

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 5722040

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -8+2\alpha & -12+4\alpha \\ 3-\alpha & 4-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$     2)  $\alpha=-1$     3)  $\alpha=3$     4)  $\alpha=-4$     5)  $\alpha=4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ 4 & -4 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}:$$

$$v_1=(-1 \ -1 \ 0 \ -1) \quad v_2=(1 \ 1 \ 0 \ 1) \quad v_3=(-1 \ 1 \ -2 \ -1) \quad v_4=(-1 \ -2 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(4 \ 1 \ -3)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-3 \ -1 \ 3)\rangle$

■  $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(-2 \ -1 \ 2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -7 & 6 & 4 \\ -10 & 9 & 6 \\ 3 & -3 & -2 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -6 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -7 & -10 & 3 \\ 6 & 9 & -3 \\ 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -4 & 6 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 149 & -142 & 114 \\ 78 & -74 & 60 \\ -96 & 92 & -73 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 2 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-5 \ -2 \ 4)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-5 \ -2 \ 4)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3 \ 3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	2.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                     |                    |
|--|---------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 43.019 %   | Grupo 2: 56.981 %  |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.8861 %  | Grupo 2: 8.11388 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 0.559123 % | Grupo 2: 99.4409 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 67.6767 %  | Grupo 2: 32.3233 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 0.559123 % | Grupo 2: 99.4409 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.8861 %  | Grupo 2: 8.11388 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 67.6767 %  | Grupo 2: 32.3233 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 43.019 %   | Grupo 2: 56.981 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 30 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 68.6141 %  |
|  | Adultos: 31.3859 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 59.307 %   |
|  | Adultos: 40.693 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 92.8675 %  |
|  | Adultos: 7.13247 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 7.98697 %  |
|  | Adultos: 92.013 %  |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 92.8675 %  |
|  | Adultos: 7.13247 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 68.6141 %  |
|  | Adultos: 31.3859 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 7.98697 %  |
|  | Adultos: 92.013 %  |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 59.307 %   |
|  | Adultos: 40.693 %  |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{326}{5} = 65.2$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{95}{2} = 47.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{703}{10} = 70.3$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{129}{2} = 64.5$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } 58$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{669}{10} = 66.9$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{183\,826}{390\,625} = 0.470595$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{823}{10} = 82.3$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.3
Grupo 2	0.3	3.5
Grupo 3	0	4.9

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 2 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.1
Grupo 2	h
Grupo 3	0.2

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 33.213%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 12.7688%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.68394%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 56.6344%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 5723455

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -9 - 2\alpha & 4 + \alpha \\ -16 - 4\alpha & 7 + 2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -4$     2)  $\alpha = -3$     3)  $\alpha = 0$     4)  $\alpha = 4$     5)  $\alpha = 3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & -2 & -3 \\ 18 & 11 & 24 & 33 \\ -24 & -14 & -29 & -39 \\ 12 & 6 & 12 & 16 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 0 \ -2 \ 2) \quad v_2 = (-2 \ 6 \ -10 \ 6) \quad v_3 = (1 \ 0 \ 2 \ -2) \quad v_4 = (1 \ -3 \ 5 \ -3).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (3 \ -1 \ -3) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-2 \ 1 \ 1), (2 \ -1 \ 0) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & -9 & -6 \\ 2 & 6 & 4 \\ -2 & -6 & -4 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 \\ -9 & 6 & -6 \\ -6 & 4 & -4 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 \\ -6 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & -6 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 \\ -3 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 4 & 4 & -8 \\ -20 & -20 & 38 \\ -9 & -9 & 17 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 2 \ 3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 3 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 7 \ 3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	3.
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 81.4679 % | Grupo 2: 18.5321 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 75.9518 % | Grupo 2: 24.0482 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 86.3325 % | Grupo 2: 13.6675 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 81.4679 % | Grupo 2: 18.5321 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 15.2466 % | Grupo 2: 84.7534 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 15.2466 % | Grupo 2: 84.7534 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 75.9518 % | Grupo 2: 24.0482 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 86.3325 % | Grupo 2: 13.6675 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 70 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 18.046 % Adultos: 81.954 %
2) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 96.1538 % Adultos: 3.84615 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 60.6513 % Adultos: 39.3487 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 3.44828 % Adultos: 96.5517 %
5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 3.44828 % Adultos: 96.5517 %
6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 18.046 % Adultos: 81.954 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 60.6513 % Adultos: 39.3487 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 96.1538 % Adultos: 3.84615 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2597437689}{25000000} = 103.898$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{37}{10} = 3.7$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{26}{5} = 5.2$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{141}{10} = 14.1$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{181}{10} = 18.1$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{11}{10} = 1.1$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{24}{5} = 4.8$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{32}{5} = 6.4$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.9	4.7
Grupo 2	0.1	0.7
Grupo 3	0	3.5

