MATEMÁTICA DISCRETA (Grado en Ingeniería Informática)

CURSO 2021/22. Convocatoria Extraordinaria 2

Nombre:______________________________ DNI:________Gr. Teoría:__ Gr. Práct.:__

Evaluación Continua Teoría:	Sí. No	Nota: _____	Evaluación Continua Prácticas:	Sí. No	Nota: _____

1.- [10 *puntos*]

I. Estudiar si la conectiva $\uparrow$ es asociativa.

II. Demostrar si $\{\downarrow, \uparrow\}$ es un <u>conjunto adecuado de conectivas</u> y, si es posible, obtener una forma enunciativa, lógicamente equivalente a $\mathcal{A}$: $(\sim p) \oplus q$, en la que aparezcan las dos conectivas de dicho conjunto.

2.- [*10 puntos*] Sea f: $(\mathbb{Z} - \mathbb{N}) \to \mathbb{N}$ definida por $f(x) = |x|$. Se pide:

a) ¿Es f una <u>aplicación</u>? Si no lo es, reducir dominio y codominio lo mínimo posible para que lo sea.

b) ¿Es f una aplicación <u>biyectiva</u>? Si no lo es, reducir dominio y codominio lo mínimo posible para que lo sea y calcular su <u>inversa</u>.

3.- [*10 puntos*] Sea $A = \mathbb{B}_2^3$, y en A consideremos la siguiente relación binaria:

$$(a_1, a_2, a_3) \mathrm{R} (b_1, b_2, b_3) \text{ si y solo si } (a_1 a_2 a_3)_2 \leq (b_1 b_2 b_3)_2 \text{ en } \mathbb{Z}$$

entendiendo que $(a_1 a_2 a_3)_2$ es el entero cuyos dígitos, en binario, se pueden identificar con $a_1 a_2 a_3$.
Se pide:

a) Enunciar el teorema de estructura de las álgebras de Boole finitas. ¿Cuál es el número de <u>átomos</u> de un álgebra de Boole finita?

b) Estudiar si A es un retículo.

c) Razonar si A es un álgebra de Boole.

4.- [*10 puntos*] Sea n un número entero mayor que 1.

a) Definir $\mathbb{Z}_n$ y describir sus elementos.

b) Calcular la suma de todos los elementos de $\mathbb{Z}_n$.

c) Definir y caracterizar las <u>unidades</u> de $\mathbb{Z}_n$. Calcular, si es posible, utilizando el Algoritmo de Euclides, el inverso de $\bar{x}$ en $\mathbb{Z}_{53}$, siendo x un número entero que satisface la ecuación en $\mathbb{Z}_{53}$:

$$\overline{18}\,\bar{x} - \bar{2} = \overline{58}$$

5.- [20 *puntos*] **a)** Explicar qué determina el siguiente algoritmo, aplicarlo a los conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{b, c\}$, y a la relación $R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, b), (b, c), (b, d), (c, c), (c, d), (d, d)\}$.

```
lista={};
Do[variable=True;
  Do[If[Intersection[{{B[[m]],A[[n]]}},R]=={} ,
     variable=False;Break[];]
  ,{m,1,Length[B]}];
  If[variable, AppendTo[lista, A[[n]]]];
,{n,1,Length[A]}];
lista
```

b) Definir complejidad en tiempo. Calcularla para el algoritmo anterior, en el mejor y en el peor de los casos según sea B (con A y R cualesquiera pero fijos), mostrando de manera explícita los testigos.

NOTA:

- La puntuación que muestra cada ejercicio es para el caso de mantener la evaluación continua de teoría y, en este caso, el valor máximo de este examen es de 6 puntos sobre 10 (en teoría).
- Si no se opta por mantener la evaluación continua, todos los ejercicios tienen el mismo valor, 10 puntos y, en este caso el valor máximo de este examen es de 10 puntos sobre 10 (en teoría).

Incluir las definiciones de los conceptos subrayados. Recuerden que se evalúan los procedimientos y, por tanto, estos deben explicarse de forma clara (no son válidos los resultados sin razonarlos).