ÁLGEBRA

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA

CURSO 2014/15. Convocatoria Ordinaria 2.

Apellidos y Nombre :______________________________________DNI :__________

Grupo de teoría : ____ **Grupo de prácticas:** ________

Evaluación continua	□ Sí □ No	□ Polinomios. Nota: ___ □ El Grupo Simétrico. Nota: ___ □ Teoría de Grafos. Nota: ___	**Prácticas**	□ Apto. Nota ___ □ No apto

1. (10 puntos) Dado el polinomio: $p(x) = -9\,x^2 + 36\,x^3 + 36\,x^4 + 45\,x^5$

a) Factorizar y calcular sus raíces en $\mathbb{Z}[x]$, $\mathbb{Z}_2[x]$ y $\mathbb{R}[x]$.

b) Definir polinomio irreducible y decir quiénes son los irreducibles de la factorización de $p(x)$ en $\mathbb{Z}[x]$ y en $\mathbb{R}[x]$.

2. (10 puntos) Definir permutación y grupo simétrico.

Dada la permutación $\sigma = (1\ 2\ 3)\ (3\ 4)\ (4\ 5\ 6)\ (8\ 9\ 10)$ de S_{10}, se pide:

a) Comprobar si $\sigma \in A_{10}$.

b) Calcular $\tau = \sigma^{600}$ y τ^{-1}.

3. (10 puntos) Dada la matriz de incidencia $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ del grafo G. Se pide:

a) Representar gráficamente.

b) Comprobar si es de Euler, de Hamilton, regular y plano.

4. (10 puntos) Para $V = M_{3\times 1}(\mathbb{R})$ y $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ consideramos el conjunto $U = \{X \in V \mid AX = 0\}$. Se pide:

a) Demostrar que U es un subespacio vectorial.

b) Calcular dimensión, una base B_U, ecuaciones paramétricas y ecuaciones implícitas U.

c) Sea W el subespacio vectorial generado por $\{AX \mid X \in B_U\}$, calcular la dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas de W.

5. (10 puntos) Para $V = P_1(\mathbb{R})$ y $\langle p(x), q(x)\rangle = \int_0^1 p(x)\, q(x)\, dx$ su producto escalar, se pide:

a) Enunciar las propiedades de producto escalar y demostrar dos de ellas.

b) Calcular la matriz de Gram para la base canónica $B_C = \{1, x\}$.

c) Calcular la matriz de Gram respecto de la base $B = \{x, 1\}$.

d) Calcular, explícitamente, la relación que existe entre las dos matrices de Gram que has calculado.

6. (10 puntos) Sea V un espacio vectorial complejo con base $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, y sea f un endomorfismo en V cuya expresión matricial respecto de B es

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Para $v = v_1 + v_3 + v_4$, calcular $f(v)$. ¿$v \in \mathrm{Ker}(f)$? ¿$v \in \mathrm{Im}(f)$?

b) Definir y calcular los valores propios. Calcular una base de cada subespacio propio.

c) Calcular, si es posible, una base de autovectores y razonar si es diagonalizable por semejanza.