EGM96. Un Nuevo Modelo de Geoide de Precisión

José Antonio Peláez Montilla
Escuela Politécnica Superior. Universidad de Jaén
email: japelaez@ujaen.es

El impacto que ha supuesto la utilización de los sistemas de posicionamiento GPS a la hora de realizar controles geodésicos, ha sido muy importante. Estos proporcionan altitudes elipsóidicas, con lo que sigue siendo necesario el conocimiento del geoide a la hora de transformar las anteriores altitudes en altitudes sobre geoide (estas serían, sólo de forma aproximada, las llamadas cotas ortométricas) o altitudes sobre el nivel medio del mar local; para relacionar estas dos últimas, sería necesario conocer además la llamada topografía de la superficie del mar, es decir, la distancia en cada punto entre la superficie del mar media local y el geoide.

Si h es la altura elipsóidica (medida sobre la normal al elipsoide) y H la altitud sobre el geoide (medida sobre la dirección de la vertical o normal al geoide), podremos escribir que

$$H \approx h - N$$

en donde N es la altura del geoide u ondulación del geoide, medida, al igual que h, sobre la normal al elipsoide; conocida N en todo punto, tenemos definido el geoide.

En este artículo se ha pretendido indicar de forma somera y esquemática una de las posibles formas de calcular un geoide a partir de un modelo de geopotencial dado, así como mostrar los recientes resultados obtenidos que han llevado a la determinación del modelo de geopotencial EGM96, su cálculo para la zona de la Península Ibérica y, su comparación con otros modelos de geopotencial más simples.

1. MODELOS DE GEOPOTENCIAL

El campo gravífico terrestre puede establecerse y determinarse a través de los llamados modelos de geopotencial (supone el conocimiento del potencial gravífico terrestre, generalmente para aplicaciones geodésicas, en el exterior de la Tierra). Podemos escribir que éste es la suma del potencial gravitatorio y el potencial centrífugo, de tal forma que

$$W(r,\theta,\lambda) = V(r,\theta,\lambda) + \Phi(r,\theta) =$$

$$= \frac{KM}{r}\left(1 + \sum_{n=1}^{n_{max}} \left(\frac{a}{r}\right)^n V_n(\theta,\lambda)\right) + \frac{1}{2}\omega^2 r^2 sen^2\theta$$

en donde

$$V_n(\theta,\lambda) = \sum_{m=0}^{n} (C_{nm} \cos(m\lambda) + S_{nm}\, sen(m\lambda))\, P_{nm}(\cos\theta)$$

siendo K la constante gravitacional, M la masa de la Tierra (incluyendo su atmósfera), a el radio ecuatorial terrestre que se toma como referencia, ω la velocidad angular de rotación de la Tierra, las funciones P_{nm} son las funciones asociadas de Legendre de primera clase (de grado n y orden m) fuertemente normalizadas, r, θ y λ las coordenadas esféricas del punto de cálculo y, los coeficientes C_{nm} y S_{nm} los llamados coeficientes armónicos. Conocidos estos últimos, tenemos definido lo que se denomina un modelo de geopotencial, o lo que es igual, puesto que el geoide es una determinada superficie equipotencial del campo gravífico terrestre, tendremos definido el geoide.

La constante n_{max} que aparece en la expresión del potencial gravífico nos indica el grado máximo del modelo de geopotencial (de forma indirecta nos proporciona una indicación de la precisión del geoide que se puede obtener); modelos simples consideran sólo hasta orden 50 ó 60, considerándose geoides de precisión aquellos obtenidos a partir de modelos en los que se conocen los coeficientes armónicos hasta grado 360.

2. MODELO EGM96

A finales del pasado año fue presentado en el *International Symposium on Gravity, Geoid and Marine Geodesy*, en Tokyo, el modelo de geopotencial EGM96 (*Earth Gravity Model* 1996). Fue desarrollado mediante la colaboración de distintos centros de investigación, fundamentalmente el *Laboratory for Terrestrial Physics - NASA Goddard Space Flight Center* y la *National Imagery and Mapping Agency* (antes *Defense Mapping Agency*), aunque también han colaborado la *Hughes - STX Corporation, Ohio State University* y *The University of Texas at Austin*.

