eléctrica sobre cada uno de los portadores de carga del conductor de módulo:

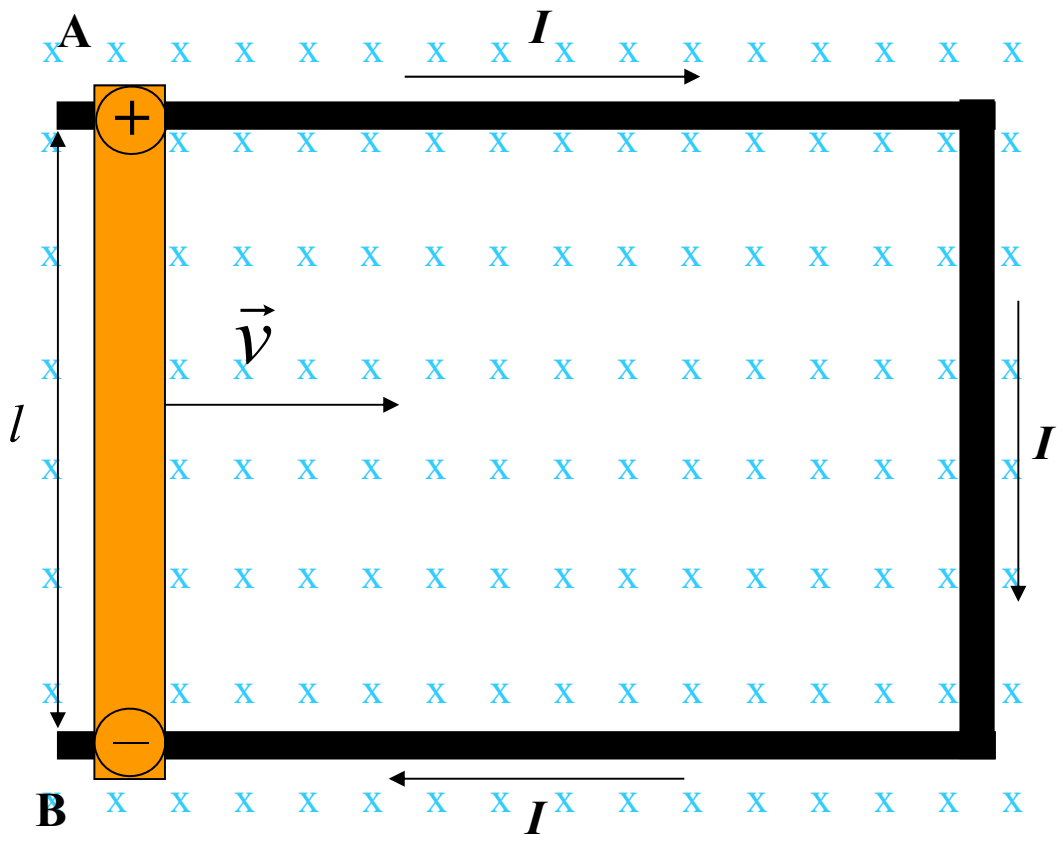
$$F_e = qE$$

y la dirección y sentido mostrados en la figura.

El proceso de acumulación de carga en los extremos continuará hasta que se alcance el equilibrio, es decir, hasta que la intensidad de la fuerza eléctrica sea igual a la de la fuerza magnética.

$$F_e = F_m \Rightarrow E = vB$$

Este proceso es diferente al efecto Hall puesto que no hay intensidad de corriente



$$E = vB$$

Si montamos ahora la barra conductora sobre un conductor de forma que cerramos el circuito tal y como se muestra en la figura, tenemos que se produce una corriente eléctrica a lo largo del circuito desde la zona en la que hay mayor potencial hacia la zona donde hay menor potencial. Como vimos en temas anteriores, la fuerza electromotriz será igual al trabajo realizado por la fuerza eléctrica al recorrer la unidad de carga todo el circuito.

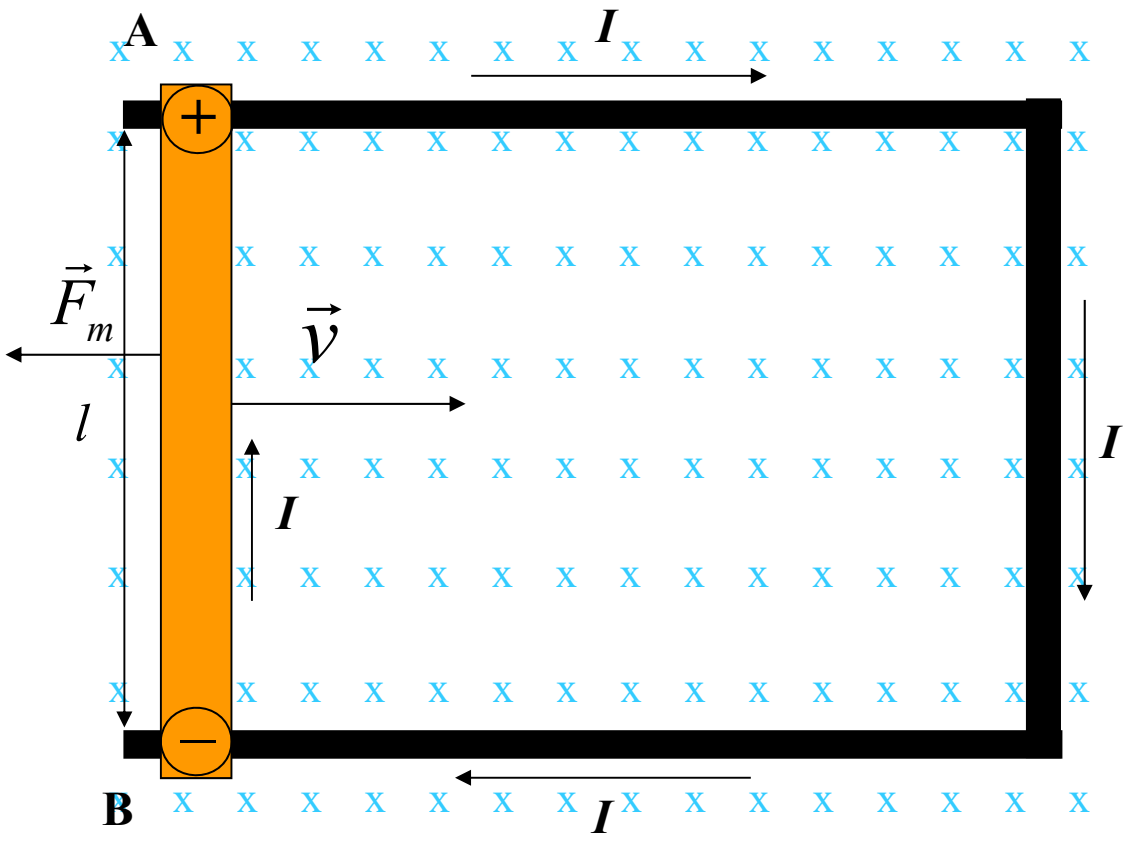
$$\varepsilon = \frac{1}{q}\int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = vBl$$

La intensidad de corriente que recorre el circuito es igual a:

$$\varepsilon = vBl$$
$$V = \varepsilon = IR \quad \Rightarrow \quad I = \frac{vBl}{R}$$

Finalmente la potencia que se consume en la resistencia del conductor con el que cerramos el circuito vendrá dada por:

$$P = \varepsilon I = IlBv = \frac{(lBv)^2}{R}$$



Si reducimos a cero el rozamiento entre la barra conductora naranja y el conductor negro, en principio, la barra se movería con velocidad constante hasta el infinito de forma que, si alargamos el circuito podríamos pensar que hemos encontrado una forma de generar energía eléctrica "gratis". No obstante, la intensidad de corriente que recorre la barra conductora naranja produce la aparición de una fuerza magnética sobre la misma de módulo

$$F_m = IlB$$

y dirección y sentido mostrados en la figura.

Por lo tanto, sobre la barra conductora aparece una fuerza magnética en sentido contrario al movimiento de la barra que tiende a pararla. Para mantener constante la velocidad de la barra y, por tanto, la generación de energía eléctrica, tenemos que ejercer una fuerza mecánica sobre la barra de igual magnitud y dirección que la fuerza magnética y de sentido contrario. Por lo tanto, básicamente el sistema que hemos analizado se comporta como un conversor de energías, convirtiendo energía mecánica (de la barra conductora) en energía eléctrica.

Ejemplo 1

Una barra de masa m y longitud l se desliza sin rozamiento sobre unos railes conductores de resistencia R en una región de campo magnético constante B. En el tiempo t=0, la barra se mueve con una velocidad v_0, y se suprime la fuerza externa que actúa sobre ella. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo.

Ejemplo 1

Una barra de masa m y longitud l se desliza sin rozamiento sobre unos railes conductores de resistencia R en una región de campo magnético constante B. En el tiempo t=0, la barra se mueve con una velocidad v_0, y se suprime la fuerza externa que actúa sobre ella. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo.

1. Como acabamos de ver sobre la barra conductora aparece una fuerza magnética igual a:

$$F_m = -IlB$$

Ejemplo 1

Una barra de masa m y longitud l se desliza sin rozamiento sobre unos railes conductores de resistencia R en una región de campo magnético constante B. En el tiempo t=0, la barra se mueve con una velocidad v_0, y se suprime la fuerza externa que actúa sobre ella. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo.

1. Como acabamos de ver sobre la barra conductora aparece una fuerza magnética igual a:

$$F_m = -IlB$$

2. Por otro lado, la intensidad de corriente que recorre el circuito es igual a:

$$I = \frac{vBl}{R}$$

Ejemplo 1

Una barra de masa m y longitud l se desliza sin rozamiento sobre unos raíles conductores de resistencia R en una región de campo magnético constante B. En el tiempo t=0, la barra se mueve con una velocidad v_0, y se suprime la fuerza externa que actúa sobre ella. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo.

1. Como acabamos de ver sobre la barra conductora aparece una fuerza magnética igual a:

$$F_m = -IlB$$

2. Por otro lado, la intensidad de corriente que recorre el circuito es igual a:

$$I = \frac{vBl}{R}$$

3. Utilizando las dos expresiones a la vez llegamos a:

$$F_m = -\frac{vl^2B^2}{R}$$

Ejemplo 1

Una barra de masa m y longitud l se desliza sin rozamiento sobre unos railes conductores de resistencia R en una región de campo magnético constante B. En el tiempo t=0, la barra se mueve con una velocidad v_0, y se suprime la fuerza externa que actúa sobre ella. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo.

1. Como acabamos de ver sobre la barra conductora aparece una fuerza magnética igual a:

$$F_m = -IlB$$

2. Por otro lado, la intensidad de corriente que recorre el circuito es igual a:

$$I = \frac{vBl}{R}$$

3. Utilizando las dos expresiones a la vez llegamos a:

$$F_m = -\frac{vl^2B^2}{R}$$

4. Utilizando la segunda ley de Newton obtenemos la ecuación diferencial:

$$F_m = -\frac{vl^2B^2}{R} = ma = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow -\frac{l^2B^2}{mR}dt = \frac{dv}{v} \Rightarrow d\ln(v) = -\frac{l^2B^2}{mR}dt$$

Ejemplo 1

Una barra de masa m y longitud l se desliza sin rozamiento sobre unos raíles conductores de resistencia R en una región de campo magnético constante B. En el tiempo t=0, la barra se mueve con una velocidad v_0, y se suprime la fuerza externa que actúa sobre ella. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo.

1. Como acabamos de ver sobre la barra conductora aparece una fuerza magnética igual a:

$$F_m = -IlB$$

2. Por otro lado, la intensidad de corriente que recorre el circuito es igual a:

$$I = \frac{vBl}{R}$$

3. Utilizando las dos expresiones a la vez llegamos a:

$$F_m = -\frac{vl^2B^2}{R}$$

4. Utilizando la segunda ley de Newton obtenemos la ecuación diferencial:

$$F_m = -\frac{vl^2B^2}{R} = ma = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow -\frac{l^2B^2}{mR}dt = \frac{dv}{v} \Rightarrow d\ln(v) = -\frac{l^2B^2}{mR}dt$$

5. Integrando llegamos a:

$$\ln(v) = -\frac{l^2B^2}{mR}t + cte \Rightarrow v(t) = K\exp\left(-\frac{l^2B^2}{mR}t\right)$$

Ejemplo 1

Una barra de masa m y longitud l se desliza sin rozamiento sobre unos raíles conductores de resistencia R en una región de campo magnético constante B. En el tiempo t=0, la barra se mueve con una velocidad v_0, y se suprime la fuerza externa que actúa sobre ella. Determinar la velocidad de la barra en función del tiempo.

1. Como acabamos de ver sobre la barra conductora aparece una fuerza magnética igual a:

$$F_m = -IlB$$

2. Por otro lado, la intensidad de corriente que recorre el circuito es igual a:

$$I = \frac{vBl}{R}$$

3. Utilizando las dos expresiones a la vez llegamos a:

$$F_m = -\frac{vl^2B^2}{R}$$

4. Utilizando la segunda ley de Newton obtenemos la ecuación diferencial:

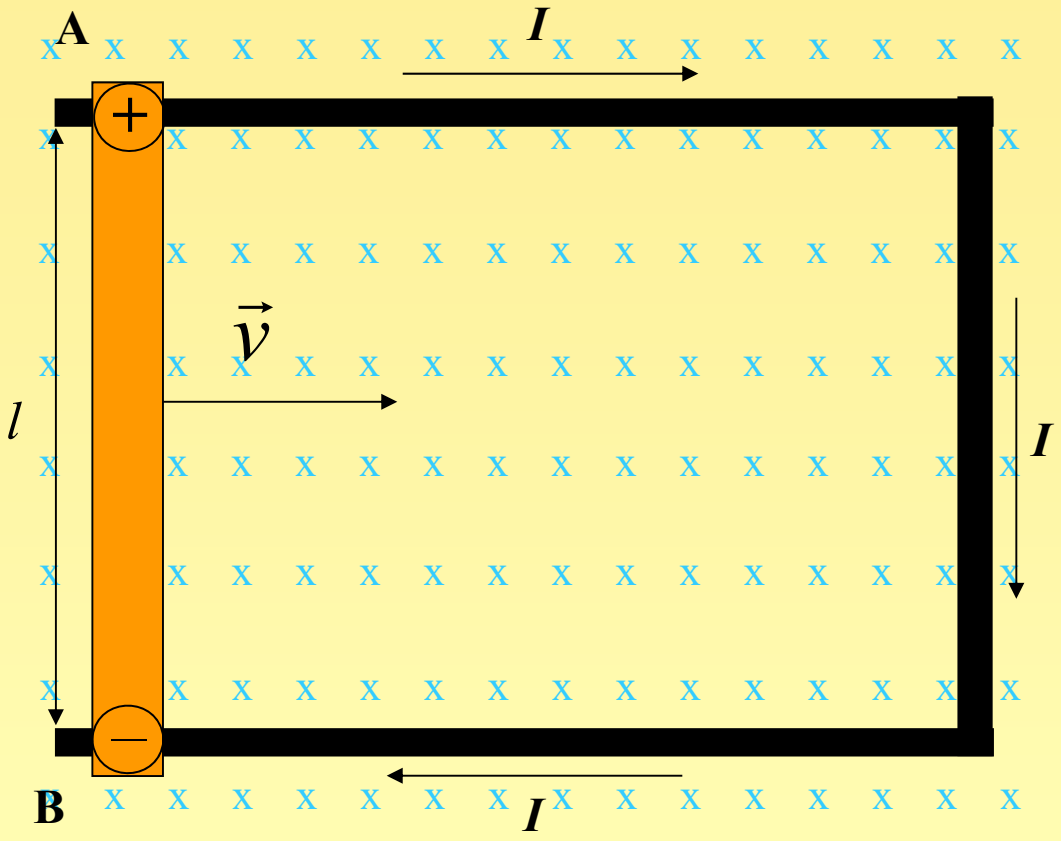
$$F_m = -\frac{vl^2B^2}{R} = ma = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow -\frac{l^2B^2}{mR}dt = \frac{dv}{v} \Rightarrow d\ln(v) = -\frac{l^2B^2}{mR}dt$$

5. Integrando llegamos a:

$$\ln(v) = -\frac{l^2B^2}{mR}t + cte \Rightarrow v(t) = K\exp\left(-\frac{l^2B^2}{mR}t\right)$$

6. Finalmente, utilizando la condición de contorno que nos da el problema llegamos a:

$$v(t) = v_0\exp\left(-\frac{l^2B^2}{mR}t\right)$$



$$\varepsilon = \frac{1}{q}\int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = vBl$$

$$I = \frac{vBl}{R}$$

$$P = \varepsilon I = IlBv = \frac{(lBv)^2}{R}$$

ESQUEMA DE DESARROLLO

~~1.- Introducción.~~

~~2.- Fuerza electromotriz debida al movimiento.~~

3.- Ley de Faraday. Ley de Lenz.

