

# 6. Lógica proposicional: Tautologías, contradicciones, formas normales, equivalencias e implicaciones lógicas y argumentaciones

## Ejercicios de autoevaluación

### ■ Ejercicio 1.

Comprobar si las siguiente formas enunciativas son tautologías o contradicciones:

- a)  $(\sim x_1) \rightarrow (x_1 \vee x_2)$ .
- b)  $(p \wedge (\sim p)) \rightarrow (q \leftrightarrow r)$ .
- c)  $\sim((x_1 \wedge x_2) \rightarrow (x_1 \vee x_2))$ .
- d)  $(x_1 \downarrow x_3) \leftrightarrow (x_4 \uparrow x_2)$ .

### **Solución:**

a)

La forma enunciativa no es una tautología

La forma enunciativa no es una contradicción

b)

La forma enunciativa es una tautología

c)

La forma enunciativa no es una tautología

La forma enunciativa es una contradicción

d)

La forma enunciativa no es una tautología

La forma enunciativa no es una contradicción

## ■ Ejercicio 2.

Para aquellas formas enunciativas del ejercicio anterior que no son ni tautología, ni contradicción, calcular sus formas normales:

### *Solución:*

a)

No es contradicción y la forma normal disyuntiva es:

$$(p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge (\sim p_2)) \vee ((\sim p_1) \wedge p_2)$$

No es tautología y la forma normal conmutativa es:  $(p_1 \vee p_2)$

d)

No es contradicción y la forma normal disyuntiva es:

$$(p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge p_4) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge (\sim p_3) \wedge p_4) \vee ((\sim p_1) \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge p_4) \vee ((\sim p_1) \wedge p_2 \wedge (\sim p_3) \wedge (\sim p_4)) \vee ((\sim p_1) \wedge (\sim p_2) \wedge (\sim p_3) \wedge p_4) \vee ((\sim p_1) \wedge (\sim p_2) \wedge (\sim p_3) \wedge (\sim p_4))$$

No es tautología y la forma normal conmutativa es:

$$((\sim p_1) \vee (\sim p_2) \vee (\sim p_3) \vee p_4) \wedge ((\sim p_1) \vee (\sim p_2) \vee p_3 \vee p_4) \wedge ((\sim p_1) \vee p_2 \vee (\sim p_3) \vee (\sim p_4)) \wedge ((\sim p_1) \vee p_2 \vee (\sim p_3) \vee p_4) \wedge ((\sim p_1) \vee p_2 \vee p_3 \vee (\sim p_4)) \wedge ((\sim p_1) \vee p_2 \vee p_3 \vee p_4) \wedge (p_1 \vee (\sim p_2) \vee (\sim p_3) \vee p_4) \wedge (p_1 \vee (\sim p_2) \vee p_3 \vee (\sim p_4)) \wedge (p_1 \vee p_2 \vee (\sim p_3) \vee (\sim p_4)) \wedge (p_1 \vee p_2 \vee (\sim p_3) \vee p_4)$$

### ■ Ejercicio 3.

Estudia si las siguientes formas enunciativas son equivalencias lógicas o una implica lógicamente a la otra:

- a)  $(p \vee q) \wedge q; q$ .
- b)  $p \rightarrow (q \vee r); (q \vee r) \leftrightarrow p$
- c)  $((\sim p) \vee (\sim q)) \rightarrow (\sim r); (r \rightarrow (q \wedge p))$ .

#### **Solución:**

a)

La forma enunciativa es una tautología

Por tanto, son lógicamente equivalentes

b)

La forma enunciativa no es una tautología

Por tanto, no son lógicamente equivalentes.

La forma enunciativa no es una tautología

Es decir,  $(p \rightarrow (q \vee r))$  no implica lógicamente a  $((q \vee r) \leftrightarrow p)$ .

La forma enunciativa es una tautología

Sin embargo,  $((q \vee r) \leftrightarrow p)$  si implica lógicamente a  $(p \rightarrow (q \vee r))$ .

c)

La forma enunciativa es una tautología

Por tanto, son lógicamente equivalentes.

**■ Ejercicio 4.**

Comprobar la validez o invalidez de las siguientes argumentaciones:

(a)  $((p \wedge q \wedge r) \vee (q \wedge s)) \rightarrow a, q \wedge (\sim r), s; \therefore a.$

(b) Si  $f$  es continua, entonces que  $f$  es diferenciable implica que  $f$  es integrable.  $f$  es diferenciable. Por tanto,  $f$  es continua implica que  $f$  es integrable.

(c) Si  $U$  es un subespacio de  $V$ , entonces  $U$  es subconjunto de  $V$  y contiene al vector cero.  $U$  es un subconjunto de  $V$  y es cerrado, entonces  $U$  contiene al vector cero. Así pues,  $U$  es cerrado entonces es un subespacio de  $V$ .

***Solución:***

(a)

La forma enunciativa no es una tautología

Por tanto, la forma argumentativa no es válida.

(b)

La forma enunciativa es una tautología

Esta argumentación tiene una forma argumentativa válida.

(c)

La forma enunciativa no es una tautología

Esta argumentación no es válida.