Se han utilizado para su elaboración gran cantidad de datos de la gravedad, incluso de zonas en donde antes no se disponían (zonas del océano Ártico, Groenlandia y la Antártida), observaciones láser a satélites (TOPEX/POSEIDON, Stella, Starlette, SEASAT, Peole,

n	m	C_{nm} ($\times 10^{-9}$)	σ_C ($\times 10^{-9}$)	S_{nm} ($\times 10^{-9}$)	σ_S ($\times 10^{-9}$)
2	0	-484.165371736	0.035611		
	1	-0.000186988	0.000000	0.001195280	0.000000
	2	2.439143524	0.053739	-1.140016684	0.054353
3	0	0.957254174	0.018094		
	1	2.029988822	0.139652	0.248513159	0.136459
	2	0.904627769	0.109623	-0.619025944	0.111829
	3	0.721072657	0.095156	1.414356270	0.093285
4	0	0.539873864	0.104237		
	1	-0.536321617	0.085674	-0.473440266	0.082408
	2	0.350694106	0.160002	0.662671573	0.163906
	3	0.990771804	0.084658	-0.200928369	0.082663
	4	-0.188560803	0.087315	0.308853169	0.087853
5	0	0.068532348	0.054383		
	1	-0.062101213	0.279969	-0.094422613	0.280829
	2	0.652438298	0.237474	-0.323349613	0.243570
	3	-0.451955406	0.171116	-0.214847190	0.168106
	4	-0.295301648	0.119813	0.049665887	0.118498
	5	0.174971983	0.116426	-0.669384278	0.115900

Tabla I

LAGEOS, etc.), observaciones Doppler a satélites (SEASAT, RADCAL, OSCAR-14, Nova-1, HILAT, GEOSAT, etc.), altimetría de satélite (TOPEX/POSEIDON, GEOSAT y ERS-1), observaciones GPS (TOPEX/ POSEIDON, GPS/MET y EUVE), observaciones TDRSS (*Tracking and Data Relay Satellite System*) al satélite EUVE, observaciones SST Doppler (*Satellite to Satellite Tracking*) entre los satélites GEOS-3 y ATS-6, observaciones DORIS (*Doppler Orbit determination and Radiopositioning Integrated on Satellite*) a los satélites TOPEX/POSEIDON y SPOT-2 y, observaciones ópticas a satélites (GEOS-1, GEOS-2, Midas-4, BE-C, D1-D, Echo-1RB, etc.).

El modelo que nos ocupa está definido hasta grado 360, es decir, se han calculado del orden de 131000 coeficientes armónicos, lo que hace que podamos restituir ondulaciones del geoide con semilongitudes de onda del orden de 45 km para nuestras latitudes. Ha sido desarrollado para ser utilizado, principalmente, como referencia geodésica, determinación de órbitas de satélites más precisas, con fines oceanográficos y, para estudios geofísicos. En la tabla I, como ejemplo, se han querido mostrar los coeficientes armónicos C_{nm} y S_{nm}, así como sus errores medios cuadráticos estimados σ_C y σ_S, sólamente hasta grado n igual a 5.

Las calibraciones realizadas sobre el error cometido en la determinación de este geoide / modelo de geopotencial propor-cionan los errores medios cuadráticos, considerando sólo hasta grado 70, que se exponen a continuación. En áreas continentales, 28 cm, en latitudes comprendidas entre 66° y 82°, 21 cm, considerando toda la superficie terrestre, 18 cm, en áreas oceánicas, 12 cm, y en latitudes inferiores a 66°, sólo 11 cm. Se ha de notar que estos errores son entre dos y tres veces inferiores a los que se estimaron para anteriores geoides de precisión, como por ejemplo, los JGM-1, 2 y 3 (*Joint Gravity Model*).

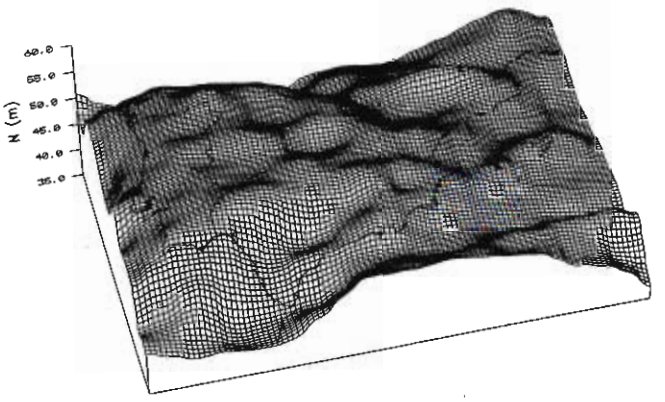
3. CÁLCULO DEL GEOIDE A PARTIR DEL MODELO DE GEOPOTENCIAL

El geoide puede calcularse, entre otros métodos, resolviendo mediante aproximaciones sucesivas la expresión

$$W(r,\theta,\lambda) = W_0$$

para la variable r, es decir, la distancia desde el centro de masas de la Tierra a la que se encuentra el geoide, dado un punto sobre su superficie de coordenadas geocéntricas θ y λ; W_0 es el valor del potencial gravífico en el geoide. Tras resolver esta expresión y, teniendo en cuenta que podemos calcular la distancia desde el centro

Figura 1



Modelo EGM96.

