ÁLGEBRA (Grado en Ingeniería Informática)

CURSO 2020/21. Convocatoria Extraordinaria 2.

Apellidos y nombre: ____ DNI: ___________

Grupo Teoría: ☐ **A** - ☐ **B**	**Grupo Prácticas:** ___
Evaluación ☐ **Sí. Nota**_____	**Evaluación** ☐ **Sí. Nota**_____
Continua Teoría ☐ **No**	**Continua Prácticas:** ☐ **No**

1. [5 *puntos*] Dados los polinomios,

$$p(x) = 2x^5+16x^4+ 29x^3 - 8x^2 - 15x \quad \text{y} \quad q(x) = x^2\,(2x^2\text{-}1).$$

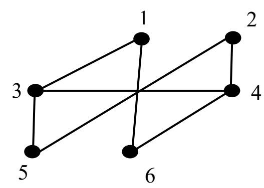
Utilizar el algoritmo de Euclides en el anillo de polinomios necesario para deducir si un máximo común divisor de $p(x)$ y $q(x)$ en dicho anillo de polinomios es $(6x^3 - 3x)$. Justifica la respuesta.

2. [7.5 *puntos*] Dada la permutación $\sigma = (1\ 2\ 8\ 5)(2\ 5) \in S_8$. Consideremos $H = \{\sigma^k \,/\, k \in \mathbb{N}\}$. Comprobar que H es un subgrupo de S_8 y calcular su orden.

3. [7.5 *puntos*] Consideremos los grafos G_1 y G_2 cuya matriz de incidencia y representación gráfica respectivamente son:

$$G_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

G_2



a) Definir grafo bipartito y bipartito completo. ¿Es G_2 un grafo bipartito? ¿Y bipartito completo?
b) Definir isomorfismo de grafos. Razonar si G_1 y G_2 son isomorfos.

4. [15 *puntos*] Sea V el espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden 2 con coeficientes en $\mathbb{R}$ y U el subespacio de las matrices simétricas de traza cero. Se pide:
a) Calcular una base B de U y comprobar que $\dim(U) = 2$.
b) Consideremos en U el producto escalar que con respecto a la base B del apartado a) verifica que los vectores son unitarios y que el ángulo que forman dos a dos es $\frac{\pi}{3}$. Obtener la matriz de Gram.
c) Obtener a partir de B una base ortonormal.

5. [25 *puntos*] Sea $f_\alpha : P_3(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ la aplicación lineal definida por

$$f_\alpha\,(p(x)) = \begin{pmatrix} \alpha p'(0) & p'(1) - p'(0) \\ p(1) - p(0) & -\alpha p(0) \end{pmatrix},$$

donde $p'(x)$ es la derivada de $p(x)$.

a. Calcular la matriz asociada a f_α con respecto a las bases canónicas.
b. Clasificar f_α según el valor del parámetro α.
c. Para $\alpha = 0$, estudiar si la matriz del apartado a) es diagonalizable y en su caso obtener la base de vectores propios de $\mathbb{R}^4$ que permite la diagonalización de dicha matriz.

NOTA:

- La puntuación que muestra cada ejercicio es para el caso de mantener la evaluación continua de teoría, y en este caso el valor máximo de este examen es de 6 puntos sobre 10 (en teoría).
- Si no se opta por mantener la evaluación continua, todos los ejercicios, excepto el último que valdría 20 puntos, tienen el mismo valor, 10 puntos, y en este caso el valor máximo de este examen es de 10 puntos sobre 10 (en teoría).

Incluir las definiciones de los conceptos subrayados. Recuerden que se evalúan los procedimientos y, por tanto, estos deben explicarse de forma clara (no son válidos los resultados sin razonarlos).