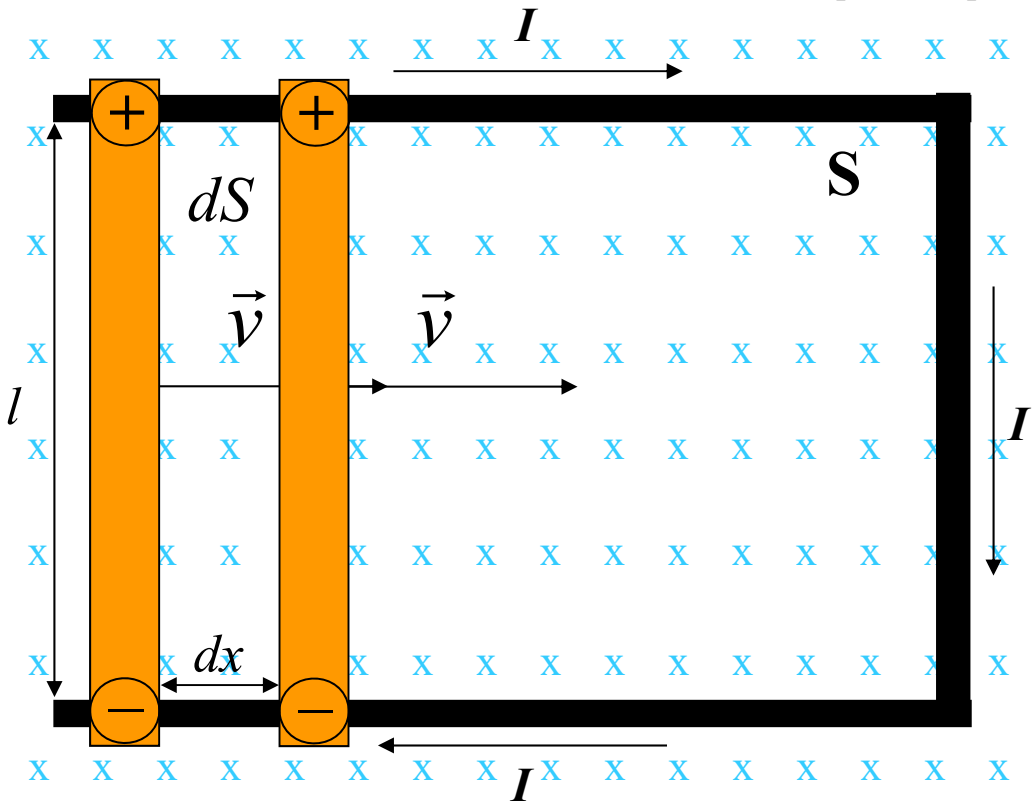
4.- Autoinducción. Inductancia mutua.

5.- Circuitos RL.

6.- Energía magnética.

Vamos ahora a escribir de una forma diferente la expresión hallada en el apartado anterior para la fuerza electromotriz. Consideremos el mismo problema que analizamos en el anterior apartado en un instante de tiempo t. Si dejamos transcurrir un determinado intervalo de tiempo Δt la barra se habrá desplazado hacia la derecha una determinada distancia $\Delta x = v \cdot \Delta t$. Como acabamos de ver la fuerza electromotriz que se induce entre los extremos de la barra viene dada por la expresión:

$$\varepsilon = vBl = \frac{\Delta x l}{\Delta t} B$$



Por otro lado, como acabamos de ver, el producto $\Delta x \cdot l$ es igual a la superficie ΔS de circuito cubierta por la barra en su movimiento en el intervalo de tiempo Δt de donde podemos escribir:

$$\varepsilon = \frac{B\Delta S}{\Delta t}$$

Podemos escribir el producto $B\Delta S$ definiendo la variación del flujo magnético a través del circuito como:

$$\Delta\Phi_m = \vec{B} \cdot \Delta\vec{S} = B\Delta S$$

Utilizando el flujo magnético podemos escribir la fuerza electromotriz inducida entre los extremos de la barra como:

$$\varepsilon = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta\Phi_m}{\Delta t} = \frac{d\Phi_m}{dt}$$

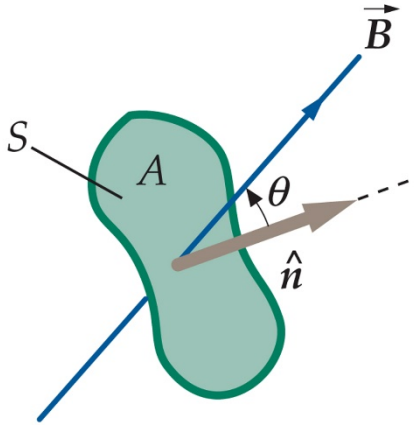
El resultado obtenido nos dice que la fuerza electromotriz inducida en el circuito es igual a la derivada del flujo magnético respecto al tiempo. Este resultado es más general que el caso concreto analizado aquí y se conoce con el nombre de **ley de Faraday** y vamos a analizarla más en detalle.

Ley de Faraday-Lenz

Flujo magnético

El flujo de un campo magnético a través de una superficie se calcula de un modo análogo al flujo de un campo eléctrico que vimos en el tema de campo electrostático en el vacío. Sea *dA* un elemento de área sobre la superficie y el vector unitario perpendicular al elemento $\hat{n}$ (figura). El flujo magnético Φ_m se define por la expresión:

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \int_S B_n dA$$



La magnitud de flujo magnético es la del campo magnético multiplicada por la unidad del área, el tesla-metro cuadrado en el sistema internacional , y se denomina weber (Wb):

$$1\ \text{Wb} = 1\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$

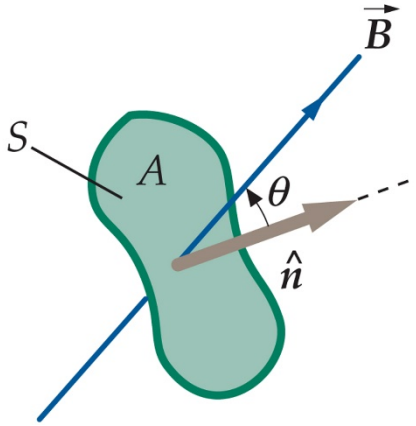
Ejercicio: Demostrar que un weber dividido por segundo es un voltio.

Ley de Faraday-Lenz

Flujo magnético

El flujo de un campo magnético a través de una superficie se calcula de un modo análogo al flujo de un campo eléctrico que vimos en el tema de campo electrostático en el vacío. Sea dA un elemento de área sobre la superficie y el vector unitario perpendicular al elemento $\hat{n}$ (figura). El flujo magnético Φ_m se define por la expresión:

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \int_S B_n dA$$



La magnitud de flujo magnético es la del campo magnético multiplicada por la unidad del área, el tesla-metro cuadrado en el sistema internacional , y se denomina weber (Wb):

$$1\ \text{Wb} = 1\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$

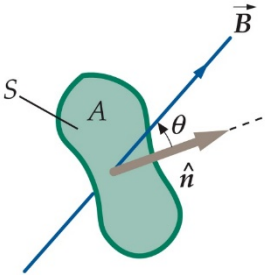
Ejercicio: Demostrar que un weber dividido por segundo es un voltio.

$$\left.\begin{array}{l} 1\ \text{Wb/s} = 1\ \text{T}\cdot\text{m}^2/\text{s} \\ 1\ \text{T} = 1\ \dfrac{\text{N}}{\text{C}\cdot\dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 1\ \dfrac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{C}\cdot\text{m}} \end{array}\right| \Rightarrow 1\ \text{Wb/s} = 1\ \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{C}} = 1\ \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1\ \text{V}$$

Ley de Faraday-Lenz

Flujo magnético

Si la superficie es un plano de área A, y el campo magnético es constante en modulo, dirección y sentido sobre la superficie, el flujo que atraviesa la superficie es



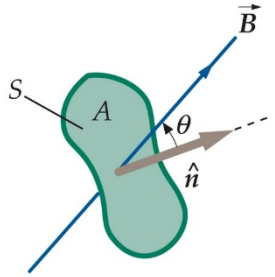
$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \vec{B} \cdot \hat{n} A = BA\cos(\theta)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección del campo magnético y la dirección normal positiva.

Ley de Faraday-Lenz

Flujo magnético

Si la superficie es un plano de área A, y el campo magnético es constante en modulo, dirección y sentido sobre la superficie, el flujo que atraviesa la superficie es

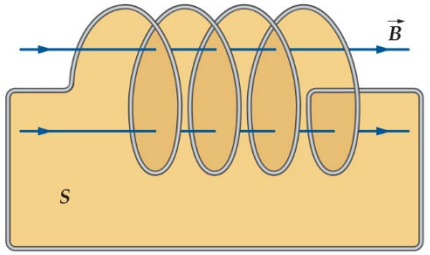


$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \vec{B} \cdot \hat{n} A = BA\cos(\theta)$$

donde θ es el ángulo entre la dirección del campo magnético y la dirección normal positiva.

Con frecuencia trataremos el flujo a través de una superficie rodeada por una bobina que contiene varias vueltas de alambre. Si la bobina contiene N vueltas, el flujo a través de la superficie es igual al producto de N por el flujo que atraviesa una sola vuelta (figura):

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta)$$



(a)

donde A es el área de la superficie plana encerrada por una sola vuelta.

Observación: de hecho, solo puede encerrar una superficie una curva cerrada. Una sola vuelta de una bobina de varias espiras no esta cerrada, de modo que no puede encerrar una superficie. Sin embargo, si la bobina esta enrollada de forma compacta podemos considerar que una vuelta esta casi cerrada y que el área de la superficie que (casi) limita es A.

Ejemplo 2

Determinar el flujo magnético a través de un solenoide de 40 cm de longitud, 2,5 cm de radio y 600 vueltas cuando transporta una corriente de 7.5 A.

Ejemplo 2

Determinar el flujo magnético a través de un solenoide de 40 cm de longitud, 2,5 cm de radio y 600 vueltas cuando transporta una corriente de 7.5 A.

1. Como acabamos de ver el flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta) = NBA$$

Ejemplo 2

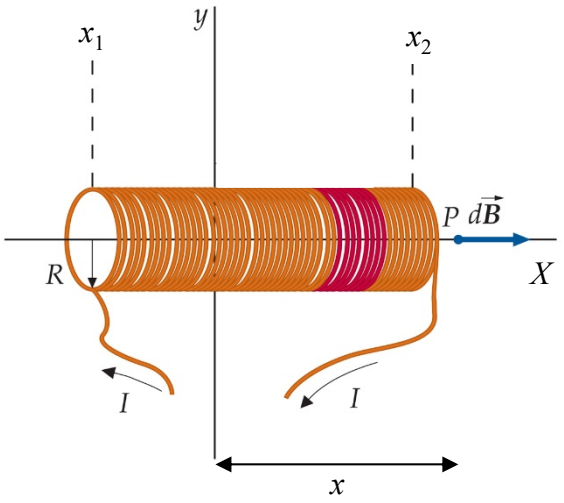
Determinar el flujo magnético a través de un solenoide de 40 cm de longitud, 2,5 cm de radio y 600 vueltas cuando transporta una corriente de 7.5 A.

1. Como acabamos de ver el flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta) = NBA$$

2. Por otro lado, como obtuvimos en el tema anterior el campo magnético que crea un solenoide viene dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+\left(x+\frac{L}{2}\right)^2}} - \frac{x-\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+\left(x-\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\hat{u}_x = \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+x^2+\frac{L^2}{4}+xL}} + \frac{\frac{L}{2}-}{\sqrt{R^2+x^2}}\right.$$

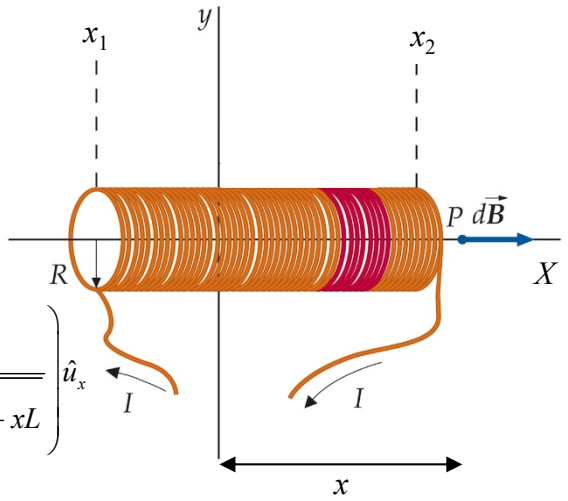


Ejemplo 2

Determinar el flujo magnético a través de un solenoide de 40 cm de longitud, 2,5 cm de radio y 600 vueltas cuando transporta una corriente de 7.5 A.

1. Como acabamos de ver el flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta) = NBA$$



2. Por otro lado, como obtuvimos en el tema anterior el campo magnético que crea un solenoide viene dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+\left(x+\frac{L}{2}\right)^2}} - \frac{x-\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+\left(x-\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\hat{u}_x = \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+x^2+\frac{L^2}{4}+xL}} + \frac{\frac{L}{2}-x}{\sqrt{R^2+x^2+\frac{L^2}{4}-xL}}\right)\hat{u}_x$$

3. Si suponemos que el solenoide es muy largo podemos aproximar la anterior expresión por:

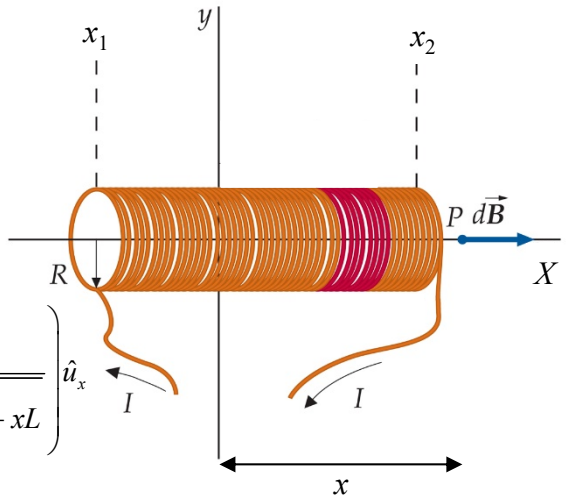
$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{\frac{L^2}{4}}} + \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{\frac{L^2}{4}}}\right)\hat{u}_x = \frac{\mu_0 NI}{L}\hat{u}_x$$

Ejemplo 2

Determinar el flujo magnético a través de un solenoide de 40 cm de longitud, 2,5 cm de radio y 600 vueltas cuando transporta una corriente de 7.5 A.

1. Como acabamos de ver el flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta) = NBA$$



2. Por otro lado, como obtuvimos en el tema anterior el campo magnético que crea un solenoide viene dado por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+\left(x+\frac{L}{2}\right)^2}} - \frac{x-\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+\left(x-\frac{L}{2}\right)^2}}\right)\hat{u}_x = \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{R^2+x^2+\frac{L^2}{4}+xL}} + \frac{\frac{L}{2}-x}{\sqrt{R^2+x^2+\frac{L^2}{4}-xL}}\right)\hat{u}_x$$

3. Si suponemos que el solenoide es muy largo podemos aproximar la anterior expresión por:

$$\vec{B} \approx \frac{\mu_0 NI}{2L}\left(\frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{\frac{L^2}{4}}} + \frac{\frac{L}{2}}{\sqrt{\frac{L^2}{4}}}\right)\hat{u}_x = \frac{\mu_0 NI}{L}\hat{u}_x$$

4. Por lo que el flujo magnético será igual a:

$$\Phi_m = NBA = \frac{\mu_0 N^2 AI}{L} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r^2 I}{L} = 4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}} 600^2 \pi (0.025\ \text{m})^2 \frac{7.5\ \text{A}}{0.4\ \text{m}} = 0.0167\ \text{T}\cdot\text{m}^2$$

Ley de Faraday-Lenz

Los experimentos de Faraday, Henry y otros, demostraron que si el flujo magnético a través de un área rodeada por un circuito varía por cualquier medio, se induce una fem que es igual en modulo a la variación por unidad de tiempo del flujo que atraviesa el circuito. Es interesante hacer notar que la variación del flujo magnético puede suceder como consecuencia de una variación del área, como en el ejemplo introductorio, una variación del campo magnético, una variación de ambos o, incluso, una variación de la posición espacial de ambos. Es decir, esta ley tiene validez general, independientemente de cual sea la causa que provoque la variación de flujo magnético. De manera más formal podemos enunciar la ley de Faraday como sigue:

> "*La f.e.m. inducida en un circuito es igual y de signo opuesto a la velocidad con que varía el flujo magnético a través de dicho circuito". O en otras palabras: "La f.e.m. inducida en un circuito es igual a la derivada respecto al tiempo, cambiada de signo, del flujo magnético que lo atraviesa*"

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Ejemplo 3

Un campo magnético uniforme forma 30º con el eje de una bobina circular de 300 vueltas y un radio de 4 cm. El campo varía a razón de 85 T/s. Determinar la magnitud de la fuerza electromotriz inducida en la bobina.

Ejemplo 3

Un campo magnético uniforme forma 30º con el eje de una bobina circular de 300 vueltas y un radio de 4 cm. El campo varía a razón de 85 T/s. Determinar la magnitud de la fuerza electromotriz inducida en la bobina.

1. El flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta)$$

Ejemplo 3

Un campo magnético uniforme forma 30º con el eje de una bobina circular de 300 vueltas y un radio de 4 cm. El campo varía a razón de 85 T/s. Determinar la magnitud de la fuerza electromotriz inducida en la bobina.

1. El flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta)$$

2. Según acabamos de ver la fem inducida viene dada por:

$$|\varepsilon| = \left|-\frac{d\Phi_m}{dt}\right| = \left|-\frac{dNBA\cos(\theta)}{dt}\right| = \left|-N\pi r^2\cos(\theta)\frac{dB}{dt}\right| = 300\pi(0.04)^2\ \text{m}^2\cos(30^\text{o})85\ \frac{\text{T}}{\text{s}} = 111\ \text{V}$$

Ejemplo 4

Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cual debe ser la variación del campo magnético perpendicular al plano de la bobina para inducir en esta una corriente de 4 A.

Ejemplo 4

Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cual debe ser la variación del campo magnético perpendicular al plano de la bobina para inducir en esta una corriente de 4 A.

1. El flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta)$$

Ejemplo 4

Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cual debe ser la variación del campo magnético perpendicular al plano de la bobina para inducir en esta una corriente de 4 A.

1. El flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta)$$

2. Según acabamos de ver la fem inducida viene dada por:

$$|\varepsilon| = \left|-\frac{d\Phi_m}{dt}\right| = \left|-\frac{dNBA}{dt}\right| = \left|-N\pi r^2\frac{dB}{dt}\right| = N\pi r^2\frac{dB}{dt}$$

Ejemplo 4

Una bobina de 80 vueltas tiene un radio de 5 cm y una resistencia de 30 Ω. Determinar cual debe ser la variación del campo magnético perpendicular al plano de la bobina para inducir en esta una corriente de 4 A.

