



**EXAMEN DE ÁLGEBRA**  
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA  
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA. CURSO 2013-14

Nombre: \_\_\_\_\_ DNI: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_ G. DE PRÁCTICAS: \_\_\_\_\_

EVALUACIÓN CONTINUA	<input type="checkbox"/> SÍ.	<input type="checkbox"/> Polinomios. Nota: _____	PRÁCTICAS	<input type="checkbox"/> Apto. Nota: _____
	<input type="checkbox"/> NO	<input type="checkbox"/> El grupo simétrico. Nota: _____		<input type="checkbox"/> No apto
		<input type="checkbox"/> Teoría de grafos. Nota: _____		

1. (10 puntos) Dado el polinomio

$$p(x) = -4x + 12x^2 - 4x^3 + 12x^4$$

Factorizarlo y calcular sus raíces en  $\mathbb{Z}[x]$ ,  $\mathbb{Q}[x]$ ,  $\mathbb{C}[x]$ ,  $\mathbb{Z}_5[x]$  y  $\mathbb{Z}_7[x]$ .

2. (10 puntos) Consideremos el grupo de los números reales,  $x_0 \in \mathbb{R}$ , fijo y el subconjunto

$$H = \{ax_0 : a \in \mathbb{R}\}$$

- Demstrar que  $H$  es subgrupo de  $\mathbb{R}$ .
- ¿Es  $H$  un subgrupo propio de  $\mathbb{R}$ ? Razonar la respuesta.
- ¿Es  $H$  un subgrupo de  $\mathbb{Z}$ ? Razonar la respuesta.

3. (10 puntos) Consideramos el grafo  $K_{1,3}$ . Se pide:

- Calcular una representación gráfica y su matriz de incidencia
- ¿Es bipartito completo? ¿Es de Hamilton? ¿Es completo? ¿Es árbol?

4. (15 puntos). Sea  $V = M_2(\mathbb{R})$  el espacio vectorial euclídeo cuyo producto escalar es:

$$\langle A, B \rangle = \text{tr}(AB^t)$$

y  $U$  el conjunto de las matrices simétricas.

- Demstrar que  $U$  es subespacio vectorial de  $V$ .
- Calcular dimensión, una base  $B$  de  $U$ , sus ecuaciones paramétricas e implícitas.
- Calcular el ángulo que forman los vectores  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  y  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
- Definimos el subespacio

$$U^\perp = \{A \in V \mid \langle A, X \rangle = 0, \forall X \in B\}$$

- Calcular dimensión, una base,  $B^\perp$ , de  $U^\perp$ , sus ecuaciones paramétricas e implícitas.
- ¿Es  $B^\perp \cup B$  una base de  $V$ ?

5. (15 puntos) Sea  $f: P_5(\mathbb{Z}_3) \rightarrow P_5(\mathbb{Z}_3)$  la aplicación dada por:

$$f(p(x)) = 2p(x)$$

- Demstrar que  $f$  es lineal
- Calcular la expresión matricial de  $f$  respecto de la base canónica.
- ¿Es  $f$  un isomorfismo? Razonar la respuesta
- Estudiar si  $f$  es diagonalizable por semejanza.