Figura 2

de la Tierra a la superficie del elipsoide al que queremos referir el geoide a través de

$$r_0 = \frac{a(1-f)}{\sqrt{sen^2\phi + (1-f)^2 \cos^2\phi}}$$

siendo a y α el semieje ecuatorial y el aplanamiento, respectivamente, del elipsoide al que se quiere referir el geoide (en este trabajo se han referido los resultados al elipsoide WGS84), y ϕ la latitud geocéntrica, la ondulación del geoide vendrá dada mediante

$$N \approx r - r_0$$

en donde el uso de esta expresión sólo lleva aparejados errores del orden de $N\alpha^2/2$, es decir, inferiores al milímetro en nuestro caso; hay que tener en cuenta que N no se define exactamente sobre la misma dirección que r o r_0.

A la hora de resolver la expresión inicial mediante aproximaciones sucesivas se han de tener en cuenta distintas cuestiones. Primeramente, las constantes a utilizar en el cálculo son

$$W_0 = 62636856.85 \ m^2/s^2$$
$$a = 6378136.3 \ m$$
$$KM = 3986004.415 \ 10^8 \ m^3/s^2$$
$$\omega = 7.292115 \ 10^{-5} \ s^{-1}$$

en donde los valores de W_0 y ω son los recomendados por el *International Earth Rotation Service* (convenio 1996) y, los valores de KM y a son los utilizados por convenio en el cálculo de este modelo de geopotencial (no confundir este valor de a con el que se utiliza para el cálculo de r_0).

Por otro lado, el coeficiente armónico C_{20} que se indica en la tabla I no está afectado del término constante del potencial de marea; se dice que está referido al sistema libre de mareas. A la hora de incluir este término (en los resultados que se muestran sí se tiene en cuenta), se ha de transformar de la siguiente forma

$$C'_{20} = C_{20} - 4.17357 \ 10^{-9}$$

Finalmente, se puede tener en cuenta la variación temporal (secular) observada de los coeficientes C_{20}, C_{21} y S_{21}; son las únicas variaciones que llegan a modelarse. La velocidad de variación es

$$dC_{20} / dt = 1.16275534\ 10^{-11}\ \text{año}^{-1}$$
$$dC_{21} / dt = -0.32\ 10^{-11}\ \text{año}^{-1}$$
$$dC_{21} / dt = 1.62\ 10^{-11}\ \text{año}^{-1}$$

El resultado final obtenido, para la Península Ibérica y sus inmediaciones, referido al elipsoide WGS84, puede observarse en las figuras 1 y 2. Las mayores ondulaciones del geoide (> 57 m) se obsevan en la zona limítrofe de las provincias de Orense, León y Zamora, mientras que los valores más bajos (< 43 m) se encuentran en el Sur de la provincia de Cádiz.

4. COMPARACIÓN ENTRE LOS MODELOS EGM96 Y GEM-T3

A la hora de comparar el anterior geoide de precisión con otro modelo más simple, se ha querido utilizar el modelo de geopotencial GEM-T3 (*Goddard Earth Model*). Este modelo, al igual que sus predecesores GEM-T1 y T2, ha sido obtenido a través de medidas de la gravedad y distintos métodos de Geodesia Espacial, a saber, observaciones a satélite y altimetría; en total, más de dos millones y medio de observaciones distintas. Ha sido muy utilizado como un modelo simple de geoide.

Está completo hasta grado 50 (se han calculado "sólo" algo más de 2500 coeficientes armónicos), tal que se estima un error medio cuadrático en la determinación del geoide a partir de este modelo de 59 cm, considerando toda la superficie terrestre y, de 25 cm, si sólo consideramos las áreas oceánicas (3.3 y 2.1 veces superior, respectivamente, al indicado en el modelo EGM96). Es posible restituir semilongitudes de onda en la determinación de la ondulación del geoide del orden de algo más de unos 300 km para nuestras latitudes.

Tras encontrar el geoide para este modelo siguiendo la metodología descrita anteriormente, se ha representado para la misma zona, refiriéndolo también al elipsoide de referencia WGS84 y, considerando también el término constante del potencial de marea; puede observarse en la figura 3.

En este caso, aparece un único y claro abombamiento del geoide, de valor superior a 55 m, en la zona de Cáceres, Salamanca y Ávila.

Finalmente, a la hora de que queden más explícitas sus discrepancias, en la figura 4 se puede observar la diferencia entre ambos modelos. Las diferencias llegan a ser cercanas a los 7 m en la zona del Estrecho de Gibraltar o, del orden de 5 m en el Norte de Galicia; aparte de estas dos singularidades, las diferencias no llegan a ser superiores a unos 2 ó 3 m.