1. El flujo magnético que atraviesa un solenoide es igual a:

$$\Phi_m = NBA\cos(\theta)$$

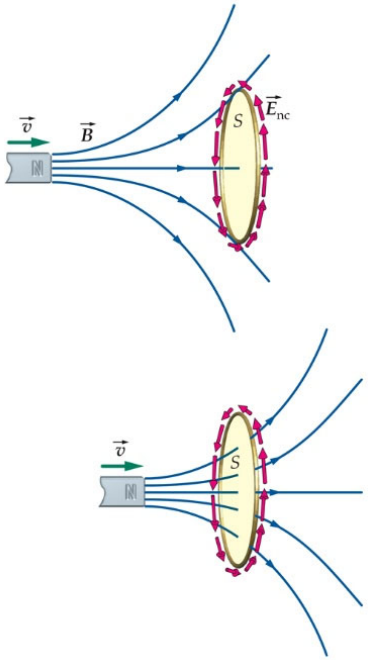
2. Según acabamos de ver la fem inducida viene dada por:

$$|\varepsilon| = \left|-\frac{d\Phi_m}{dt}\right| = \left|-\frac{dNBA}{dt}\right| = \left|-N\pi r^2\frac{dB}{dt}\right| = N\pi r^2\frac{dB}{dt}$$

3. Por otro lado, utilizando la ley de Ohm llegamos a:

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon = IR \\ \varepsilon = N\pi r^2\dfrac{dB}{dt}\end{array}\right| \Rightarrow IR = N\pi r^2\frac{dB}{dt} \Rightarrow \frac{dB}{dt} = \frac{IR}{N\pi r^2} = \frac{4\text{ A}\cdot 30\ \Omega}{80\cdot\pi\cdot(0.05\text{ m})^2} = 191\ \frac{\text{T}}{\text{s}}$$

Ley de Faraday-Lenz



Consideremos una sola espira de un conductor fija en un campo magnético, como se indica en la figura. El flujo a través de la espira varía porque aumenta la intensidad del campo magnético, de modo que se induce en ella una fem. Como esta fem es el trabajo realizado por unidad de carga, deben existir fuerzas ejercidas sobre las cargas móviles que realicen trabajo sobre ellas. **Las fuerzas magnéticas no pueden realizar trabajo** y, por lo tanto, no podemos atribuir la fem al trabajo realizado por dichas fuerzas. Son las fuerzas eléctricas asociadas con un campo eléctrico no conservativo las que realizan trabajo sobre las cargas móviles. La integral de línea de este campo eléctrico alrededor de un circuito completo es igual al trabajo realizado por unidad de carga, que es la fem del circuito.

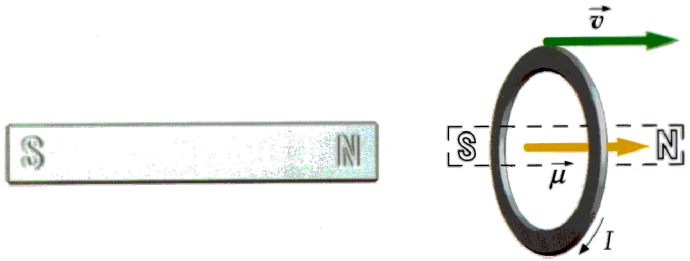
Los campos eléctricos que hemos estudiado previamente eran el resultado de cargas eléctricas estáticas. Estos campos son conservativos, lo cual significa que su circulación alrededor de una curva cerrada C es cero. Sin embargo, el campo eléctrico resultante de un flujo magnético variable no es conservativo. La circulación alrededor de C es una fem inducida igual a la variación con el tiempo del flujo magnético a través de cualquier superficie S encerrada por C cambiada de signo:

$$\varepsilon = \oint_C \vec{E}_{\text{nc}} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

Ley de Faraday-Lenz

El signo negativo de la ley de Faraday está relacionado con la dirección de la fem inducida. La dirección de la fem y la corriente inducidas pueden determinarse mediante un principio general físico llamado ley de Lenz que nos dice

"*El sentido de la corriente inducida (o lo que es equivalente, el signo de la f.e.m. inducida que la produce) es tal que se opone a la variación del flujo magnético que la origina*".

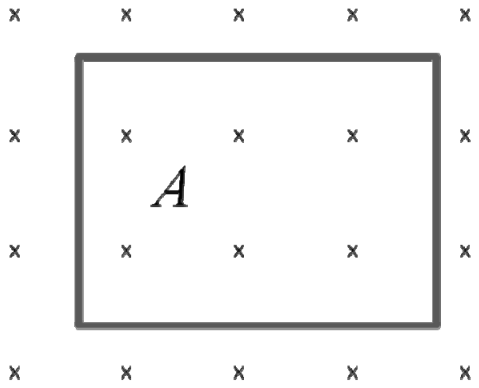


Ejemplo 5

Una espira rectangular de área A y resistencia R se coloca en una región donde el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, como se muestra en la figura. La magnitud del campo varía como función del tiempo según $B=B_0\exp(-t/\tau)$ donde B_0 y τ son constantes positivas.

a).- Encuentre la magnitud y dirección de la intensidad de corriente inducida en la espira.

b).- Obtenga el valor numérico de la intensidad de corriente para t=4 s si A=0.45 m^2, R=0.4 Ω, B_0=659 mT , τ=5 s.



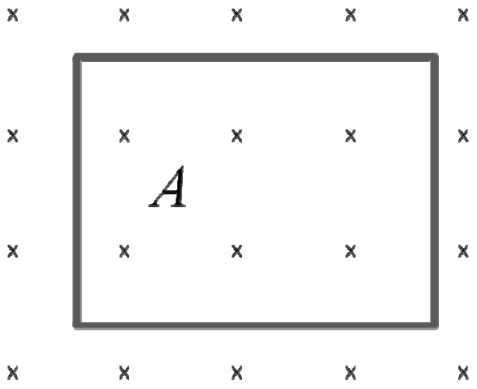
$$B = B_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Ejemplo 5

Una espira rectangular de área A y resistencia R se coloca en una región donde el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, como se muestra en la figura. La magnitud del campo varía como función del tiempo según $B=B_0\exp(-t/\tau)$ donde B_0 y τ son constantes positivas.

a).- Encuentre la magnitud y dirección de la intensidad de corriente inducida en la espira.

b).- Obtenga el valor numérico de la intensidad de corriente para t=4 s si A=0.45 m^2, R=0.4 Ω, B_0=659 mT , τ=5 s.



$$B = B_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

1. El módulo de la fuerza electromotriz es igual a:

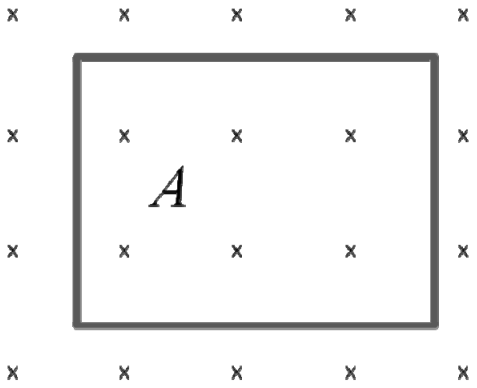
$$|\varepsilon| = \left|-\frac{d\Phi_m}{dt}\right| = \left|-\frac{dBA}{dt}\right| = \left|-A\frac{dB}{dt}\right| = \left|AB_0\frac{d\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{dt}\right| = \left|-\frac{AB_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right| = \frac{AB_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Ejemplo 5

Una espira rectangular de área A y resistencia R se coloca en una región donde el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, como se muestra en la figura. La magnitud del campo varía como función del tiempo según $B=B_0\exp(-t/\tau)$ donde B_0 y τ son constantes positivas.

a).- Encuentre la magnitud y dirección de la intensidad de corriente inducida en la espira.

b).- Obtenga el valor numérico de la intensidad de corriente para t=4 s si A=0.45 m^2, R=0.4 Ω, B_0=659 mT , τ=5 s.



$$B = B_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

1. El módulo de la fuerza electromotriz es igual a:

$$|\varepsilon| = \left|-\frac{d\Phi_m}{dt}\right| = \left|-\frac{dBA}{dt}\right| = \left|-A\frac{dB}{dt}\right| = \left|AB_0\frac{d\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{dt}\right| = \left|-\frac{AB_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right| = \frac{AB_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

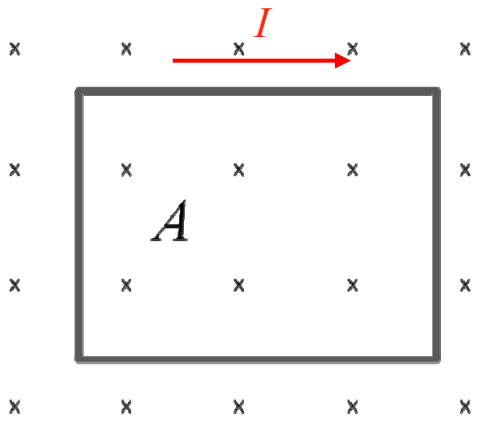
2. Puesto que el campo magnético disminuye con el tiempo, el flujo magnético a través del circuito también lo hará. Según a ley de Lenz la fem inducida y. por tanto, la corriente inducida tiene que oponerse a la variación del flujo magnético. En nuestro caso la corriente inducida intenta evitar la disminución del campo magnético por lo que el campo magnético inducido debe de tener dirección perpendicular a la transparencia y entrando en la misma.

Ejemplo 5

Una espira rectangular de área A y resistencia R se coloca en una región donde el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, como se muestra en la figura. La magnitud del campo varía como función del tiempo según $B=B_0\exp(-t/\tau)$ donde B_0 y τ son constantes positivas.

a).- Encuentre la magnitud y dirección de la intensidad de corriente inducida en la espira.

b).- Obtenga el valor numérico de la intensidad de corriente para t=4 s si A=0.45 m^2, R=0.4 Ω, B_0=659 mT , τ=5 s.



$$B = B_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

1. El módulo de la fuerza electromotriz es igual a:

$$|\varepsilon| = \left|-\frac{d\Phi_m}{dt}\right| = \left|-\frac{dBA}{dt}\right| = \left|-A\frac{dB}{dt}\right| = \left|AB_0\frac{d\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}{dt}\right| = \left|-\frac{AB_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right| = \frac{AB_0}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

2. Puesto que el campo magnético disminuye con el tiempo, el flujo magnético a través del circuito también lo hará. Según a ley de Lenz la fem inducida y. por tanto, la corriente inducida tiene que oponerse a la variación del flujo magnético. En nuestro caso la corriente inducida intenta evitar la disminución del campo magnético por lo que el campo magnético inducido debe de tener dirección perpendicular a la transparencia y entrando en la misma.

3. El sentido que tiene que tener la corriente eléctrica para producir este campo magnético es en sentido horario.

Temas anteriores

Campos eléctricos aplicados a conductores generan corrientes eléctricas

⇩

Corrientes eléctricas generan campos magnéticos

⇩

Campos eléctricos son capaces de generar campos magnéticos

Temas anteriores

Campos eléctricos aplicados a conductores generan corrientes eléctricas

⇩

Corrientes eléctricas generan campos magnéticos

⇩

Campos eléctricos son capaces de generar campos magnéticos

¿EL PROCESO ES SIMÉTRICO?

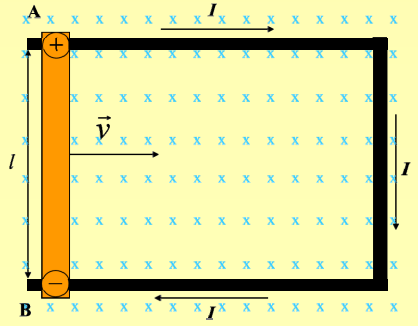
¿PUEDEN LOS CAMPOS MAGNÉTICOS GENERAR CAMPOS ELÉCTRICOS?

Tema8

Ley de Faraday-Lenz

"*La f.e.m. inducida en un circuito es igual y de signo opuesto a la velocidad con que varía el flujo magnético a través de dicho circuito". O en otras palabras: "La f.e.m. inducida en un circuito es igual a la derivada respecto al tiempo, cambiada de signo, del flujo magnético que lo atraviesa*"

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} \qquad \text{donde} \qquad \Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



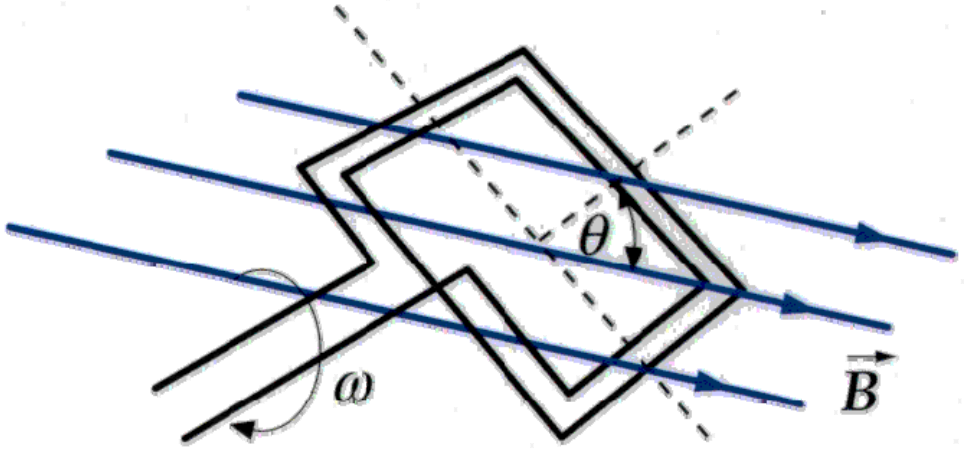
Aplicaciones de la ley de Faraday-Lenz

Generadores eléctricos

$$\left.\begin{aligned}\Phi_m &= NBA\cos(\theta)\\ \theta &= \omega t+\delta\end{aligned}\right| \Rightarrow \Phi_m = NBA\cos(\omega t+\delta)$$

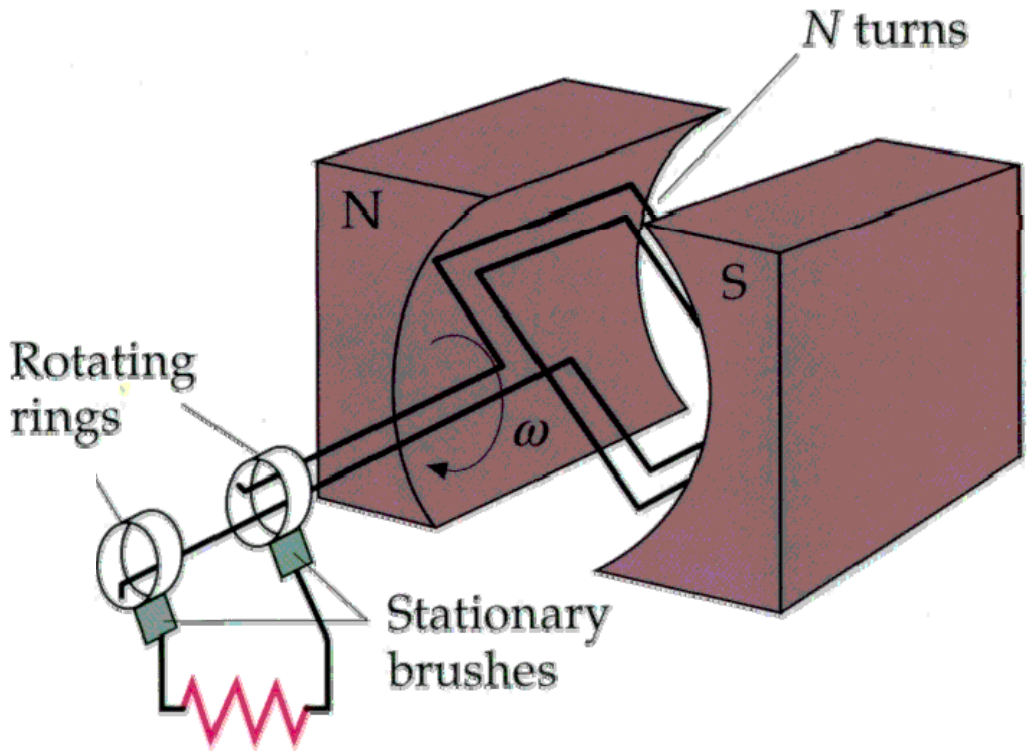
$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} =$$