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.1 (10%)
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 81.204%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.0832231%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 82.2852%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 79.3538%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 6289189

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 3+\alpha & 2+\alpha \\ -2-\alpha & -1-\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=2$       2)  $\alpha=-2$       3)  $\alpha=4$       4)  $\alpha=0$       5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 & 4 \\ -3 & -4 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 0 \ 1 \ 1) \quad v_2=(1 \ 3 \ 1 \ 0) \quad v_3=(-1 \ 2 \ 1 \ -1) \quad v_4=(-1 \ 1 \ -1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-4 \ 1 \ 3), (5 \ -1 \ -4)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(2 \ -1 \ -2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -9 & -6 & -3 \\ 12 & 8 & 4 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -9 & 12 & 6 \\ -6 & 8 & 4 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -5 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ -7 & -1 & 7 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 3 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	1.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 98.1709 % Grupo 2: 1.82906 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 87.6692 % Grupo 2: 12.3308 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 91.4304 % Grupo 2: 8.56957 %
4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 91.4304 % Grupo 2: 8.56957 %
5) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 32.1567 % Grupo 2: 67.8433 %
6) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 87.6692 % Grupo 2: 12.3308 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 32.1567 % Grupo 2: 67.8433 %
8) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 98.1709 % Grupo 2: 1.82906 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 70 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 42.1954 %<br>Adultos: 57.8046 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.20752 %<br>Adultos: 93.7925 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.9183 %<br>Adultos: 6.08168 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 42.1954 %<br>Adultos: 57.8046 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 63.0076 %<br>Adultos: 36.9924 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.9183 %<br>Adultos: 6.08168 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.20752 %<br>Adultos: 93.7925 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 63.0076 %<br>Adultos: 36.9924 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 2: 385

2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{927}{2} = 463.5$

3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{4677}{10} = 467.7$

4) Alumnos en el curso 2: 165

5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{77131367117}{200000000000} = 0.385657$

6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{905}{2} = 452.5$

7) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2279}{5} = 455.8$

8) Alumnos en el curso 2:  $\frac{4617}{10} = 461.7$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.8	0.6
Grupo 2	0.2	0.2
Grupo 3	0	1.5

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 3. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 17.0747%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 28.5257%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 8.21908%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 4.62593 10%. -14

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**20067616**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -19 + 20\alpha & -25 + 25\alpha \\ 16 - 16\alpha & 21 - 20\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=2$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=1$       4)  $\alpha=3$       5)  $\alpha=-1$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 6 & 7 & 7 & 17 & 8 \\ -1 & 0 & -2 & -5 & -2 \\ -2 & -5 & -3 & -8 & -4 \\ -1 & -2 & -2 & -3 & -2 \\ 1 & 4 & 4 & 6 & 4 \end{pmatrix} :$$

$v_1 = (-2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)$      $v_2 = (0 \ 1 \ -1 \ -1 \ 3)$      $v_3 = (2 \ -2 \ 0 \ 0 \ 0)$      $v_4 = (1 \ -2 \ 1 \ 2 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 0 \ 1 \ 0), (2 \ 2 \ 0 \ -1), (-1 \ -1 \ 1 \ 1) \rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (0 \ 1 \ 1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 & -3 \\ -3 & -1 & 3 & 3 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 4 & -2 \\ 2 & -3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & -4 & 2 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \\ 0 & 4 & -4 & -4 \\ 0 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -14 & 12 & -12 & 30 \\ -6 & 4 & -3 & 12 \\ -6 & 6 & -5 & 12 \\ -6 & 6 & -6 & 13 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ 0 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ 0 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ -1 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 0 \ -2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.5
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- 1) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 46.8548 %
Grupo 2: 53.1452 %
  
- 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 90.728 %
Grupo 2: 9.27197 %
  
- 3) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 90.728 %
Grupo 2: 9.27197 %
  
- 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 46.8548 %
Grupo 2: 53.1452 %
  
- 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 43.2575 %
Grupo 2: 56.7425 %
  
