UNIVERSIDAD DE JAÉN
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE JAÉN

Departamento de Matemáticas
(Área de Álgebra)

ÁLGEBRA (Grado en Ingeniería Informática)

CURSO 2016/17. Convocatoria Extraordinaria 2.

Nombre:______________________________ DNI:________Gr. Teoría:__ Gr. Práct.:__

Evaluación Continua	Si	Polinomios. Nota:___	**Prácticas:**	Apto. Nota___
	No	El grupo simétrico. Nota:___		No apto
		Teoría de Grafos. Nota:___		

1.- [10 puntos] Sean $p(x) = 4x - 6x^2 - 2x^3 - 6x^4 + 4x^5$ y $q(x)$ el polinomio no mónico de grado 4 con coeficientes en $\mathbb{Z}$ y coeficiente líder igual a 2 y cuyas raíces en $\mathbb{R}[x]$ son los números del conjunto $S = \{0, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$. Se pide:

A) [2 puntos] Obtener $q(x)$.

B) [8 puntos] Calcular, usando el algoritmo de Euclides en $\mathbb{Z}_7[x]$, el máximo común divisor de en dicho anillo. ¿Es $2x + 6x^2 + x^3$ un máximo común divisor de $p(x)$ y $q(x)$ en $\mathbb{Z}_7[x]$?

2.- [10 puntos] Sea $\sigma = (1\ 2\ 3\ 7)\ (2\ 3)\ (2\ 3\ 7\ 1)\ (2\ 9) \in S_{10}$.

A) Razonar:

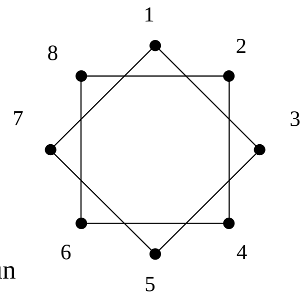
a) [2 puntos] σ es un ciclo y $\sigma \in A_{10}$.

b) [2 puntos] σ no conmuta con ninguna permutación distinta de la identidad y su inversa en S_{10}.

c) [2 puntos] $\sigma^{349} = \sigma$.

B) [4 puntos] Calcular un número n natural tal que $\sigma^n = Id$ y probar que $H = \{\sigma^k \,/\, 0 \leq k < n\}$ es un subgrupo de S_{10}.

3.- [10 puntos] Dado el siguiente grafo:



Se pide:

i) [2 puntos] Calcular la matriz de adyacencia.

ii) [5 puntos] Definir y razonar: si el grafo es regular, plano, de Euler y bipartito.

iii) [3 puntos] Razonar si el grafo anterior es isomorfo a $K_{4,4}$.

4.- [20 puntos] Sea V un espacio vectorial con base $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ y sea f un endormorfismo en V cuya expresión matricial respecto de B es

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) [6 puntos] Calcular bases, ecuaciones implícitas y paramétricas del núcleo y de la imagen de f.

b) [10 puntos] Calcular una base $B' = \{u_1, u_2, u_3\}$ formada por vectores propios del endomorfismo y calcular la matriz asociada a f respecto a B'.

c) [4 puntos] Comprobar que $S = \{(x, y, z) \,/\, f(x, y, z) = (x, y, z)\}$ es un subespacio vectorial de V.

5.- [10 *puntos*] Sea $V = P_1(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de los polinomios de grado menor o igual a 1 con coeficiente en $\mathbb{R}$ y consideremos en dicho espacio el producto escalar

$$< p(x), q(x) >= 2\int_0^1 p(x)q(x)dx$$

Se pide:

a) [3 puntos] Enunciar las propiedades de producto escalar y demostrar la simetría.

b) [3 puntos] Calcular la matriz de Gram para la base canónica.

c) [2 puntos] Calcular el ángulo que forman los vectores $p(x) = -3$ y $q(x) = x - 1$.

d) [2 puntos] Obtener una base ortonormal para este producto escalar.

Los alumnos que quieran utilizar evaluación continua en algún tema, deberán obtener un mínimo de 4 sobre 10 de media entre las restantes preguntas que tengan que realizar.