



EXAMEN DE ÁLGEBRA
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Convocatoria de FEBRERO de 2012

Apellidos, Nombre: _____	DNI: _____
CONVALIDADOS: _____	GRUPOS: _____
POLINOMIOS: _____	GRAFOS: _____
	PRÁCTICAS: _____

1. (10 puntos). Dado el polinomio:

$$p(x) = 3 - 9x - 3x^3 + 9x^4$$

Factorizarlo y calcular sus raíces en $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{Z}_2[x]$ y $\mathbb{Z}_7[x]$

2. (10 puntos) Definir en $A_3 \times \mathbb{Z}_2$ una operación que le dote de estructura de grupo.

1. Calcular la tabla de operaciones ¿Es conmutativo?
2. Calcular el neutro y los simétricos
3. Calcular los subgrupos propios y alguno propio de los distintos ordenes que haya subgrupos.

3. (10 puntos) Sea G el grafo cuya matriz de incidencia es:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- A) Estudiar si G es regular, completo, de Euler y de Hamilton, dando las definiciones que aparecen.
- B) Definir geodésica y distancia entre dos vértices. Enunciar el teorema del número de caminos y la consecuencia para el cálculo del número de geodésicas y distancia entre dos vértices.
- C) Aplicar lo anterior del apartado B, para calcular: el número de caminos de longitud tres desde v_1 a v_3 , la distancia de v_1 a v_3 y el número de geodésicas entre ambos.
- D) Razonar si G es plano y bipartito completo, razonando las respuestas.

4. (10 puntos) Sea $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ la aplicación lineal dada por:

$$f(a,b,c) = b + (a+b-c)x - (c+a-b)x^2$$

- A) Demostrar que $B = \{\{0,1,1\}, \{1,2,1\}, \{0,0,-1\}\}$ y $B' = \{x + x^2, x^2 + x^3, x^3, 1\}$ son bases
- B) Calcular la matriz asociada a f respecto de B y B' .
- C) Clasificar f .
- D) Calcular dimensión, base, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de un subespacio suplementario de la imagen de f .

5. (10 puntos) Sea A_α la matriz cuadrada:

$$A_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \alpha-2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1-\alpha \\ \alpha-1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

con $\alpha \in \mathbb{R}$.

- A) Calcular su rango, según los valores de α
- B) Para $\alpha=2$, estudiar si A_α es diagonalizable por semejanza.
- C) Para $\alpha=2$, calcular el determinante de A_α utilizando la diagonalización.

6. (10 puntos) Consideremos $V = \mathbb{R}^3$. Definir un producto escalar en V que verifique:

- a) La base canónica no es ortonormal.
- b) Sólo el primer vector de la base canónica es unitario.
- c) Los dos primeros vectores de la base canónica no son ortogonales.
- d) El primer y tercer vector de la base canónica forman un ángulo de 30° .

Calcular la expresión del producto escalar y calcular el producto escalar de los vectores $(1,0,0)$ y $(1,2,0)$