ÁLGEBRA (Grado en Ingeniería Informática)

CURSO 2022/23. Convocatoria Ordinaria 2.

Apellidos y Nombre:_______________________________________ DNI:_______________

Gr. Teoría:__ Gr. Práct.:__

Evaluación Continua	☐ Si ☐ No	☐ Polinomios. Nota: ______ ☐ Teoría de Grafos. Nota:_____	**Prácticas:** Ev. Continua. Nota_____

1.- [*10 puntos*]

a) [*2 puntos*] Enunciar el Algoritmo de la división en $\mathbb{Z}_7[x]$ y caracterizar todos los polinomios a los que no se les puede aplicar dicho Algoritmo.

b) [*6 puntos*] Calcular, utilizando el Algoritmo de Euclides, el máximo común divisor de $p(x) = 25x^2 + 15x^3 - 9x^4 + x^5$ y $q(x) = -375 + 100x + 30x^2 - 12x^3 + x^4$ en $\mathbb{Z}_7[x]$.

c) [*2 puntos*] ¿Es $x + 2$ un máximo común divisor de ambos polinomios en $\mathbb{Z}_7[x]$?

2.- [*10 puntos*] Dada la permutación $\sigma = (1\ 2\ 3)\ (2\ 3)(6\ 5)(6\ 5\ 7) \in S_7$. Se pide:

i) [*4 puntos*] ¿Es σ una permutación par?¿Es un ciclo? Razona la respuesta.

ii) [*3 puntos*] Calcular el menor entero positivo n entero positivo tal que $\sigma^n = Id$.

iii) [*3 puntos*] Calcular la permutación inversa de σ^{635}.

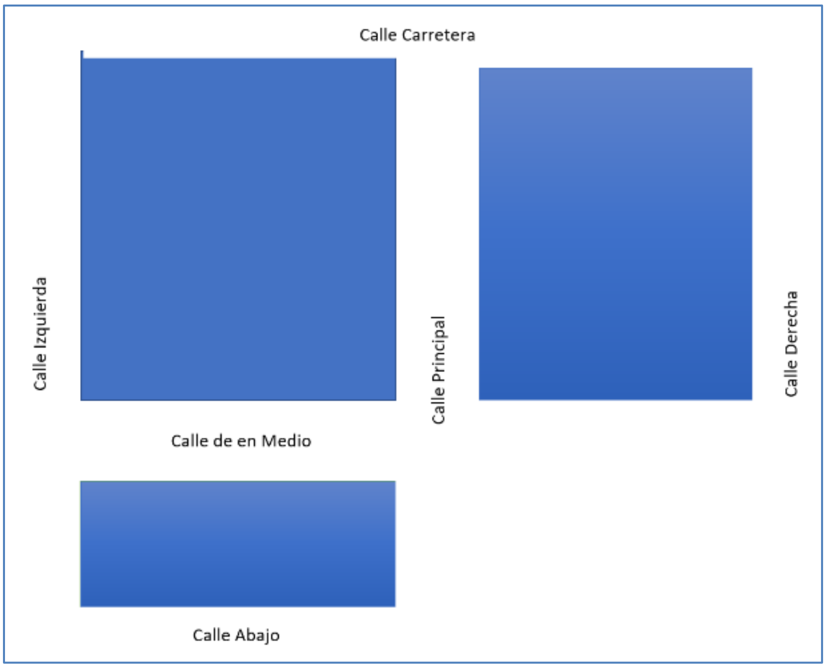
3.- [*10 puntos*] El Ayuntamiento de Jaén ha adquirido una máquina barredora y quiere limpiar todas las calles de la forma más eficaz posible.

i) [*4 puntos*] Representa a través de un grafo, G, el problema para la zona que aparece en el dibujo y aporta una solución, si existe. ¿Qué sería dicha solución, en términos de grafos?

ii) [*2 puntos*] ¿Es G un grafo de Hamilton? Razona la respuesta.

ii) [*2 puntos*] ¿Es G un grafo de Euler? Razona la respuesta.

iv) [*2 puntos*] ¿Es G un grafo bipartito? Razona la respuesta.



4.- [*15 puntos*] Se considera *V* el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual que 3 con coeficientes en el cuerpo de los números reales.

a) [*6 puntos*] Sea *U* el subespacio vectorial generado por S=$\{x^2-1, x+1, x-1\}$ Obtener de forma razonada, base, dimensión y ecuaciones paramétricas e implícitas de *U*.

b) [*9 puntos*] Consideremos en *U* el producto escalar cuya matriz de Gram respecto de la base obtenida en el apartado anterior, $B = \{e_1, e_2, e_3\}$, es

$$G=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Razonar si *B* es una base ortonormal. Usar Gram-Schmidt, para calcular una base ortonormal, a partir de *B*. Identificar quiénes son los polinomios de la base ortonormal.

5.- [15 *puntos*]

a) [*7 puntos*] Sea V=$\mathbb{R}^3$. Definir en V un endomorfismo, *f*, tal que $v_1= (1, \frac{2}{5}, -1)$ sea un vector del núcleo de *f* y los vectores $v_2= (0, 1, 2)$, $v_3= (\frac{3}{4}, -1, 1)$ pertenezcan a la imagen de *f*.

a.1) [5 *puntos*] Comprobar si $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ es base de V y obtener la matriz asociada al endomorfismo respecto de la base *B*. Clasificar *f*.

a.2) [*2 puntos*] Para cualquier *f* en las condiciones de a), ¿se verifica siempre que dim(Ker *f*) =1 y dim(Im *f*) =2?

b) [*8 puntos*] Estudiar, si la matriz A es diagonalizable por semejanza, siendo

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Razonar si λ=0 es un autovalor y, en caso afirmativo, calcula una base del subespacio propio asociado a λ=0.

NOTA: Incluir todos los enunciados y definiciones subrayadas. Entregar cada ejercicio en un folio y en orden. Los alumnos que quieran utilizar evaluación continua en algún tema, deberán obtener un mínimo de 4 sobre 10 de media entre las restantes preguntas que tengan que realizar.