ÁLGEBRA (Grado en Ingeniería Informática)

CURSO 2018/19. Convocatoria Ordinaria 2.

Nombre:______________________________ DNI:________Gr. Teoría:__ Gr. Práct.:__

Evaluación Continua **Prácticas de ordenador**	☐ Sí, Apto. (__) ☐ No ☐ Actividad	Evaluación Continua **Polinomios (Pregunta 1)**	☐ Sí, Apto. (__) ☐ No	Evaluación Continua **Grafos (Pregunta 3)**	☐ Sí, Apto. (__) ☐ No

1. [*10 puntos* - **Polinomios**] Utilizar el algoritmo de Euclides para calcular el m.c.d. y el m.c.m. en Z_7[x] de los siguientes polinomios:

$$p(x) = 1 + 6x + 5x^4 + 2x^5 \quad \text{y} \quad q(x) = 3x + 6x^2 + 5x^3 + 3x^4$$

Determinar un asociado de $p(x)$ y otro de $q(x)$ (distintos de $p(x)$ y $q(x)$ resp.) y calcular el m.c.d. de los asociados obtenidos.

2. [10 *puntos*] Consideramos los grupos S_3 y A_3 con la operación composición de permutaciones y $\mathbb{Z}$ con la suma. Se pide:

a. Definir una operación $*$ en $S_3 \times A_3 \times \mathbb{Z}$ que lo dote de estructura de grupo.
b. Calcular, si es posible, 4 elementos distintos de $S_3 \times A_3 \times \mathbb{Z}$ tales que al operarlos consigo mismo resulte el elemento neutro del grupo.
c. Calcular, si es posible, dos subgrupos distintos de 3 elementos y dos subgrupos distintos de 6 elementos.
d. Calcular el simétrico de $(\sigma, \tau, 5)$ donde $\sigma = (2\ 3)$ y $\tau = (1\ 2\ 3)$.

3. [*10 puntos* - **Grafos**] Sea $G = (W, F)$ el grafo no orientado con $W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6,\}$ y $F = \{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{1, 5\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{4, 5\}, \{2, 4\}, \{1, 3\}, \{1, 6\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}, \{4, 6\}\}$.

Se pide, definir los conceptos que intervengan, y contestar razonadamente las siguientes cuestiones:

a) Calcular su matriz de adyacencia y representarlo gráficamente.
b) ¿Es regular?
c) Determinar si es un grafo de Euler y en caso afirmativo calcular un ciclo de Euler.
d) Calcular su número cromático y una coloración óptima. ¿Es 4-coloreable?

4. [*15 puntos*]

a. Definir una aplicación lineal f de $\mathbb{R}^3$ en $\mathbb{R}^3$ tal que $(1, 1, 1) \in \mathrm{Ker}(f)$, $f(0, 1, 0) = (0, 3, 0)$ y $(1,0, -1)$ sea un vector propio asociado al valor propio -1.
b. ¿Es f automorfismo?
c. ¿Es f diagonalizable por semejanza? En caso afirmativo obtener una base de vectores propios y calcular la expresión matricial de f respecto de ella.
d. Calcular la expresión matricial de f respecto de la base canónica.
e. ¿Qué relación tienen las matrices que has calculado en c. y d.? Comprobarlo explícitamente.

5. [15 *puntos*] Sea $U = \left\{\begin{pmatrix} b+2c & a+b+2c \\ 0 & -b-2c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R}\right\}$ un subespacio vectorial del espacio vectorial euclideo $V = M_2(R)$ con producto escalar $\langle A, C\rangle = \mathrm{tr}(A \cdot C^t)$. Se pide:

a. Calcular B una base, dimensión, ecuaciones paramétricas e implícitas de U.
b. Calcular la matriz de Gram del espacio vectorial euclideo U respecto de la base B.
c. ¿Es B ortogonal?.
d. Calcular una base ortonormal de U.