



MATEMÁTICA DISCRETA (Grado en Ingeniería Informática) CURSO 2023/24. Convocatoria Ordinaria I

Nombre: _____ DNI: _____ Gr. Teoría: ___ Gr. Práct.: ___

Evaluación	1º Lógica: <input type="checkbox"/> Sí. Nota: _____	Prácticas: Apto. Nota _____
Continúa:	<input type="checkbox"/> NO, RENUNCIO.	

1.- [10 puntos]

a) Razonar y demostrar si son verdaderas o falsas cada una de las implicaciones de la siguiente afirmación:

Una argumentación $A_1, A_2, \dots, A_n; \therefore A$ no es inválida si y sólo si, $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n) \rightarrow A$ no es una contradicción.

b) Dada la siguiente forma enunciativa, $A: ((\sim(p \rightarrow (\sim q))) \downarrow r)$

- i) Calcular su tabla de verdad y su forma normal disyuntiva.
- ii) ¿Es $\{\wedge, \uparrow\}$ un conjunto adecuado de conectivas?, en caso afirmativo encontrar, usando reglas de manipulación y sustitución, una forma enunciativa lógicamente equivalente a A donde aparezcan todas las conectivas del conjunto anterior.

2.- [10 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, la aplicación dada por $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2})$, definimos en \mathbb{R} la siguiente relación binaria:

$$x R y \iff f(x) = f(y)$$

Se pide:

- a) Comprobar si R es una relación de equivalencia, y en caso afirmativo, calcular el conjunto cociente \mathbb{R}/R .
- b) Comprobar si $\bar{f}: \mathbb{R}/R \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $\bar{f}(\bar{x}) = f(x)$, es una aplicación, en caso afirmativo, restringir lo mínimo posible, el dominio y el codominio para que sea biyectiva.

3.- [10 puntos] Consideramos el conjunto $A = \{1, 3, 5, 15\}$ y definimos en él las siguientes operaciones internas:

$$\begin{array}{ll} *_1: A \times A \rightarrow A & *_2: A \times A \rightarrow A \\ (a, b) \mapsto a *_1 b = \text{m.c.d.}(a, b) & \text{y} \quad (a, b) \mapsto a *_2 b = \text{m.c.m.}(a, b) \end{array}$$

- a) Calcular sus tablas de operaciones.
- b) Sabiendo que ambas operaciones verifican las propiedades asociativas y de absorción, comprobar que es retículo.
- c) Determinar la relación de orden del retículo $(A, *_1, *_2)$.
- d) ¿Es álgebra de Boole?

4.- [10 puntos] Enunciar el teorema chino del resto y resolver usando el algoritmo chino del resto el siguiente problema:

Una mega fábrica de automóviles produce el mismo número de coches todos los días, incluidos los festivos. Los coches más demandados son los de color blanco o de color negro. Siendo el total de coches fabricados cada día, el triple de la suma de los coches blancos y negros que se fabrican. La cadena de producción de automóviles fabrica los coches de 5 en 5, y de cada uno de estos cinco coches uno es blanco. Todos los coches fabricados en el mes de diciembre se transportaron en trenes con una capacidad de 272 coches cada uno, y todos los trenes que salieron de fábrica estaban completamente llenos, el último también, pero se le quitaron 4 vagones con una capacidad de 8 coches cada uno. Sabiendo que el número de coches que se fabrican diariamente es más de 1000 y menos de 6000, ¿Cuántos coches se fabrican diariamente? ¿Cuántos coches negros se fabrican cada día? ¿Cuántos coches blancos se fabricaron en diciembre?

5.- [10 puntos] Explicar qué determina el siguiente algoritmo y aplicarlo al conjunto A del ejercicio 3, considerando como T la tabla de la operación $*_1$ del ejercicio 3.

```

A=Conjunto; T=Tabla de operaciones de A;
x=True;
i=0;
While[x==True && Length[A]>i,
    i++; If[T[[i,i]]==A[[i]],x=False;];
];
x

```

Calcular para el algoritmo anterior la complejidad en tiempo, mostrando de manera explícita los testigos.

Nota: Incluir todos los enunciados y definiciones subrayadas. Enunciar todos los teoremas y algoritmos que se utilicen. Entregar cada ejercicio en un folio y en orden ascendente.