



EXAMEN DE ÁLGEBRA
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Convocatoria de JUNIO de 2011

Apellidos, Nombre: _____ DNI: _____

CONVALIDADOS:

POLINOMIOS _____ GRUPOS _____ GRAFOS _____ PRÁCTICAS _____

1. (10 puntos). Dados los polinomios

$$p(x) = x^7 + 2x^3 - x^2 - 5x \quad \text{y} \quad q(x) = x^2 + 8$$

usar el algoritmo de Euclides para calcular el máximo común divisor de $p(x)$ y $q(x)$ en $\mathbb{Z}_7[x]$.

¿Es 1 un máximo común divisor de $p(x)$ y $q(x)$ en $\mathbb{Z}_7[x]$?

2. (10 puntos) En $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2$, se define la operación:

$$(x_1, x_2) * (y_1, y_2) = (2x_1 y_1, x_2 + y_2)$$

1. Razonar de forma analítica si admite neutro y verifica la propiedad del simétrico
2. Calcular la tabla de operaciones y comprobar lo obtenido en el apartado anterior.

3. (10 puntos) Razonar, incluyendo toda la teoría necesaria, si en un grafo regular:

1. La distancia entre dos vértices cualesquiera es 1
2. Hay una única geodésica entre dos vértices cualesquiera
3. El grado se puede calcular a partir de la matriz de adyacencia, A , sin necesidad de calcular A^2 .
4. Es 2- coloreable
5. Es plano

4. (10 puntos) Sea $S = \{(1,1,1), (1,0,1), (1,2,1)\} \subseteq \mathbb{C}^3$, consideramos los subespacios vectoriales de \mathbb{C}^3 , $U = L(S)$ y $W = L(\{(1,1,1)\})$.

1. Calcular dimensión y ecuaciones implícitas de $U \cap W$ y $U + W$
2. Calcular un subespacio suplementario de $U + W$.
3. Calcular, si es posible, un subespacio de \mathbb{C}^3 tal que su suma con $U \cap W$ sea directa y distinta de \mathbb{C}^3 .

5. (10 puntos) Sea V un espacio vectorial sobre \mathbb{R} , de dimensión 2. Calcular un endomorfismo f en V , tal que sea sobreyectivo y cuyo único valor propio sea el número complejo 1.

1. Calcular la matriz asociada a f respecto de una base de V .
2. Calcular una base del núcleo y las ecuaciones paramétricas de la imagen de f . ¿Es f un automorfismo?
3. Estudiar si f es diagonalizable por semejanza

6. (10 puntos) Consideremos $V = \mathbb{R}^3$. Definimos el producto escalar

$$\langle (x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3) \rangle = x_1 y_1 + (x_2 - x_3) y_2 + (x_3 - x_2) y_3$$

1. Enunciar todas las propiedades del producto escalar y demostrar dos de ellas.
2. Calcular la matriz de Gram respecto de la base canónica.
3. Calcular dos vectores ortogonales no nulos.