UNIVERSIDAD DE JAÉN
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

Departamento de Matemáticas
(Área de Álgebra)

EXAMEN DE ÁLGEBRA

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
Convocatoria ORDINARIA 1 de 2014

Nombre:____DNI:_______________

CONVALIDADOS:

GRUPOS Y POLINOMIOS	☐ SÍ. Nota____ ☐ NO	PRÁCTICAS	☐ Apto ☐ No apto

1. (10 puntos) Dados los polinomios:

$$p(x) = 1 + 3x + 4x^2 + 3x^3 + x^4 \quad \text{y} \quad q(x) = 3 + x + x^2 + 3x^3$$

Calcular, utilizando el algoritmo de Euclides, el máximo común divisor de ambos en $\mathbb{Z}_5[x]$. ¿Es $d(x) = 3$ m.c.d. $p(x)$ y $q(x)$ en $\mathbb{Z}_5[x]$?

2. (10 puntos). Sea $\sigma = (1\ 3\ 7\ 4)(5\ 6\ 2\ 8) \in S_8$.

Razonar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a. $\sigma \notin A_8$.
b. 8 es el menor entero positivo tal que $\sigma^8 = I$.
c. $\sigma^7 = \sigma^{-1}$.

3. (10 puntos) Consideremos el grafo completo de 6 vértices. Dar una representación gráfica del mismo y su matriz de adyacencia. Estudiar si es regular, plano, de Euler, de Hamilton, conexo, árbol, 6-coloreable y 2-cromático. Calcular el número de geodésicas y la distancia entre v_1 y v_2.

4. (5 puntos). Sea $V = P_3(\mathbb{R})$ y sea $U = \{a + bx + bx^2 - ax^3 : \ a, b \in \mathbb{R}\}$

i) Comprobar que U es un subespacio vectorial

ii) Calcular dimensión, base, ecuaciones paramétricas e implícitas de U.

5. (5 puntos). Sea V un espacio vectorial euclídeo cuya matriz de Gram respecto de una base $B = \{u_1, u_2\}$ es:

$$G = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Calcular el producto escalar $<v,w>$ siendo $v = u_1 + u_2$ y $w = -u_2$
b) Calcular el ángulo que forman los dos vectores de v y w.
c) ¿Es B base ortogonal? ¿Es B unitaria? Calcular una base ortonormal a partir de B.

6. (10 puntos) Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ la matriz asociada a un endomorfismo en un espacio vectorial, V, respecto de una base $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, donde $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) (1 punto). Calcular la imagen del vector $v = v_1 + 3v_3$
b) (2 puntos). Clasificar f, según los valores de α
c) (7 puntos). Estudiar si A es diagonalizable por semejanza, según los valores de α.