$$= -NBA\omega\sin(\omega t+\delta)$$



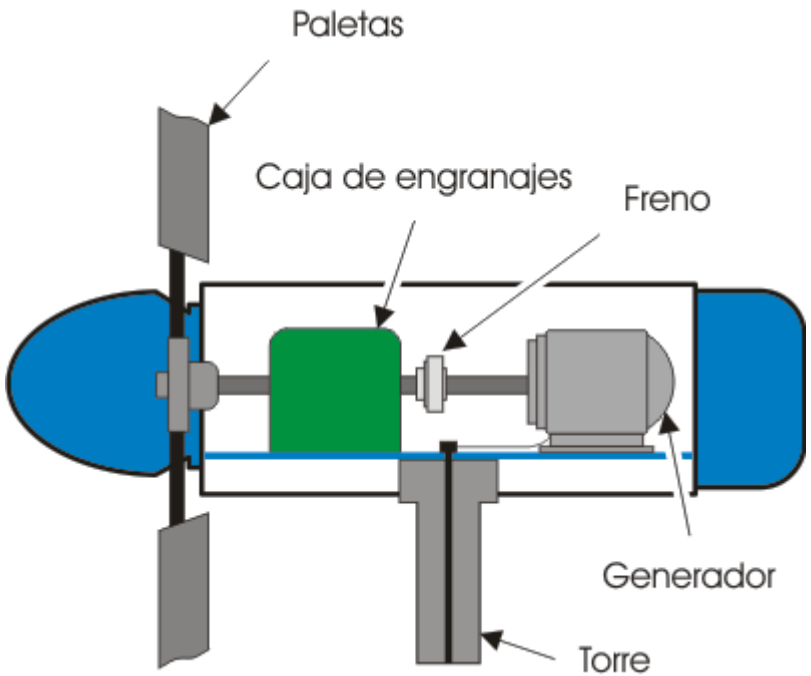
Aplicaciones de la ley de Faraday-Lenz

Generadores eléctricos



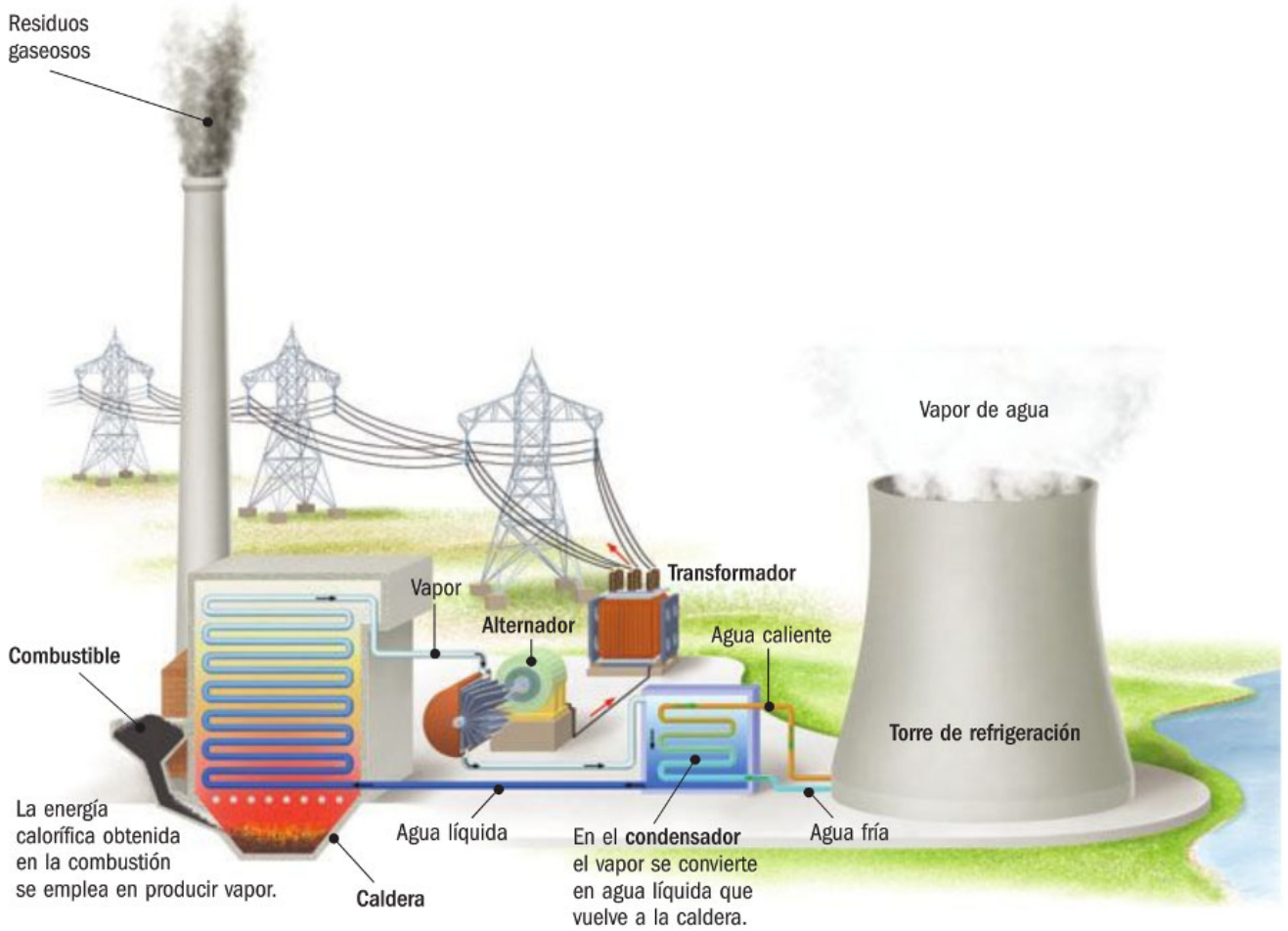
Aplicaciones de la ley de Faraday-Lenz

Generadores eléctricos



Aplicaciones de la ley de Faraday-Lenz

Generadores eléctricos



Ejemplo 6

Una bobina de 250 vueltas tiene un área de 3 cm^2. Si gira en un campo magnético de 0.4 T con una frecuencia de 60 Hz, ¿Cuál es su fuerza electromotriz máxima?

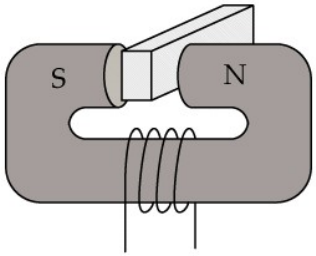
Ejemplo 6

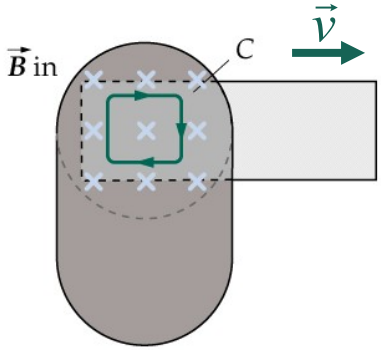
Una bobina de 250 vueltas tiene un área de 3 cm^2. Si gira en un campo magnético de 0.4 T con una frecuencia de 60 Hz, ¿Cuál es su fuerza electromotriz máxima?

1. Utilizando la expresión que acabamos de ver nos queda:

$$|\varepsilon| = \left| -\frac{d\Phi_m}{dt} \right| = \left| -NBA\omega \sin(\omega t + \delta) \right| = NBA\omega \sin(\omega t + \delta) = 250 \cdot 0.4\ \text{T} \cdot 3 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2 \cdot 2\pi \cdot 60\ \text{s}^{-1} \cdot \sin(120\pi t) = 11.3\ \text{V} \cdot \sin(120\pi t)$$

Corrientes de Foucault o turbillonarias

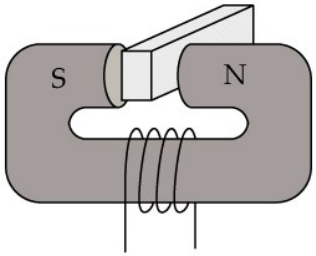


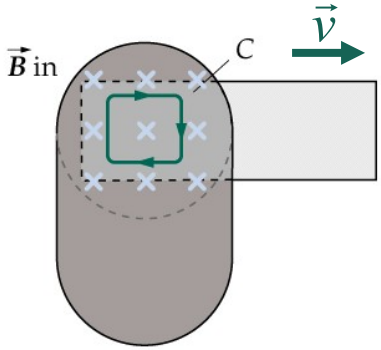


En todos los ejemplos analizados hasta ahora, las corrientes producidas por la variación del flujo magnético circulaban por circuitos eléctricos bien definidos. Pero ¿qué ocurriría si establecemos un flujo magnético variable en las proximidades de un conductor, tal y como se muestra en la figura?

Frecuentemente, un flujo variable establece unas corrientes circulantes, denominadas corrientes de Foucault o turbillonarias. Consideremos un bloque conductor entre las piezas polares de un electroimán como indica la figura. Si el campo magnético entre las piezas polares varia con el tiempo (como sucede si la corriente de los arrollamientos del imán es una corriente alterna), el flujo que atraviesa cualquier circuito cerrado en el bloque, como el indicado por la curva *C* en la figura, será un flujo variable. Como la curva *C* pertenece a un conductor, se inducirá una fem alrededor de *C*.

Corrientes de Foucault o turbillonarias

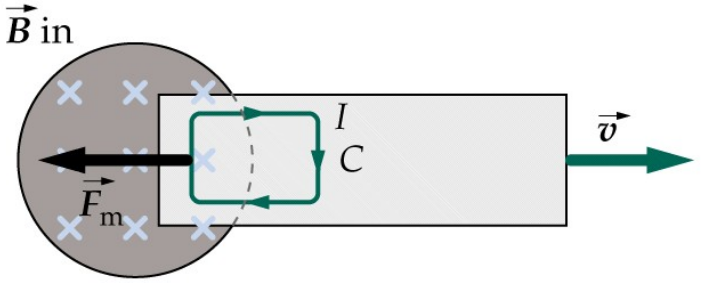




En todos los ejemplos analizados hasta ahora, las corrientes producidas por la variación del flujo magnético circulaban por circuitos eléctricos bien definidos. Pero ¿qué ocurriría si establecemos un flujo magnético variable en las proximidades de un conductor, tal y como se muestra en la figura?

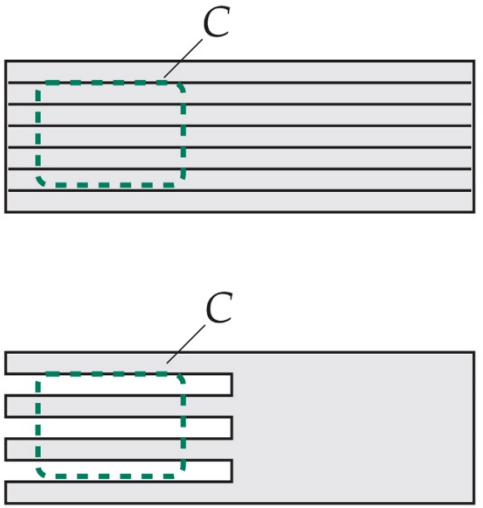
Frecuentemente, un flujo variable establece unas corrientes circulantes, denominadas corrientes de Foucault o turbillonarias. Consideremos un bloque conductor entre las piezas polares de un electroimán como indica la figura. Si el campo magnético entre las piezas polares varia con el tiempo (como sucede si la corriente de los arrollamientos del imán es una corriente alterna), el flujo que atraviesa cualquier circuito cerrado en el bloque, como el indicado por la curva *C* en la figura, será un flujo variable. Como la curva *C* pertenece a un conductor, se inducirá una fem alrededor de *C*.

La existencia de corrientes de Foucault se puede demostrar sacando una lamina de cobre o de aluminio que esta situada entre los polos de un imán permanente intenso. Parte del área encerrada por la curva *C* en esta figura esta en el interior del campo magnético y otra parte es exterior al mismo. Cuando se tira de la lamina hacia la derecha, el flujo a través de esta curva disminuye y se induce una fem en el sentido de las agujas del reloj a lo largo de esta curva. Esta fem produce una corriente que esta dirigida hacia arriba en la región situada entre las piezas polares, y el campo magnético ejerce una fuerza dirigida hacia la izquierda sobre esta corriente, que se opone al movimiento de la lamina. Se puede apreciar esta fuerza sobre la lamina si se intenta tirar rápidamente de ella a través de un campo magnético fuerte.



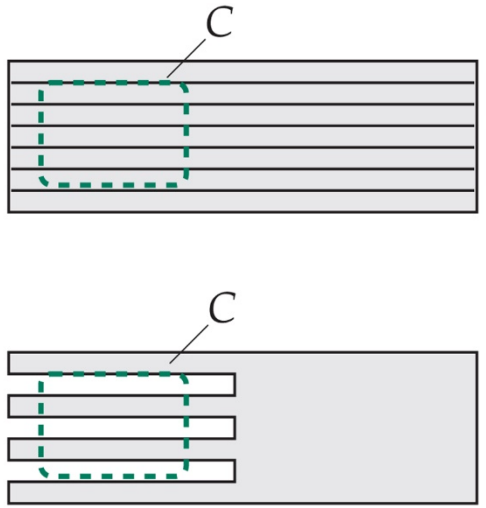
Corrientes de Foucault o turbillonarias

Las corrientes de Foucault producen pérdidas de energía por efecto Joule en forma de calor. Es por ello que en muchos dispositivos es interesante hacerlas lo más pequeñas posible. La perdida de potencia puede reducirse aumentando la resistencia de los caminos posibles que han de seguir las corrientes de Foucault, como se ven en las figuras. En la primera figura, el bloque conductor esta en forma de laminas, es decir, formado por unas tiras pequeñas pegadas juntas. Debido al pegamento aislante que separa las tiras, las corrientes de Foucault están confinadas esencialmente a ellas. Se han roto, por lo tanto, los grandes circuitos por donde pueden circular las corrientes de Foucault y se reduce en gran manera la perdida de potencia. Si la lamina esta recortada, como se ve en la segunda figura, para reducir las corrientes de Foucault, será también muy reducida la pérdida de potencia que se observe.



Corrientes de Foucault o turbillonarias

Las corrientes de Foucault producen pérdidas de energía por efecto Joule en forma de calor es por ello que en muchos dispositivos es interesante hacerlas lo más pequeñas posible. La perdida de potencia puede reducirse aumentando la resistencia de los caminos posibles que han de seguir las corrientes de Foucault, como se ven en las figuras. En la primera figura, el bloque conductor esta en forma de laminas, es decir, formado por unas tiras pequeñas pegadas juntas. Debido al pegamento aislante que separa las tiras, las corrientes de Foucault están confinadas esencialmente a ellas. Se han roto, por lo tanto, los grandes circuitos por donde pueden circular las corrientes de Foucault y se reduce en gran manera la perdida de potencia. Si la lamina esta recortada, como se ve en la segunda figura, para reducir las corrientes de Foucault, será también muy reducida la pérdida de potencia que se observe.



Las corrientes turbillonarias no son siempre perjudiciales. Por ejemplo, se utilizan a menudo para amortiguar oscilaciones molestas. Así, las balanzas mecánicas muy sensibles, si no poseen un sistema de amortiguamiento, al pesar una masa pequeña oscilan muchas veces antes de alcanzar el equilibrio. Para evitar esto, estas balanzas se diseñan de modo que una pequeña pieza de aluminio (o de otro metal) se mueve entre los polos de un imán mientras la balanza oscila. Las corrientes de Foucault resultantes amortiguan las oscilaciones de modo que el equilibrio se alcanza rápidamente. Otro ejemplo es el frenado magnético de algunos vagones de transporte rápido. Estos vagones poseen un gran electroimán en posición sobre los railes. Cuando se envía corriente al electroimán, se inducen corrientes de Foucault en los railes debido al movimiento del imán y las fuerzas magnéticas proporcionan una fuerza de arrastre al vagón que lo frena.

ESQUEMA DE DESARROLLO

~~1.- Introducción.~~

~~2.- Fuerza electromotriz debida al movimiento.~~

~~3.- Ley de Faraday. Ley de Lenz.~~

4.- Autoinducción. Inductancia mutua.

5.- Circuitos RL.

6.- Energía magnética.

Autoinducción.

Consideremos una espira por la que circula una corriente I. La corriente produce un campo magnético $\vec{B}$ que varía de un punto a otro, pero en todos los puntos el campo magnético es proporcional a I. El flujo magnético a través de la espira, por tanto, es también proporcional a I

$$\Phi_m = LI$$

donde a la constante L se le conoce con el nombre de autoinducción de la espira. La autoinducción depende de la forma geométrica de la espira. La unidad en el SI de inductancia es el henrio (H) y según la ecuación anterior es igual a la unidad de flujo, el weber, dividido por la unidad de intensidad de corriente, el amperio

$$1\ \mathrm{H} = 1\ \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}} = 1\ \frac{\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}}$$

En principio, la autoinducción de cualquier bobina o circuito puede calcularse suponiendo la existencia de una corriente I, determinando $\vec{B}$ en cada punto de una superficie encerrada por la bobina, calculando el flujo Φ_m, y usando la ecuación $L = \Phi_m / I$. En la practica, el calculo es muy difícil.

Ejemplo 7.

En la práctica, el cálculo teórico de la autoinducción es muy complicado, sin embargo existe un caso, el de un solenoide arrollado apretadamente, cuya autoinducción puede calcularse directamente. Calcular la autoinducción de un solenoide apretado de longitud l formado por N espiras.

Ejemplo 7.

En la práctica, el cálculo teórico de la autoinducción es muy complicado, sin embargo existe un caso, el de un solenoide arrollado apretadamente, cuya autoinducción puede calcularse directamente. Calcular la autoinducción de un solenoide apretado de longitud l formado por N espiras.

1. Como vimos en un problema anterior, el flujo magnético que atraviesa un solenoide apretado de N vueltas y longitud l puede aproximarse por:

$$\Phi_m = NBA = \frac{\mu_0 N^2 AI}{l}$$

donde A es el área de cada espira e I es la intensidad que circula por el solenoide.

Ejemplo 7.

En la práctica, el cálculo teórico de la autoinducción es muy complicado, sin embargo existe un caso, el de un solenoide arrollado apretadamente, cuya autoinducción puede calcularse directamente. Calcular la autoinducción de un solenoide apretado de longitud l formado por N espiras.

1. Como vimos en un problema anterior, el flujo magnético que atraviesa un solenoide apretado de N vueltas y longitud l puede aproximarse por:

$$\Phi_m = NBA = \frac{\mu_0 N^2 AI}{l}$$

donde A es el área de cada espira e I es la intensidad que circula por el solenoide.

2. Utilizando la definición de autoinducción que acabamos de ver llegamos a:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_m &= LI \\ \Phi_m &= \frac{\mu_0 N^2 AI}{l} \end{aligned}\right| \Rightarrow L = \frac{\Phi_m}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

Ejemplo 8.

Determinar la autoinducción de un solenoide de 10 cm de longitud, 5 cm^2 de área, y 100 vueltas.