Evidentemente, geoides como el GEM-T3 se construyen a la hora de marcar las tendencias de un geoide global, y no pueden

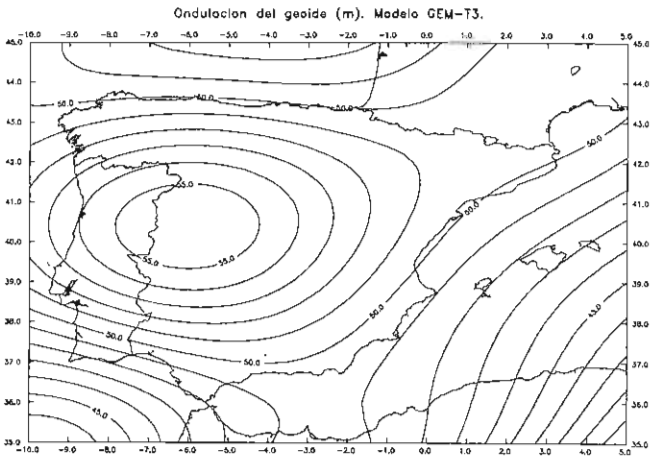


Figura 3

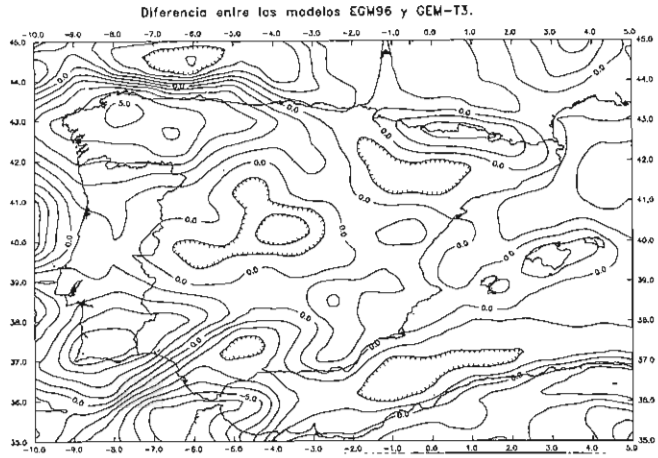


Figura 4

enfocarse a trabajos en los que se necesita un geoide de precisión. Ni siquiera geoides llamados de precisión, como el EGM96, obtenidos a partir de modelos de geopotencial, proporcionan precisiones suficientes en un gran número de casos; son deseables geoides locales gravimétricos, incluso con errores medios cuadráticos sensiblemente superiores a los anteriores, obtenidos, independientemente de la metodología, a través de una gran densidad de datos gravimétricos, utilizando a la misma vez modelos topográficos y de densidades de alta resolución; las correcciones topográficas e isostáticas a las medidas de la gravedad son cruciales a la hora de obtener buenas precisiones en los cálculos de geoides, hasta tal punto que pueden llegar a ser la fuente principal de error.

Para la Península se dispone del geoide IBERGEO1994A, elaborado por el Instituto de Astronomía y Geodesia. Tras trabajar con más de cien mil datos de la gravedad, y resolver la conocida (en Geodesia Física) ecuación de Stokes en el dominio de la frecuencia, se calculó un geoide en el que se estima un error medio cuadrático, en cualquier punto, inferior a unos 50 cm.

BIBLIOGRAFÍA

Gil, A. J. y Sevilla, M. J.; Determinación Gravimétrica del Geoide a partir de un Modelo de Geopotencial. Estudio Comparativo de Diversos Métodos. VI Asamblea Nacional de Geodesia y Geofísica, Madrid, 1988.

Heiskanen, W. A., y Moritz, H.; Geodesia Física. Instituto Geográfico Nacional, Madrid, 1985.

Lemoine, F. G., *et al.*; The Development of the NASA GSFC and DMA Joint Geopotential Model. International Symposium on Gravity, Geoid and Marine Geodesy (GraGeoMar 96). University of Tokyo, Tokyo, Japan, 1996.

Lerch, F. J., *et al.*; A Geopotential Model from Satellite Tracking, Altimeter, and Surface Gravity Data: GEM-T3. Journal of Geophysical Research, Vol. 99, No. B2, pp. 2815-2839, February 10, 1994.

McCarthy, D. D. (Ed.); International Earth Rotation Service (IERS) Technical Note 21: IERS Conventions (1996). Observatoire de Paris, Paris, France, 1996.

Moritz, H.; Advanced Physical Geodesy. Herbert Wichmann Verlag GmbH, Karlsruhe, Germany, 1989.

Sevilla, M. J.; IBERGEO1994A. Determinación del Geoide Ibérico. Estudio del Geoide y de la Superficie Topográfica Marina en la Península Ibérica y su Entorno. Topografía y Cartografía, V. XI, No. 61, pp. 9-25, Marzo-Abril, 1994.