- 6) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 43.2575 %
Grupo 2: 56.7425 %
  
- 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 79.2175 %
Grupo 2: 20.7825 %
  
- 8) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 79.2175 %
Grupo 2: 20.7825 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 63.1142 %<br>Adultos: 36.8858 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.99273 %<br>Adultos: 94.0073 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 40.6327 %<br>Adultos: 59.3673 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 40.6327 %<br>Adultos: 59.3673 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.0957 %<br>Adultos: 5.90427 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.0957 %<br>Adultos: 5.90427 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 63.1142 %<br>Adultos: 36.8858 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.99273 %<br>Adultos: 94.0073 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 3.764% en el primer curso y 96.236% en el segundo curso.
- 2) 1.58% en el primer curso y 98.42% en el segundo curso.
- 3) 48.2074% en el primer curso y 51.7926% en el segundo curso.
- 4) 3.349% en el primer curso y 96.651% en el segundo curso.
- 5) 17.165% en el primer curso y 82.835% en el segundo curso.
- 6) 17.461% en el primer curso y 82.539% en el segundo curso.
- 7) 5.829% en el primer curso y 94.171% en el segundo curso.
- 8) 16.432% en el primer curso y 83.568% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.3
Grupo 2	0.1	0.9
Grupo 3	0.1	3.7
Grupo 4	0	0.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 3 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.3
Grupo 2	0.1
Grupo 3	h
Grupo 4	0.3

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.04382%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 29.9327%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.67433%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 27.7661%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 20227156

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -86 + 21\alpha & -196 + 49\alpha \\ 36 - 9\alpha & 82 - 21\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=3$       3)  $\alpha=2$       4)  $\alpha=-4$       5)  $\alpha=4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -7 & 23 & -8 & 7 \\ -4 & 20 & -8 & 7 \\ -4 & 26 & -11 & 10 \\ 4 & -20 & 8 & -7 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ -1 \ -1 \ 1) \quad v_2 = (-4 \ -1 \ 0 \ 1) \quad v_3 = (4 \ 1 \ 0 \ -1) \quad v_4 = (2 \ 1 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ -3 \ -5) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (0 \ 3 \ 5) \rangle$

■  $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (-2 \ 1 \ 2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -1 & 20 & -12 \\ 3 & -35 & 21 \\ 5 & -60 & 36 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -31 & -26 & -15 \\ 30 & 25 & 15 \\ 14 & 12 & 6 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 5 \\ 20 & -35 & -60 \\ -12 & 21 & 36 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -31 & 30 & 14 \\ -26 & 25 & 12 \\ -15 & 15 & 6 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 6 & 4 & -7 \\ -6 & -4 & 6 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -2 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 36.9248 % | Grupo 2: 63.0752 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 92.1311 % | Grupo 2: 7.86893 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 70.3782 % | Grupo 2: 29.6218 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 43.0465 % | Grupo 2: 56.9535 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 43.0465 % | Grupo 2: 56.9535 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 70.3782 % | Grupo 2: 29.6218 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 36.9248 % | Grupo 2: 63.0752 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 92.1311 % | Grupo 2: 7.86893 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 95.4597 % Adultos: 4.5403 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 76.3932 % Adultos: 23.6068 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 44.7214 % Adultos: 55.2786 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 4.99376 % Adultos: 95.0062 %
5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 95.4597 % Adultos: 4.5403 %
6) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 76.3932 % Adultos: 23.6068 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 4.99376 % Adultos: 95.0062 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 44.7214 % Adultos: 55.2786 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 2:  $\frac{32}{5} = 6.4$

2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{207}{10} = 20.7$

3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{13\,819\,244\,709}{781\,250\,000} = 17.6886$

4) Alumnos en el curso 2: 13

5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{209}{10} = 20.9$

6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{123}{5} = 24.6$

7) Alumnos en el curso 2:  $\frac{82}{5} = 16.4$

8) Alumnos en el curso 2:  $\frac{41\,457\,734\,127}{1\,562\,500\,000} = 26.5329$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.7
Grupo 2	0.5	3.5
Grupo 3	0	4.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 55.7522%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.72527%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.0927%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 48.366%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 20616014

