Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales. Universidad de Jaén.
Departamento de Matemáticas.
Grado en Estadística y Empresa.
Análisis Matemático. Curso 2010/11.

Tema 5: Integración de funciones de una variable real

1. Calcula las siguientes integrales indefinidas:

(1) $\int (x-1)^3 dx$ (2) $\int (\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x}) dx$ (3) $\int \frac{5x}{1+x^4} dx$

(4) $\int (1+x^3)^{17} x^2 dx$ (5) $\int x^3 \sqrt[3]{1-x^4} dx$ (6) $\int 4x \cos(x^2) dx$

(7) $\int \frac{\mathrm{e}^x + 1}{\mathrm{e}^x + x} dx$ (8) $\int x^3 \mathrm{e}^{-x^2} dx$ (9) $\int \frac{\mathrm{e}^x}{1+\mathrm{e}^{2x}} dx$

(10) $\int \ln(x^2) dx$ (11) $\int x \ln(x^2+2) dx$ (12) $\int \frac{\ln(\sqrt{x})}{x} dx$

(13) $\int \mathrm{e}^x \cos(x) dx$ (14) $\int x^2 \mathrm{sen}(x) dx$ (15) $\int x\mathrm{e}^{-x} dx$

(16) $\int \frac{1}{(x+1)(x^2+1)} dx$ (17) $\int \frac{1}{\mathrm{e}^x + 1} dx$ (18) $\int \frac{\mathrm{sen}(x)}{1+\cos^2(x)} dx$

2. Calcular la integral $\int_0^1 x^2(\sqrt{1-x^2})dx$. (*Sugerencia: usar el cambio de variable* $x = \mathrm{sen}(t)$)

3. Calcular la derivada de la función

$$F(x) = \int_a^{\int_b^{x^2} \frac{1}{1+t^4} dt} \frac{1}{2-\mathrm{sen}^2(t)} dt$$

4. Acotar el valor de la integral $\int_0^1 \sqrt{1+x^2} dx$ usando el teorema del valor medio del cálculo integral.

5. Determinar la convergencia o divergencia de las siguientes integrales:

a) $\int_0^{+\infty} x\cos(x) dx$

b) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+4} dx$

c) $\int_0^1 \frac{\ln(x)}{x} dx$

d) $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$

e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x}{1+x^4} dx$

f) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$

6. Hallar el área de la región limitada por el eje y y las curvas $y = \text{sen}(x)$, $y = \cos(x)$, en el intervalo $[0, \pi/4]$.

7. Determinar el área de las siguientes regiones:

    a) Región acotada por las gráficas de las funciones $y = x$, $y = x^2$ y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 2$.

    b) Región encerrada por la parábola $y = x^2 + 2x$ y el eje OX en el intervalo $[-2, 2]$.

    c) Región limitada por los ejes coordenados y la recta $x + y = a$, siendo $a > 0$.

    d) Región limitada por la curva $y = \sqrt{x} - 1$ y el eje OX en el intervalo $[0, 3]$.

    e) Región limitada inferiormente por la parábola $y = x^2 + 2x$ y superiormente por la recta $y = -x + 4$.

8. Hallar la longitud de la curva $y = 2x\sqrt{x}$ entre los puntos x=0 y x=7.