1. Utilizamos la expresión que acabamos de ver y llegamos a:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\ \frac{\mathrm{T\cdot m}}{\mathrm{A}}\cdot (100)^2\cdot 5\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}}{0.1\ \mathrm{m}} = 20\pi 10^{-6}\,\frac{\mathrm{T\cdot m^2}}{\mathrm{A}} = 0.0628\ \mathrm{mH}$$

Autoinducción.

Cuando la intensidad de corriente de un circuito varía, el flujo magnético debido a la corriente también se modifica y, por tanto, en el circuito se induce una fuerza electromotriz. Como la autoinducción del circuito es constante, la variación del flujo está relacionada con la variación de la intensidad mediante

$$\frac{d\Phi_M}{dt} = \frac{d(LI)}{dt} = L\frac{dI}{dt}$$

Teniendo en cuenta la ley de Faraday, la fem inducida en la bobina será igual a:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d\Phi_M}{dt} = L\dfrac{dI}{dt} \\ \varepsilon = -\dfrac{d\Phi_M}{dt} \end{array}\right| \Rightarrow \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

Autoinducción.

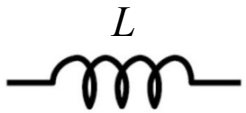
Cuando la intensidad de corriente de un circuito varía, el flujo magnético debido a la corriente también se modifica y, por tanto, en el circuito se induce una fuerza electromotriz. Como la autoinducción del circuito es constante, la variación del flujo está relacionada con la variación de la intensidad mediante

$$\frac{d\Phi_M}{dt} = \frac{d(LI)}{dt} = L\frac{dI}{dt}$$

Teniendo en cuenta la ley de Faraday, la fem inducida en la bobina será igual a:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d\Phi_M}{dt} = L\dfrac{dI}{dt} \\ \varepsilon = -\dfrac{d\Phi_M}{dt} \end{array}\right| \Rightarrow \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

Así pues, la fem autoinducida es proporcional a la variación con el tiempo de la intensidad de corriente. Una bobina o solenoide con suficientes vueltas para tener alta autoinducción se denomina inductor. En los circuitos se representa con el símbolo:



Autoinducción.

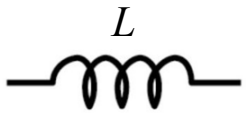
Cuando la intensidad de corriente de un circuito varía, el flujo magnético debido a la corriente también se modifica y, por tanto, en el circuito se induce una fuerza electromotriz. Como la autoinducción del circuito es constante, la variación del flujo está relacionada con la variación de la intensidad mediante

$$\frac{d\Phi_M}{dt} = \frac{d(LI)}{dt} = L\frac{dI}{dt}$$

Teniendo en cuenta la ley de Faraday, la fem inducida en la bobina será igual a:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{d\Phi_M}{dt} = L\dfrac{dI}{dt} \\ \varepsilon = -\dfrac{d\Phi_M}{dt} \end{array}\right| \Rightarrow \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

Así pues, la fem autoinducida es proporcional a la variación con el tiempo de la intensidad de corriente. Una bobina o solenoide con suficientes vueltas para tener alta autoinducción se denomina inductor. En los circuitos se representa con el símbolo:



Generalmente, podemos despreciar la autoinducción del resto del circuito comparado con la de un inductor. La diferencia de potencial entre los extremos de un inductor viene dada por

$$V_L = \varepsilon - Ir = -L\frac{dI}{dt} - Ir$$

donde r es la resistencia interna del inductor que para un inductor ideal se toma como r=0.

Ejemplo 8

Determinar el valor de la variación con el tiempo de la intensidad de corriente del ejemplo anterior para inducir una fem de 20,0 V.

Ejemplo 8

Determinar el valor de la variación con el tiempo de la intensidad de corriente del ejemplo anterior para inducir una fem de 20,0 V.

1. Acabamos de ver que la fuerza electromotriz inducida en una autoinducción viene dada por:

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

Ejemplo 8

Determinar el valor de la variación con el tiempo de la intensidad de corriente del ejemplo anterior para inducir una fem de 20,0 V.

1. Acabamos de ver que la fuerza electromotriz inducida en una autoinducción viene dada por:

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

2. Por otro lado, en el último ejemplo vimos que la autoinducción de la bobina era igual a :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = 0.0628 \text{ mH}$$

Ejemplo 8

Determinar el valor de la variación con el tiempo de la intensidad de corriente del ejemplo anterior para inducir una fem de 20,0 V.

1. Acabamos de ver que la fuerza electromotriz inducida en una autoinducción viene dada por:

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$$

2. Por otro lado, en el último ejemplo vimos que la autoinducción de la bobina era igual a :

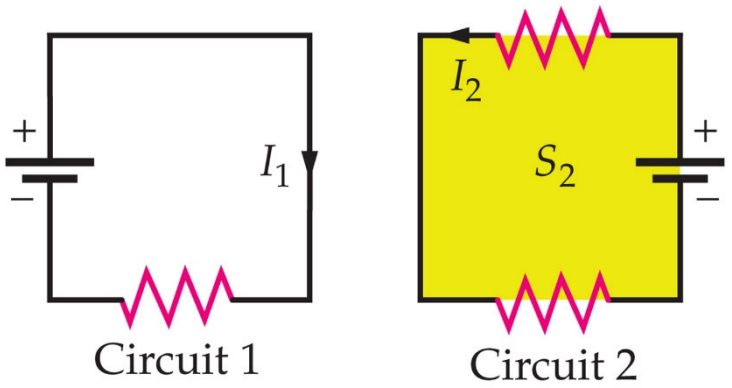
$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = 0.0628 \text{ mH}$$

3. Por lo tanto, la variación de la intensidad de corriente tiene que venir dada por:

$$|20 \text{ V}| = \left|-0.0628 \text{ mH}\frac{dI}{dt}\right| \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{20 \text{ V}}{0.0628 \text{ mH}} = 3.18{\cdot}10^5 \ \frac{\text{A}}{\text{s}}$$

Inducción mutua

Cuando dos o mas circuitos están próximos uno al otro, como se muestra en la figura, el flujo magnético que atraviesa uno de ellos depende no solo de la corriente en este circuito, sino también de la corriente que circula por los circuitos próximos. Sea I_1 la corriente en el circuito 1 de la izquierda de la figura e I_2 la del circuito 2 de la derecha. El campo magnético en la superficie S_2 es la superposición de $\vec{B}_1$ debido a I_1 y $\vec{B}_2$ debido a I_2, siendo $\vec{B}_1$ proporcional a I_1 (y $\vec{B}_2$ proporcional a I_2). Por lo tanto, podemos expresar el flujo de $\vec{B}_1$ que atraviesa el circuito 2, Φ_{m12}, como

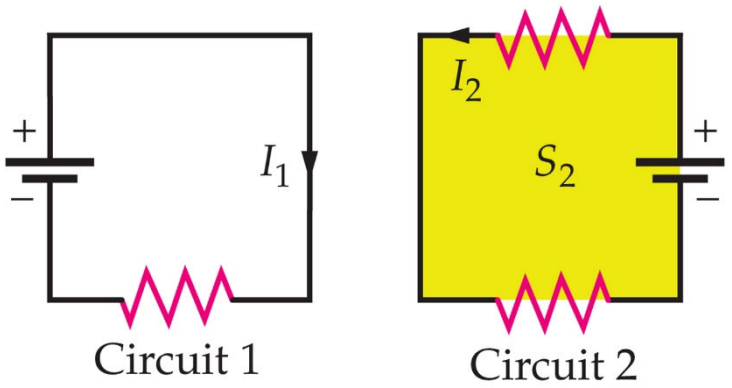


$$\Phi_{m12} = M_{12} I_1$$

donde M_{12} es la inductancia mutua de los dos circuitos. La inductancia mutua depende de la disposición geométrica entre ambos. En particular, podemos ver que si los circuitos están bastante separados, el flujo de $\vec{B}_1$ a través del circuito 2 será pequeño y la inductancia mutua también lo será.

Inducción mutua

Cuando dos o mas circuitos están próximos uno al otro, como se muestra en la figura, el flujo magnético que atraviesa uno de ellos depende no solo de la corriente en este circuito, sino también de la corriente que circula por los circuitos próximos. Sea I_1 la corriente en el circuito 1 de la izquierda de la figura e I_2 la del circuito 2 de la derecha. El campo magnético en la superficie S_2 es la superposición de $\vec{B}_1$ debido a I_1 y $\vec{B}_2$ debido a I_2, siendo $\vec{B}_1$ proporcional a I_1 (y $\vec{B}_2$ proporcional a I_2). Por lo tanto, podemos expresar el flujo de $\vec{B}_1$ que atraviesa el circuito 2, Φ_{m12}, como



$$\Phi_{m12} = M_{12} I_1$$

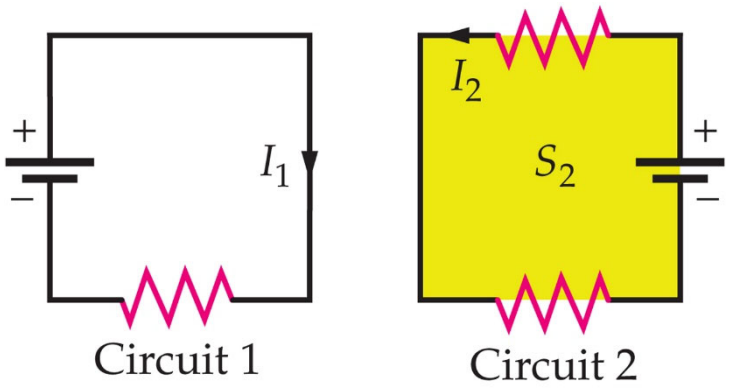
donde M_{12} es la inductancia mutua de los dos circuitos. La inductancia mutua depende de la disposición geométrica entre ambos. En particular, podemos ver que si los circuitos están bastante separados, el flujo de $\vec{B}_1$ a través del circuito 2 será pequeño y la inductancia mutua también lo será.

El flujo neto Φ_{m2} de campo magnético que atraviesa el circuito 2 será la suma del inducido por el circuito 1 más el que el propio circuito 2 induce sobre si mismo, es decir

$$\Phi_{m2} = L_2 I_2 + M_{12} I_1$$

Inducción mutua

Cuando dos o mas circuitos están próximos uno al otro, como se muestra en la figura, el flujo magnético que atraviesa uno de ellos depende no solo de la corriente en este circuito, sino también de la corriente que circula por los circuitos próximos. Sea I_1 la corriente en el circuito 1 de la izquierda de la figura e I_2 la del circuito 2 de la derecha. El campo magnético en la superficie S_2 es la superposición de $\vec{B}_1$ debido a I_1 y $\vec{B}_2$ debido a I_2, siendo $\vec{B}_1$ proporcional a I_1 (y $\vec{B}_2$ proporcional a I_2). Por lo tanto, podemos expresar el flujo de $\vec{B}_1$ que atraviesa el circuito 2, Φ_{m12}, como



$$\Phi_{m12} = M_{12} I_1$$

donde M_{12} es la inductancia mutua de los dos circuitos. La inductancia mutua depende de la disposición geométrica entre ambos. En particular, podemos ver que si los circuitos están bastante separados, el flujo de $\vec{B}_1$ a través del circuito 2 será pequeño y la inductancia mutua también lo será.

El flujo neto Φ_{m2} de campo magnético que atraviesa el circuito 2 será la suma del inducido por el circuito 1 más el que el propio circuito 2 induce sobre si mismo, es decir

$$\Phi_{m2} = L_2 I_2 + M_{12} I_1$$

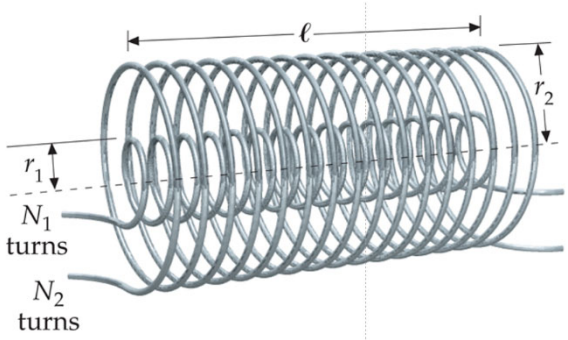
Puede escribirse una ecuación semejante para el flujo de que atraviesa el circuito 1 debido a la corriente que circula por el circuito 2 y el flujo magnético total:

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_2$$

$$\Phi_{m1} = L_1 I_1 + M_{21} I_1$$

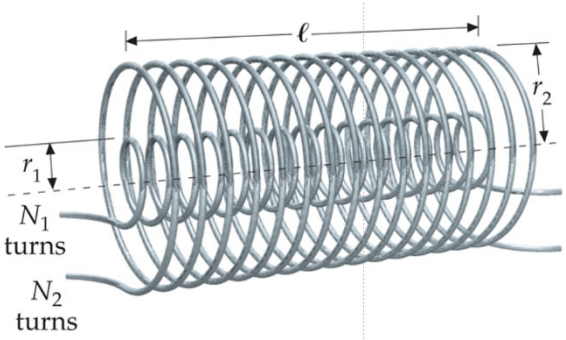
Ejemplo 9.

Determinar la inductancia mutua M_{21} de dos solenoides concéntricos de espiras apretadas de la figura determinando el flujo a través del solenoide interno debido a una corriente I_2 en el solenoide externo.



Ejemplo 9.

Determinar la inductancia mutua M_{21} de dos solenoides concéntricos de espiras apretadas de la figura determinando el flujo a través del solenoide interno debido a una corriente I_2 en el solenoide externo.



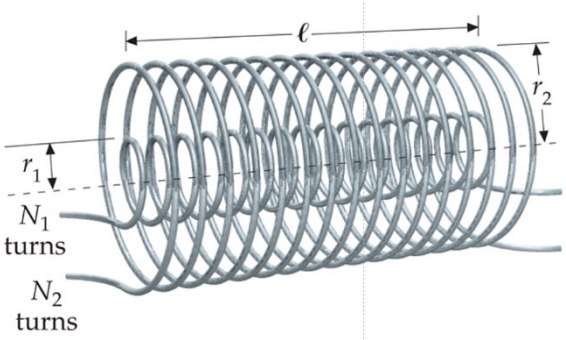
1. Como acabamos de ver en coeficiente de inductancia mutua M_{21} tiene que cumplir:

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_2$$

donde Φ_{m21} es el flujo magnético que atraviesa, en este caso, la espira de radio r_1 como consecuencia del campo magnético creado por la intensidad de corriente que atraviesa la espira de radio r_2.

Ejemplo 9.

Determinar la inductancia mutua M_{21} de dos solenoides concéntricos de espiras apretadas de la figura determinando el flujo a través del solenoide interno debido a una corriente I_2 en el solenoide externo.



1. Como acabamos de ver en coeficiente de inductancia mutua M_{21} tiene que cumplir:

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_2$$

donde Φ_{m21} es el flujo magnético que atraviesa, en este caso, la espira de radio r_1 como consecuencia del campo magnético creado por la intensidad de corriente que atraviesa la espira de radio r_2.

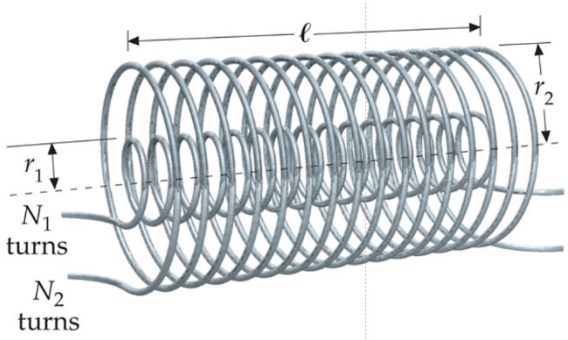
2. El campo magnético dentro de la espira 2 creado por la intensidad de corriente que lo recorre es igual a:

$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{l}$$

donde asumimos que se trata de un solenoide en el que $l >> r_2$.

Ejemplo 9.

Determinar la inductancia mutua M_{21} de dos solenoides concéntricos de espiras apretadas de la figura determinando el flujo a través del solenoide interno debido a una corriente I_2 en el solenoide externo.



1. Como acabamos de ver en coeficiente de inductancia mutua M_{21} tiene que cumplir:

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_2$$

donde Φ_{m21} es el flujo magnético que atraviesa, en este caso, la espira de radio r_1 como consecuencia del campo magnético creado por la intensidad de corriente que atraviesa la espira de radio r_2.

2. El campo magnético dentro de la espira 2 creado por la intensidad de corriente que lo recorre es igual a:

$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{l}$$

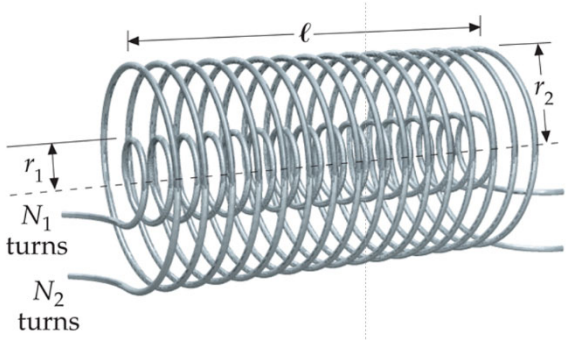
donde asumimos que se trata de un solenoide en el que $l >> r_2$.

3. Por lo tanto, el flujo magnético en el solenoide 1 como consecuencia de este campo magnético será:

$$\Phi_{m21} = B_2 A_1 = \frac{\mu_0 N_2 I_2 N_1 \pi r_1^2}{l}$$

Ejemplo 9.

Determinar la inductancia mutua M_{21} de dos solenoides concéntricos de espiras apretadas de la figura determinando el flujo a través del solenoide interno debido a una corriente I_2 en el solenoide externo.



