ÁLGEBRA

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

CURSO 2015/16. Convocatoria Ordinaria 2.

Apellidos y Nombre :_______________________________________DNI ___________

Grupo de teoría : ____ Grupo de prácticas: ______ Número de convocatoria en la que se examina_____

Evaluación continua	□ Sí □ No	□ Polinomios. Nota: ___ □ El Grupo Simétrico. Nota: ___ □ Teoría de Grafos. Nota: ___	**Prácticas**	□ Apto. Nota ___ □ No apto

1. (10 puntos) Calcular, en $\mathbb{Z}_{19}[x]$, el cociente entre los polinomios:

$$p(x) = -6\,a\,x^2 + 2\,x + 5 \quad y \quad q(x) = 2\,x - 1$$

Determinar a para que, en $\mathbb{Z}_{19}[x]$, dicho cociente sea exacto y su máximo común divisor sea x+9.

2. (10 puntos) Consideremos $M_2(\mathbb{C})$ el conjunto de las matrices cuadradas de orden dos con coeficientes en $\mathbb{C}$ y H el conjunto de las matrices simétricas.
   a) Razonar si H es subgrupo de $M_2(\mathbb{C})$.
   b) Calcular un subgrupo propio de H.

3. (10 puntos) Consideremos el grafo con matriz de adyacencia A= $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Se pide:
   a) Representarlo gráficamente.
   b) Definir y razonar si es completo, de Euler, bipartito y plano. Definir y calcular su número cromático.
   c) Definir grafos isomorfos y razonar si el grafo del ejercicio es isomorfo a $K_{3,3}$.

4. (15 puntos) Para V el conjunto de los polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes en $\mathbb{Z}_5$ y $U = \{p(x) \in V \mid p(0) = 0\}$. Se pide:
   a) Demostrar que U es un subespacio vectorial.
   b) Calcular dimensión, una base B_U, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas de U.
   c) Definir un endomorfismo no nulo, f, en U que no sea isomorfismo.
   d) Razonar si el polinomio $x + 2x^2$ está en U, y, en caso afirmativo, calcular su imagen mediante f.

5. (10 puntos) Consideremos V un espacio vectorial euclídeo con matriz de Gram, G= $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, respecto de una base $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$. Se pide:
   a) Calcular la expresión general del producto escalar.
   b) Enunciar las propiedades de producto escalar y demostrar la simetría.
   c) Calcular el coseno del ángulo que forman los vectores v_1 y v_3. ¿Es B una base ortogonal?
   d) ¿Es B una base unitaria? Calcular una base unitaria a partir de B.

6. (5 puntos) Determinar para qué valores de a, la matriz $A = \begin{pmatrix} a+1 & a+1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a+1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a+1 & a+1 \end{pmatrix}$ es diagonalizable por semejanza y para estos casos, demostrarlo explícitamente.