1. Como acabamos de ver en coeficiente de inductancia mutua M_{21} tiene que cumplir:

$$\Phi_{m21} = M_{21} I_2$$

donde Φ_{m21} es el flujo magnético que atraviesa, en este caso, la espira de radio r_1 como consecuencia del campo magnético creado por la intensidad de corriente que atraviesa la espira de radio r_2.

2. El campo magnético dentro de la espira 2 creado por la intensidad de corriente que lo recorre es igual a:

$$B_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2}{l}$$

donde asumimos que se trata de un solenoide en el que $l >> r_2$.

3. Por lo tanto, el flujo magnético en el solenoide 1 como consecuencia de este campo magnético será:

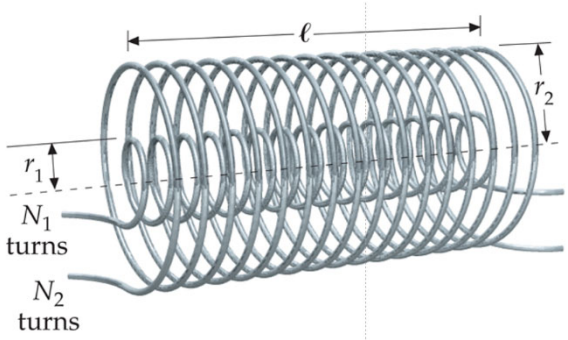
$$\Phi_{m21} = B_2 A_1 = \frac{\mu_0 N_2 I_2 N_1 \pi r_1^2}{l}$$

4. En consecuencia el coeficiente de inductancia mutua M_{21} será igual a:

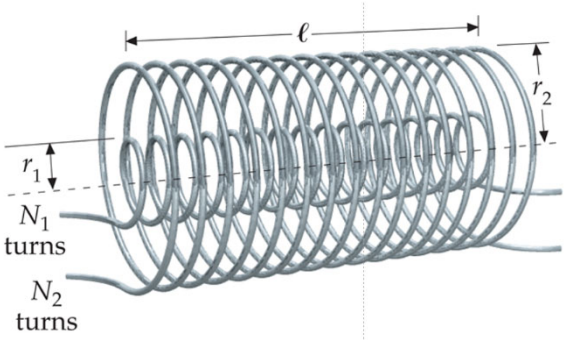
$$\left.\begin{aligned} \Phi_{m21} &= M_{21} I_2 \\ \Phi_{m21} &= \frac{\mu_0 N_2 I_2 N_1 \pi r_1^2}{l} \end{aligned}\right| \Rightarrow M_{21} I_2 = \frac{\mu_0 N_2 I_2 N_1 \pi r_1^2}{l} \Rightarrow M_{21} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{l}$$

Ejemplo 10.

¿En el mismo problema anterior, cuál sería la inductancia mutua M_{12}?



Ejemplo 10.



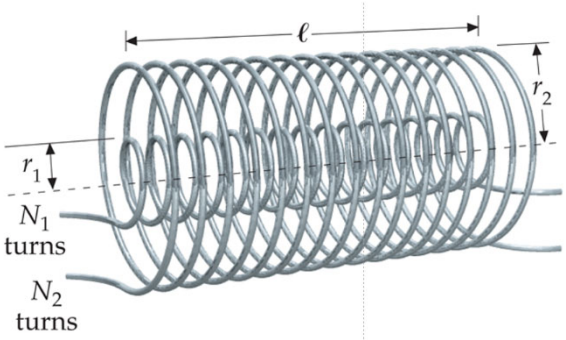
¿En el mismo problema anterior, cuál sería la inductancia mutua M_{12}?

1. El campo magnético creado por la espira 1 es igual a:

$$B_1 = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 N_1 I_1}{l} & \text{Si } r < r_1 \\ 0 & \text{Si } r < r_1 \end{cases}$$

Ejemplo 10.

¿En el mismo problema anterior, cuál sería la inductancia mutua M_{12}?



1. El campo magnético creado por la espira 1 es igual a:

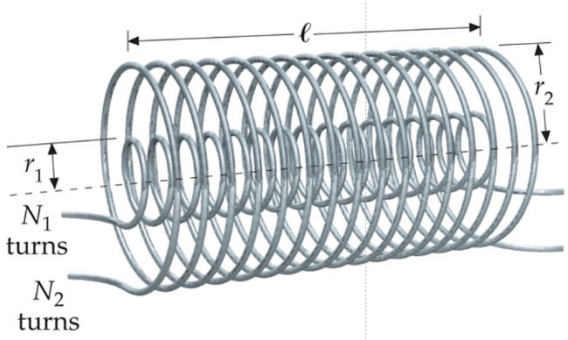
$$B_1 = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 N_1 I_1}{l} & \text{Si } r < r_1 \\ 0 & \text{Si } r < r_1 \end{cases}$$

2. Por lo tanto, el flujo magnético en el solenoide 2 como consecuencia de este campo magnético será:

$$\Phi_{m12} = B_1 A_2 = B_1 N_2 \pi r_1^2 + B_1 N_2 \pi \left(r_2^2 - r_1^2\right) = B_1 \pi r_1^2 = \frac{\mu_0 N_1 I_1 N_2 \pi r_1^2}{l}$$

Ejemplo 10.

¿En el mismo problema anterior, cuál sería la inductancia mutua M_{12}?



1. El campo magnético creado por la espira 1 es igual a:

$$B_1 = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 N_1 I_1}{l} & \text{Si } r < r_1 \\ 0 & \text{Si } r < r_1 \end{cases}$$

2. Por lo tanto, el flujo magnético en el solenoide 2 como consecuencia de este campo magnético será:

$$\Phi_{m12} = B_1 A_2 = B_1 N_2 \pi r_1^2 + B_1 N_2 \pi \left(r_2^2 - r_1^2\right) = B_1 \pi r_1^2 = \frac{\mu_0 N_1 I_1 N_2 \pi r_1^2}{l}$$

3. En consecuencia el coeficiente de inductancia mutua M_{12} será igual a:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{m12} &= M_{12} I_1 \\ \Phi_{m12} &= \frac{\mu_0 N_1 I_1 N_2 \pi r_1^2}{l} \end{aligned}\right| \Rightarrow M_{12} I_1 = \frac{\mu_0 N_1 I_1 N_2 \pi r_1^2}{l} \Rightarrow M_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{l}$$

Por lo tanto M_{21}=M_{12}. Puede demostrarse que este es un resultado general, es decir, M_{21}=M_{12} en cualquier situación. Por ello, prescindiremos de los subíndices de la inductancia mutua y escribiremos simplemente M.

Temas anteriores

Campos eléctricos aplicados a conductores generan corrientes eléctricas

⇩

Corrientes eléctricas generan campos magnéticos

⇩

Campos eléctricos son capaces de generar campos magnéticos

Temas anteriores

Campos eléctricos aplicados a conductores generan corrientes eléctricas

⇩

Corrientes eléctricas generan campos magnéticos

⇩

Campos eléctricos son capaces de generar campos magnéticos

¿EL PROCESO ES SIMÉTRICO?

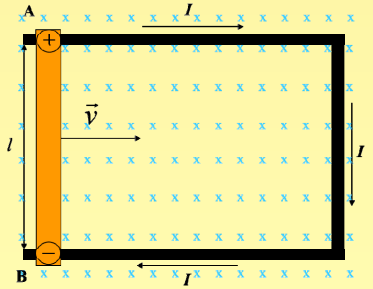
¿PUEDEN LOS CAMPOS MAGNÉTICOS GENERAR CAMPOS ELÉCTRICOS?

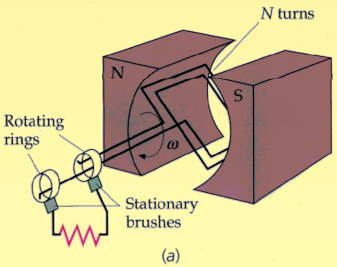
Tema8

Ley de Faraday-Lenz

"*La f.e.m. inducida en un circuito es igual y de signo opuesto a la velocidad con que varía el flujo magnético a través de dicho circuito". O en otras palabras: "La f.e.m. inducida en un circuito es igual a la derivada respecto al tiempo, cambiada de signo, del flujo magnético que lo atraviesa*"

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{donde} \quad \Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$





Corrientes de Foucault o turbillonarias

Temas anteriores

Campos eléctricos aplicados a conductores generan corrientes eléctricas

⇩

Corrientes eléctricas generan campos magnéticos

⇩

Campos eléctricos son capaces de generar campos magnéticos

¿EL PROCESO ES SIMÉTRICO?

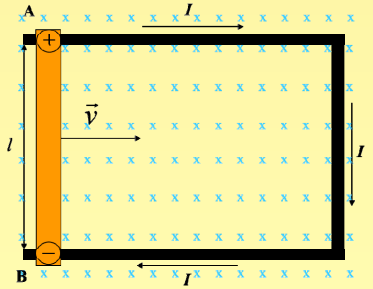
¿PUEDEN LOS CAMPOS MAGNÉTICOS GENERAR CAMPOS ELÉCTRICOS?

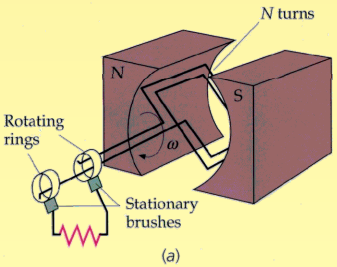
Tema8

Ley de Faraday-Lenz

"*La f.e.m. inducida en un circuito es igual y de signo opuesto a la velocidad con que varía el flujo magnético a través de dicho circuito". O en otras palabras: "La f.e.m. inducida en un circuito es igual a la derivada respecto al tiempo, cambiada de signo, del flujo magnético que lo atraviesa*"

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{donde} \quad \Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$





Corrientes de Foucault o turbillonarias

Autoinducción $\Phi_m = LI$ $\qquad 1\,\text{H} = 1\,\dfrac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1\,\dfrac{\text{T}\cdot\text{m}^2}{\text{A}}$

Temas anteriores

Campos eléctricos aplicados a conductores generan corrientes eléctricas

⇩

Corrientes eléctricas generan campos magnéticos

⇩

Campos eléctricos son capaces de generar campos magnéticos

¿EL PROCESO ES SIMÉTRICO?

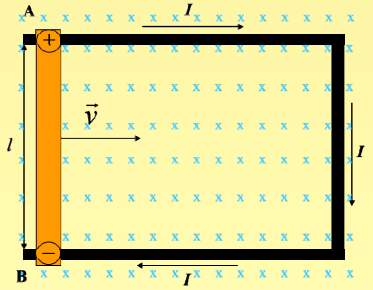
¿PUEDEN LOS CAMPOS MAGNÉTICOS GENERAR CAMPOS ELÉCTRICOS?

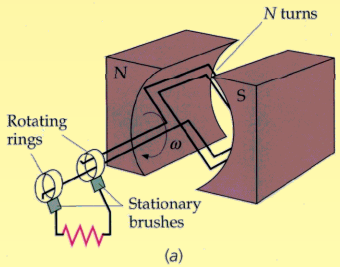
Tema8

Ley de Faraday-Lenz

"*La f.e.m. inducida en un circuito es igual y de signo opuesto a la velocidad con que varía el flujo magnético a través de dicho circuito". O en otras palabras: "La f.e.m. inducida en un circuito es igual a la derivada respecto al tiempo, cambiada de signo, del flujo magnético que lo atraviesa*"

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{donde} \quad \Phi_m = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$$



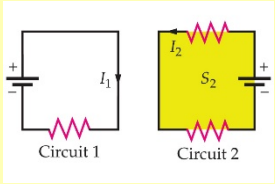


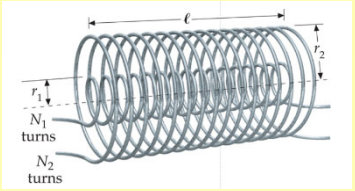
Corrientes de Foucault o turbillonarias

Autoinducción $\Phi_m = LI$ $\qquad 1\,\text{H} = 1\,\frac{\text{Wb}}{\text{A}} = 1\,\frac{\text{T}\cdot\text{m}^2}{\text{A}}$

Inducción mutua

$$\Phi_{m1} = L_1 I_1 + M_{21} I_1$$
$$\Phi_{m2} = L_2 I_2 + M_{12} I_1$$

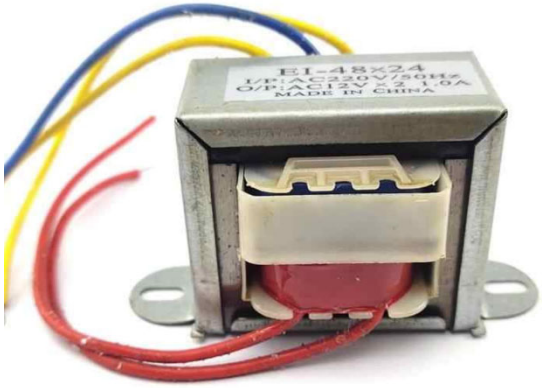


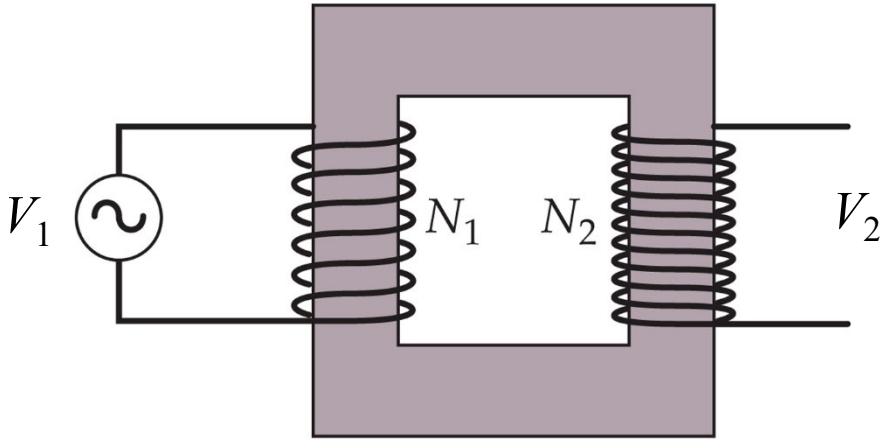


$$M_{12} = M_{21} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi r_1^2}{l}$$

Inducción mutua

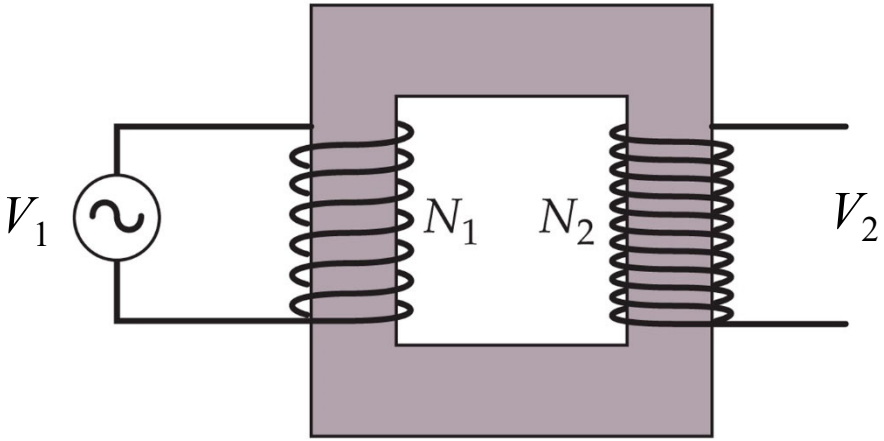
Transformadores de corriente.

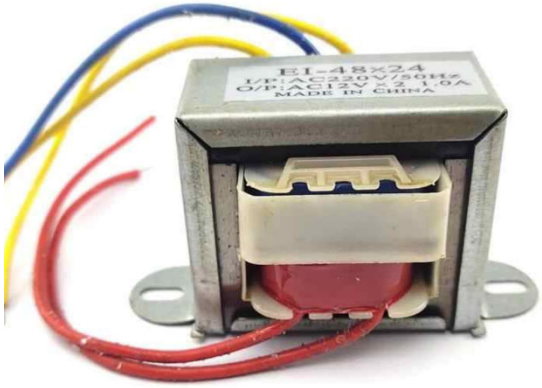




Inducción mutua

Transformadores de corriente.





$$\left.\begin{aligned} V_1 &= N_1 \frac{d\Phi_{m_1}}{dt} \\ V_2 &= N_2 \frac{d\Phi_{m_2}}{dt} \\ \frac{d\Phi_{m_1}}{dt} &= \frac{d\Phi_{m_2}}{dt} \end{aligned}\right| \Rightarrow V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1$$

ESQUEMA DE DESARROLLO

~~1.- Introducción.~~

~~2.- Fuerza electromotriz debida al movimiento.~~

~~3.- Ley de Faraday. Ley de Lenz.~~

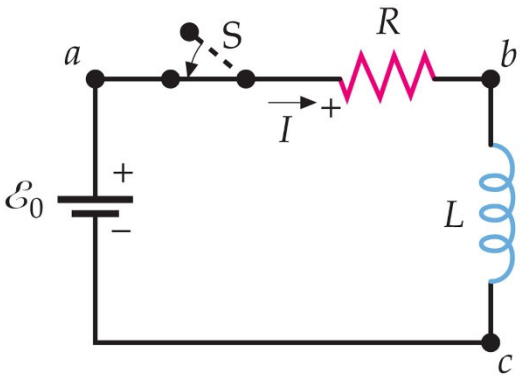
~~4.- Autoinducción. Inductancia mutua.~~

5.- Circuitos RL.

6.- Energía magnética.

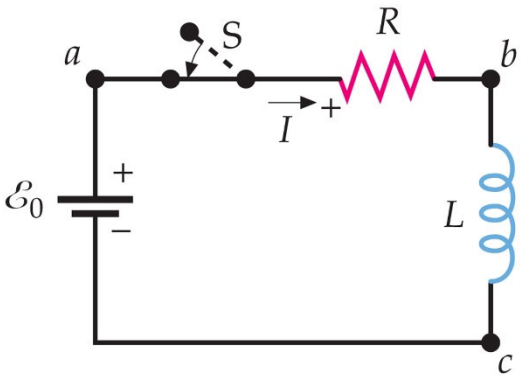
Energía magnética

Un inductor almacena energía magnética, del mismo modo que un condensador almacena energía eléctrica. Consideremos el circuito formado por una inductancia L y una resistencia R en serie con una batería de fem ε_0 y un interruptor S, como se muestra en la figura. Se supone que R y L son la resistencia e inductancia del circuito completo. El interruptor esta inicialmente abierto, de modo que no pasa corriente por el circuito. Poco después se cierra el interruptor y aparece una corriente I en el circuito, una caída de potencial IR a través de la resistencia y una diferencia de potencial $L\ dI/dt$ en el inductor. Aplicando la ley de las mallas de Kirchhoff en este circuito, resulta



$$\varepsilon_0 = IR + L\frac{dI}{dt}$$

Energía magnética



Un inductor almacena energía magnética, del mismo modo que un condensador almacena energía eléctrica. Consideremos el circuito formado por una inductancia L y una resistencia R en serie con una batería de fem ε_0 y un interruptor S, como se muestra en la figura. Se supone que R y L son la resistencia e inductancia del circuito completo. El interruptor esta inicialmente abierto, de modo que no pasa corriente por el circuito. Poco después se cierra el interruptor y aparece una corriente I en el circuito, una caída de potencial IR a través de la resistencia y una diferencia de potencial $L\ dI/dt$ en el inductor. Aplicando la ley de las mallas de Kirchhoff en este circuito, resulta

$$\varepsilon_0 = IR + L\frac{dI}{dt}$$

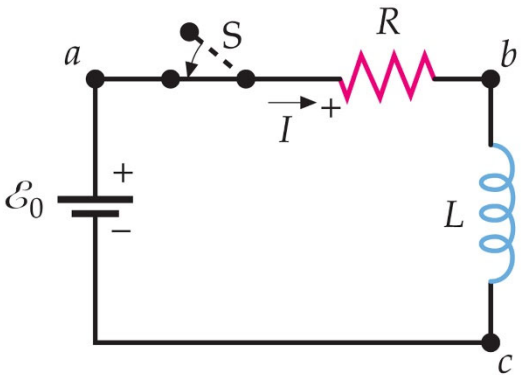
Multiplicando ambos esta ecuación por la intensidad de corriente que recorre el circuito llegamos a:

$$\varepsilon_0 I = I^2 R + IL\frac{dI}{dt}$$

El termino $\varepsilon_0 I$ es la potencia suministrada por la batería. Como vimos en temas anteriores, el termino I^2R es la energía por unidad de tiempo disipada en forma de calor en la resistencia del circuito. Finalmente, el último término tiene necesariamente que ser la energía por unidad de tiempo absorbida por el inductor. Entonces, si U_m es la energía en el inductor, se verifica

$$dU_m = IL\frac{dI}{dt} \Rightarrow U_m = \frac{I^2 L}{2} + cte$$

Energía magnética



Un inductor almacena energía magnética, del mismo modo que un condensador almacena energía eléctrica. Consideremos el circuito formado por una inductancia L y una resistencia R en serie con una batería de fem ε_0 y un interruptor S, como se muestra en la figura. Se supone que R y L son la resistencia e inductancia del circuito completo. El interruptor esta inicialmente abierto, de modo que no pasa corriente por el circuito. Poco después se cierra el interruptor y aparece una corriente I en el circuito, una caída de potencial IR a través de la resistencia y una diferencia de potencial $L\ dI/dt$ en el inductor. Aplicando la ley de las mallas de Kirchhoff en este circuito, resulta

$$\varepsilon_0 = IR + L\frac{dI}{dt}$$

Multiplicando ambos esta ecuación por la intensidad de corriente que recorre el circuito llegamos a:

$$\varepsilon_0 I = I^2 R + IL\frac{dI}{dt}$$

El termino $\varepsilon_0 I$ es la potencia suministrada por la batería. Como vimos en temas anteriores, el termino I^2R es la energía por unidad de tiempo disipada en forma de calor en la resistencia del circuito. Finalmente, el último término tiene necesariamente que ser la energía por unidad de tiempo absorbida por el inductor. Entonces, si U_m es la energía en el inductor, se verifica

$$dU_m = IL\frac{dI}{dt} \Rightarrow U_m = \frac{I^2 L}{2} + cte$$

Para obtener la constante de integración, igualamos U_m a cero cuando I es igual a cero. La energía almacenada en un inductor que transporta una corriente I viene dada por

$$U_m = \frac{I^2 L}{2}$$

Energía magnética

En el proceso de producir una corriente en un inductor, se crea un campo magnético en el espacio interior de su bobina. Es decir, podemos imaginar que la energía almacenada en un inductor es energía almacenada en el campo magnético creado. En el **caso especial** de un solenoide largo, el campo magnético esta relacionado con la corriente *I* y el numero de vueltas por unidad de longitud *n* mediante la expresión:

$$B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow I = \frac{lB}{\mu_0 N}$$

y la autoinducción la calculamos en un problema anterior obteniendo como resultado:

$$L = \mu_0 n^2 Al = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

Utilizando estas dos ecuaciones y la de la energía almacenada en el inductor que acabamos de obtener llegamos a:

$$\left.\begin{array}{l} U_m = \dfrac{I^2 L}{2} \\ I = \dfrac{lB}{\mu_0 N} \\ L = \dfrac{\mu_0 N^2 A}{l} \end{array}\right| \Rightarrow U_m = \frac{I^2 L}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{lB}{\mu_0 N}\right)^2 \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{lAB^2}{2\mu_0}$$

Energía magnética

En el proceso de producir una corriente en un inductor, se crea un campo magnético en el espacio interior de su bobina. Es decir, podemos imaginar que la energía almacenada en un inductor es energía almacenada en el campo magnético creado. En el **caso especial** de un solenoide largo, el campo magnético esta relacionado con la corriente I y el numero de vueltas por unidad de longitud n mediante la expresión:

$$B = \mu_0 nI = \frac{\mu_0 NI}{l} \Rightarrow I = \frac{lB}{\mu_0 N}$$

y la autoinducción la calculamos en un problema anterior obteniendo como resultado:

$$L = \mu_0 n^2 Al = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

Utilizando estas dos ecuaciones y la de la energía almacenada en el inductor que acabamos de obtener llegamos a:

$$\left.\begin{array}{l} U_m = \dfrac{I^2 L}{2} \\ I = \dfrac{lB}{\mu_0 N} \\ L = \dfrac{\mu_0 N^2 A}{l} \end{array}\right| \Rightarrow U_m = \frac{I^2 L}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{lB}{\mu_0 N}\right)^2 \frac{\mu_0 N^2 A}{l} = \frac{lAB^2}{2\mu_0}$$

La magnitud lA es el volumen del espacio contenido dentro del solenoide, donde se crea el campo magnético. Por lo tanto, podemos definir la densidad de energía magnética u_m como la energía por unidad de volumen dentro del solenoide, es decir,

$$u_m = \frac{U_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Aunque esta ecuación se ha obtenido para el caso especial del campo magnético en un solenoide largo, el resultado es general. Es decir, siempre que exista un campo magnético en el espacio, la energía magnética por unidad de volumen viene dada por la expresión anterior. Es interesante notar la semejanza entre esta expresión y la obtenida en el tema 5 para la densidad de energía eléctrica de un campo eléctrico:

$$u_e = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$$

ESQUEMA DE DESARROLLO

~~1.- Introducción.~~

~~2.- Fuerza electromotriz debida al movimiento.~~

~~3.- Ley de Faraday. Ley de Lenz.~~

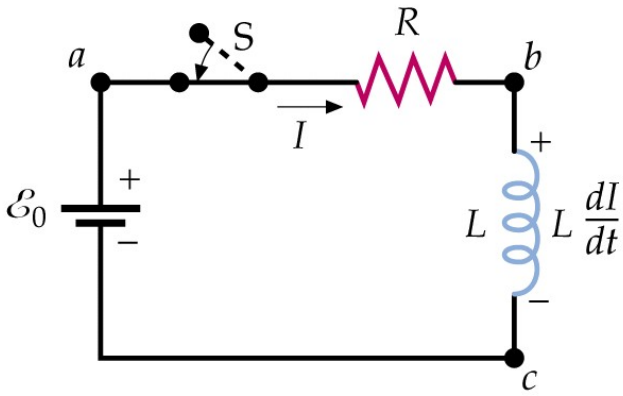
~~4.- Autoinducción. Inductancia mutua.~~

5.- Circuitos RL.

~~6.- Energía magnética.~~

Circuitos RL

Un circuito que contiene una resistencia y un inductor tal como el indicado en la figura se denomina **circuito *RL***. La pregunta que nos vamos a hacer en este apartado del tema es ¿Cómo influye la autoinducción en la resolución de circuitos eléctricos?

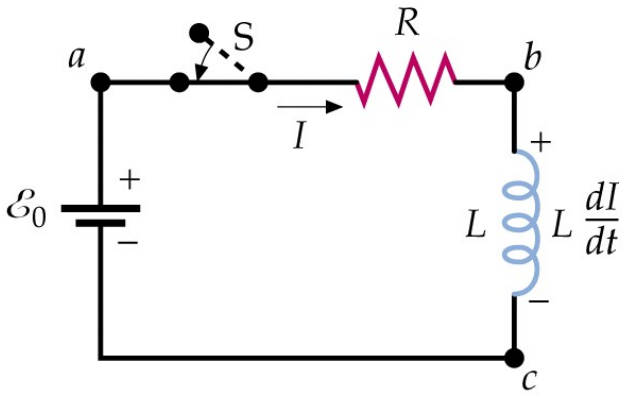


Tal y como vimos para los condensadores o las capacidades hay que considerar dos situaciones:

- Situación estacionaria
- Situación transitoria.

Circuitos RL

Un circuito que contiene una resistencia y un inductor tal como el indicado en la figura se denomina **circuito *RL***. La pregunta que nos vamos a hacer en este apartado del tema es ¿Cómo influye la autoinducción en la resolución de circuitos eléctricos?



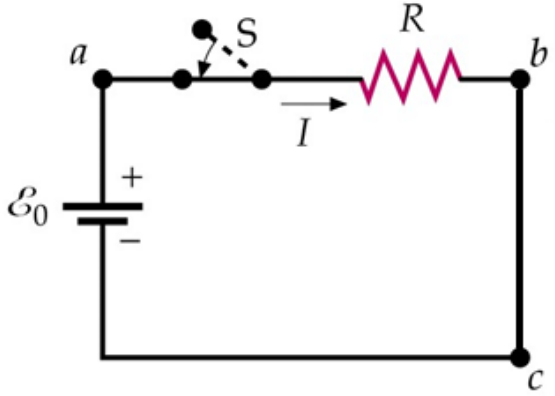
Tal y como vimos para los condensadores o las capacidades hay que considerar dos situaciones:

- Situación estacionaria
- Situación transitoria.

Situación estacionaria en circuitos con autoinducciones.

Como hemos visto anteriormente la ley de Kirchhoff de las mallas aplicada a un circuito *RL* nos lleva a la ecuación:

$$\varepsilon_0 = IR + L\frac{dI}{dt}$$



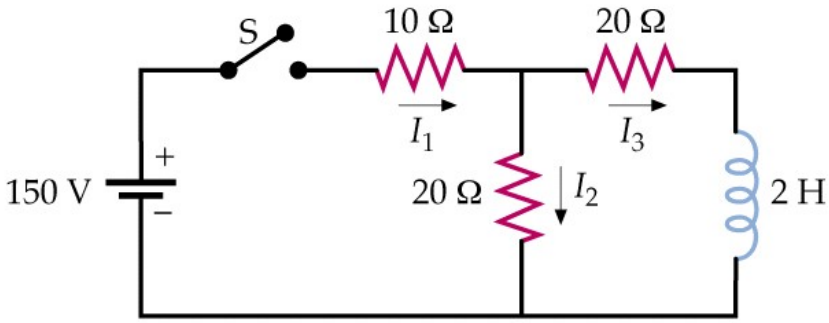
En situación estacionaria no hay variación temporal de ninguna de las variables del circuito eléctrico. En concreto la intensidad es constante y, por tanto, su derivada temporal será cero. En esta situación la anterior ecuación se nos convierte en:

$$\varepsilon_0 = IR$$

Por lo tanto, en situación estacionaria, la autoinducción se sustituiría por un cable sin resistencia y, en el caso del circuito *RL*, nos quedaría el circuito equivalente que se muestra en la figura.

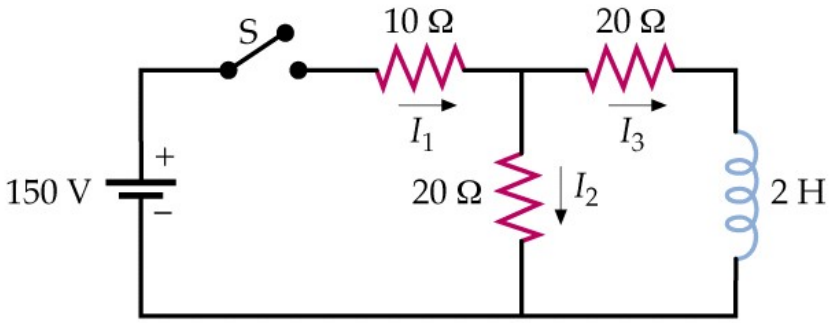
Ejemplo 11

Resolver el circuito de la figura en situación estacionaria.

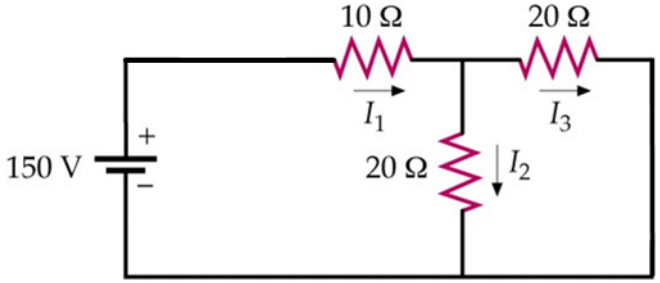


Ejemplo 11

Resolver el circuito de la figura en situación estacionaria.

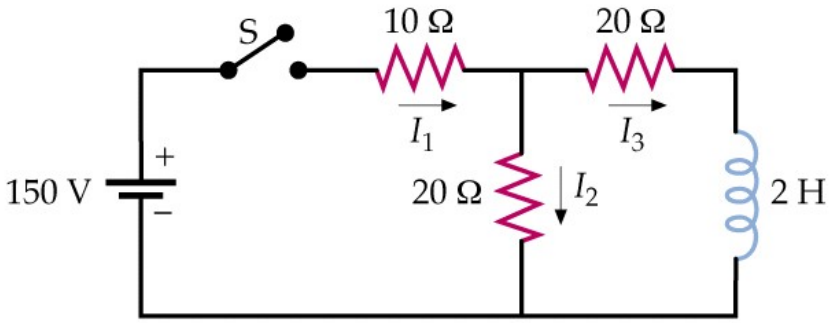


1. Como acabamos de ver, en situación estacionaria, el circuito equivalente al que nos da el enunciado del problema es:

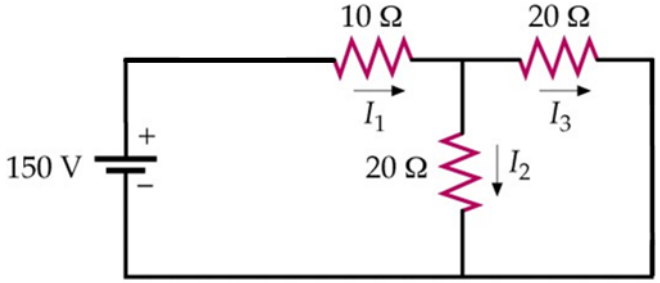


Ejemplo 11

Resolver el circuito de la figura en situación estacionaria.



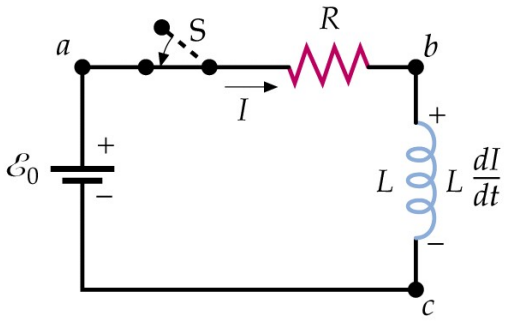
1. Como acabamos de ver, en situación estacionaria, el circuito equivalente al que nos da el enunciado del problema es:



2. La solución del anterior circuito es:

$$\left.\begin{array}{l} I_1 = I_2 + I_3 \\ 20\ \Omega \cdot I_2 = 20\ \Omega \cdot I_3 \Rightarrow I_2 = I_3 \\ 150\ \text{V} = 10\ \Omega \cdot I_1 + 20\ \Omega \cdot I_2 \end{array}\right| \Rightarrow I_2 = I_3 = \frac{I_1}{2} \Bigg| \Rightarrow 150\ \text{V} = 10\ \Omega \cdot I_1 + 20\ \Omega \cdot \frac{I_1}{2} \Rightarrow I_1 = 7.5\ \text{A}$$

Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.



Partimos nuevamente de la ley de Kirchhoff de las mallas:

$$\varepsilon_0 = IR + L\frac{dI}{dt}$$

Podemos entender muchas de las características de la corriente en este circuito a partir de la ecuación anterior sin necesidad de resolverla. Inicialmente (justo después de cerrar el interruptor) la corriente es nula, de modo que IR es cero y $L{\cdot}dI/dt$ es igual a la fem de la batería. Haciendo $I = 0$ en la anterior ecuación resulta

$$\left.\frac{dI}{dt}\right|_{t=0} = \frac{\varepsilon_0}{L}$$

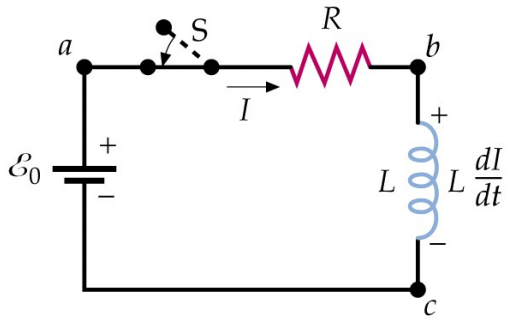
Cuando la corriente crece, IR crece también y dI/dt disminuye. Obsérvese que la corriente no puede saltar súbitamente de cero a un valor finito como lo haría si no tuviera inductancia. Cuando la inductancia L no es despreciable, dI/dt es finita y, por lo tanto, la corriente debe ser continua en el tiempo. En un tiempo breve, la corriente alcanza un valor positivo I, y su variación con el tiempo es

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon_0 - IR}{L}$$

En este momento la corriente es todavía creciente, pero su ritmo de crecimiento es menor que en el instante $t = 0$. El valor final de la corriente puede obtenerse haciendo dI/dt igual a cero siendo, por tanto, igual a:

$$\left.\frac{dI}{dt}\right|_{t\to\infty} = \frac{\varepsilon_0 - I(t\to\infty)R}{L} = 0 \Rightarrow I(t\to\infty) = \frac{\varepsilon_0}{R}$$

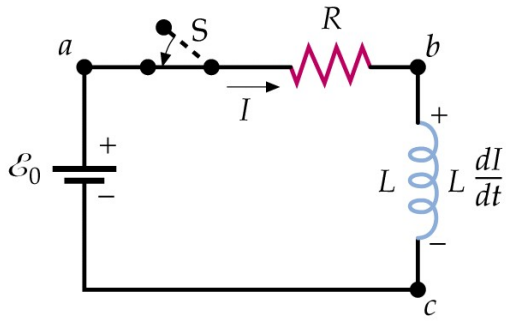
Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.



Para otra situación tenemos que integrar la ecuación diferencial llegando a:

$$\frac{dI}{dt}=\frac{\varepsilon_0-IR}{L}\Rightarrow\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=dt\Rightarrow\int\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=\int dt\Rightarrow-\frac{L}{R}\ln\left(\varepsilon_0-IR\right)=t+cte$$

Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.



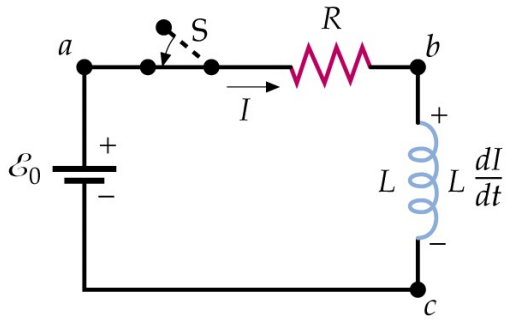
Para otra situación tenemos que integrar la ecuación diferencial llegando a:

$$\frac{dI}{dt}=\frac{\varepsilon_0-IR}{L}\Rightarrow\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=dt\Rightarrow\int\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=\int dt\Rightarrow-\frac{L}{R}\ln\left(\varepsilon_0-IR\right)=t+cte$$

de donde

$$\varepsilon_0-IR=K\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\Rightarrow I=\frac{\varepsilon_0}{R}-\frac{K}{R}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.



Para otra situación tenemos que integrar la ecuación diferencial llegando a:

$$\frac{dI}{dt}=\frac{\varepsilon_0-IR}{L}\Rightarrow\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=dt\Rightarrow\int\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=\int dt\Rightarrow-\frac{L}{R}\ln\left(\varepsilon_0-IR\right)=t+cte$$

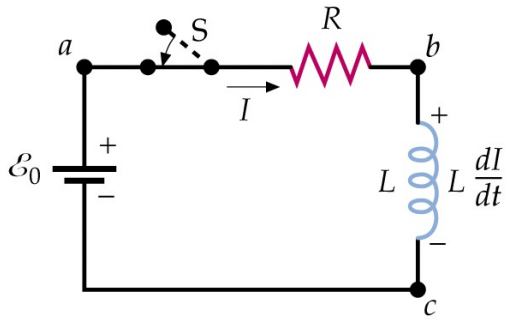
de donde

$$\varepsilon_0-IR=K\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\Rightarrow I=\frac{\varepsilon_0}{R}-\frac{K}{R}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

La constante de integración K la obtenemos utilizando que en el instante inicial la intensidad de corriente es igual a cero, $I(t=0)=0$, de donde

$$I(t=0)=\frac{\varepsilon_0}{R}-\frac{K}{R}\exp\left(-\frac{R}{L}0\right)=\frac{\varepsilon_0}{R}-\frac{K}{R}=0\Rightarrow K=\varepsilon_0$$

Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.



Para otra situación tenemos que integrar la ecuación diferencial llegando a:

$$\frac{dI}{dt}=\frac{\varepsilon_0-IR}{L}\Rightarrow\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=dt\Rightarrow\int\frac{L}{\varepsilon_0-IR}dI=\int dt\Rightarrow-\frac{L}{R}\ln\left(\varepsilon_0-IR\right)=t+cte$$

de donde

$$\varepsilon_0-IR=K\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\Rightarrow I=\frac{\varepsilon_0}{R}-\frac{K}{R}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

La constante de integración K la obtenemos utilizando que en el instante inicial la intensidad de corriente es igual a cero, $I(t=0)=0$, de donde

$$I(t=0)=\frac{\varepsilon_0}{R}-\frac{K}{R}\exp\left(-\frac{R}{L}0\right)=\frac{\varepsilon_0}{R}-\frac{K}{R}=0\Rightarrow K=\varepsilon_0$$

Las diferentes magnitudes del circuito se pueden escribir como:

$$I(t)=\frac{\varepsilon_0}{R}\left[1-\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right]=I_{\max}\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$V_R(t)=I(t)R=\varepsilon_0\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$V_L(t)=\varepsilon_0-V_R(t)=\varepsilon_0-\varepsilon_0\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]=\varepsilon_0\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

donde

$I_{\max}=\frac{\varepsilon_0}{R}$ corriente máxima que recorre el circuito

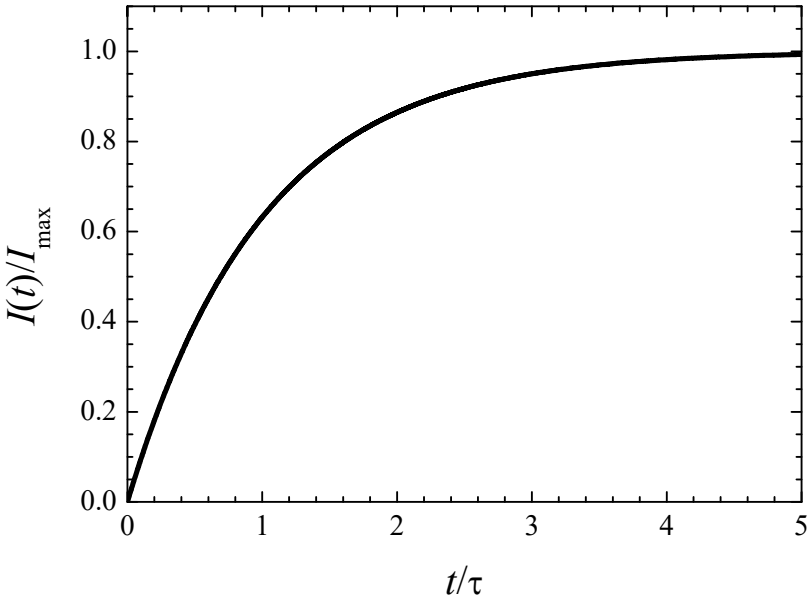
$\tau=\frac{L}{R}$ constante de tiempo del circuito

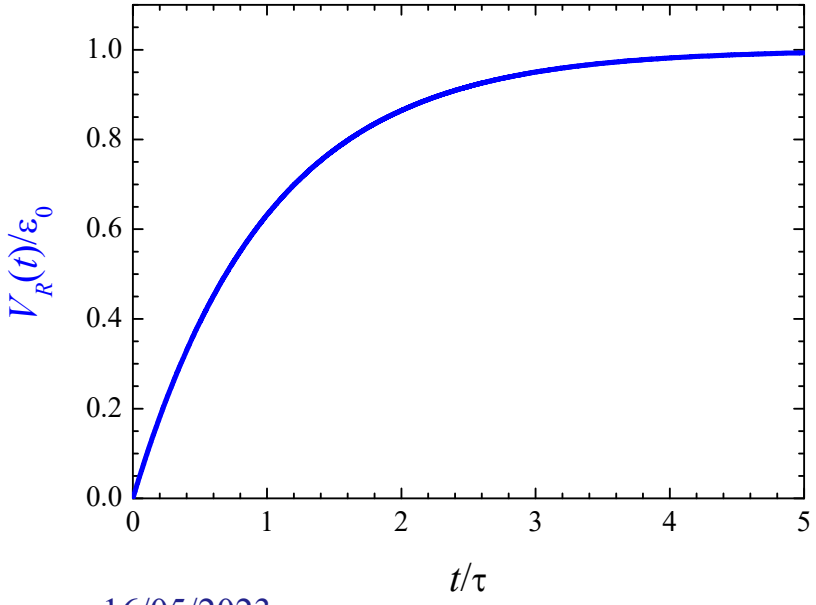
Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.

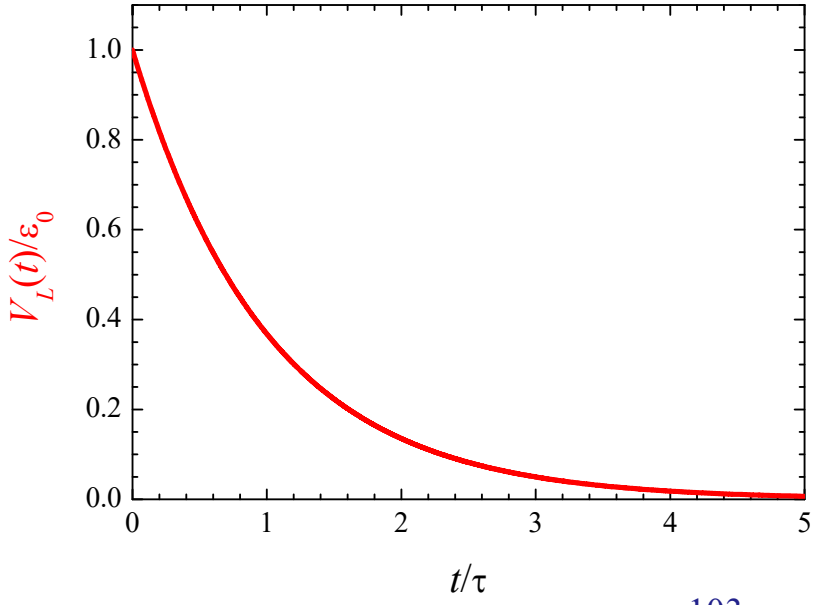
$$I(t) = \frac{\varepsilon_0}{R}\left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right] = I_{\max}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$V_R(t) = I(t)R = \varepsilon_0\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$V_L(t) = \varepsilon_0 - V_R(t) = \varepsilon_0 - \varepsilon_0\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] = \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$





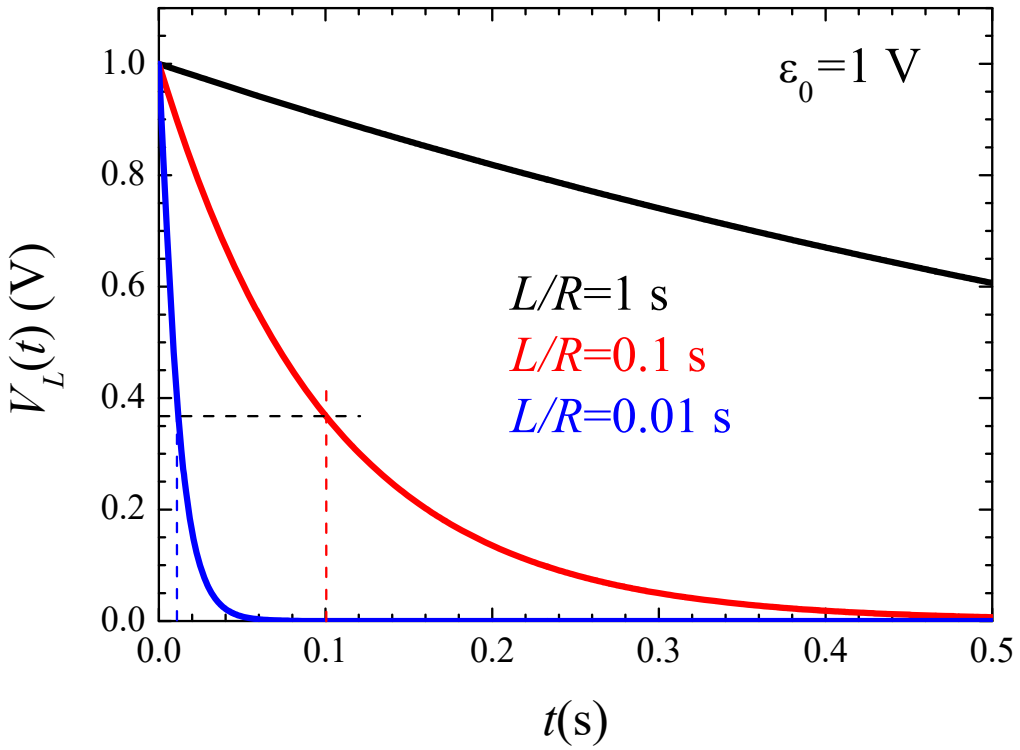


Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.

$$I(t) = \frac{\varepsilon_0}{R}\left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)\right] = I_{\max}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$V_R(t) = I(t)R = \varepsilon_0\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$V_L(t) = \varepsilon_0 - V_R(t) = \varepsilon_0 - \varepsilon_0\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] = \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$



Ejemplo 12

Una bobina de autoinducción 5 mH y una resistencia de 15 Ω se sitúa entre los terminales de una batería de 12 V de resistencia interna despreciable. (a) ¿Cuál es la corriente final? (b) ¿Cuál es la corriente a los 5 μs?

Ejemplo 12

Una bobina de autoinducción 5 mH y una resistencia de 15 Ω se sitúa entre los terminales de una batería de 12 V de resistencia interna despreciable. (a) ¿Cuál es la corriente final? (b) ¿Cuál es la corriente a los 5 μs?

1. Como hemos visto la corriente final viene dada por:

$$I(t \to \infty) = I_{\max} = \frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{12\ \text{V}}{15\ \Omega} = 0.8\ \text{A}$$

Ejemplo 12

Una bobina de autoinducción 5 mH y una resistencia de 15 Ω se sitúa entre los terminales de una batería de 12 V de resistencia interna despreciable. (a) ¿Cuál es la corriente final? (b) ¿Cuál es la corriente a los 5 μs?

1. Como hemos visto la corriente final viene dada por:

$$I(t \to \infty) = I_{\max} = \frac{\varepsilon_0}{R} = \frac{12\ \text{V}}{15\ \Omega} = 0.8\ \text{A}$$

2. Por otro lado, la dependencia temporal de la intensidad viene dada por:

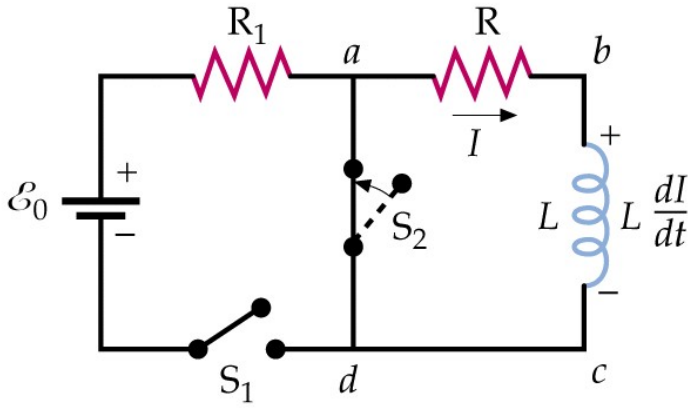
$$I(t) = I_{\max}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] = 0.8\ \text{A}\left[1 - \exp\left(-\frac{5{\cdot}10^{-6}\ \text{s}}{\frac{5{\cdot}10^{-3}}{15\ \Omega}\ \text{s}}\right)\right] = 0.8\ \text{A}\left[1 - \exp(-0.015)\right] = 0.788\ \text{A}$$

Situación transitoria en circuitos con autoinducciones.

Como hemos visto en este tema cuando una corriente eléctrica corre por una autoinducción se almacena una energía magnética en su interior. De esta forma, si en un circuito *RL* se alcanza la situación estacionaria, en la bobina hay almacenada una determinada energía magnética. Si desconectamos el circuito de la fuente de potencial y lo cerramos de alguna otra forma, la energía magnética almacenada en la bobina se utiliza para producir una corriente eléctrica.

Ejemplo 13

Supongamos un circuito como el que se muestra en la figura. Inicialmente el interruptor S_2 está abierto y el interruptor S_1 está cerrado. Una vez se alcanza el estado estacionario se abre el interruptor S_1 y a la vez se cierra el interruptor S_2. Calcule la evolución temporal de la corriente eléctrica la diferencia de potencial que cae en la resistencia y en la autoinducción.



$$I(t)=\frac{\varepsilon_0}{R_1+R}\exp\left(-\frac{R}{L}t\right)=\frac{\varepsilon_0}{R_1+R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$