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2+2\alpha & \alpha \\ -4\alpha & -2-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=-3$       3)  $\alpha=-1$       4)  $\alpha=0$       5)  $\alpha=4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & -5 & -4 \\ -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(2 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0) \quad v_2=(-2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1) \quad v_3=(2 \ -1 \ -1 \ 0 \ -1) \quad v_4=(-2 \ 1 \ 3 \ 0 \ 3).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ -1 \ 1 \ 0)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-1 \ 1 \ -1 \ -1), (1 \ 0 \ 2 \ 1)\rangle$
- $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(3 \ -2 \ 3 \ 3)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} 5 & -3 & 5 & 6 \\ 3 & -2 & 3 & 3 \\ -3 & 2 & -3 & -3 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & -6 \\ -5 & 6 & -6 & -18 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & -2 & -6 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -5 & 1 & -2 \\ 2 & 6 & -1 & 2 \\ -2 & -6 & 1 & -2 \\ -6 & -18 & 3 & -6 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} 5 & 3 & -3 & 1 \\ -3 & -2 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & -3 & 1 \\ 6 & 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -4 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & 0 & -4 \\ -8 & 4 & 4 & 4 \\ -8 & 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 3 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -2 \ 3 \ 3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ 1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -2 \ 3 \ 3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	0.8
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                     |                     |
|--|---------------------|---------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 70.8013 %  | Grupo 2: 29.1987 %  |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 54.8003 %  | Grupo 2: 45.1997 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 99.5539 %  | Grupo 2: 0.446139 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 70.8013 %  | Grupo 2: 29.1987 %  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 0.653039 % | Grupo 2: 99.347 %   |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 0.653039 % | Grupo 2: 99.347 %   |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 99.5539 %  | Grupo 2: 0.446139 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 54.8003 %  | Grupo 2: 45.1997 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 10% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 30 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 32.1946 %  |
|  | Adultos: 67.8054 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 32.1946 %  |
|  | Adultos: 67.8054 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 26.2595 %  |
|  | Adultos: 73.7405 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 88.6741 %  |
|  | Adultos: 11.3259 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 9.45238 %  |
|  | Adultos: 90.5476 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 88.6741 %  |
|  | Adultos: 11.3259 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 9.45238 %  |
|  | Adultos: 90.5476 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 26.2595 %  |
|  | Adultos: 73.7405 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 37.3% en el primer curso y 62.7% en el segundo curso.
- 2) 34.329% en el primer curso y 65.671% en el segundo curso.
- 3) 25.8294% en el primer curso y 74.1706% en el segundo curso.
- 4) 0.% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 5) 22.641% en el primer curso y 77.359% en el segundo curso.
- 6) 3.017% en el primer curso y 96.983% en el segundo curso.
- 7) 33.149% en el primer curso y 66.851% en el segundo curso.
- 8) 17.925% en el primer curso y 82.075% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	4.1
Grupo 2	0.3	4.9
Grupo 3	0.2	1.8
Grupo 4	0	0.

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 1 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.2
Grupo 3	0.3
Grupo 4	0.3

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 1 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 15.3367%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 4.43386%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 76.9159%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 79.7754%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 21025417

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -1-77\alpha & 121\alpha \\ -49\alpha & -1+77\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$     2)  $\alpha=3$     3)  $\alpha=-4$     4)  $\alpha=0$     5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -6 & -1 & -3 & 2 & -4 \\ 2 & 1 & 6 & 6 & 6 \\ 4 & 2 & 4 & 1 & 6 \\ -3 & -1 & -3 & -1 & -4 \\ -1 & -1 & -4 & -3 & -5 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(3 \ 0 \ -1 \ 1 \ -1) \quad v_2=(1 \ 1 \ 0 \ 0 \ -1) \quad v_3=(-3 \ 3 \ 2 \ -2 \ -1) \quad v_4=(3 \ -3 \ -2 \ 2 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(3 \ -1 \ -2 \ -1)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-1 \ 1 \ 0 \ 0), (1 \ 0 \ -1 \ -1)\rangle$
- $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(0 \ 0 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -2 & -3 \\ -2 & 1 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 & -4 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ 1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 0 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 0 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ 3 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ -2 \ -1 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.5
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 77.4471 % | Grupo 2: 22.5529 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 16.2635 % | Grupo 2: 83.7365 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 31.4068 % | Grupo 2: 68.5932 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 25.0283 % | Grupo 2: 74.9717 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 16.2635 % | Grupo 2: 83.7365 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 31.4068 % | Grupo 2: 68.5932 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 25.0283 % | Grupo 2: 74.9717 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 77.4471 % | Grupo 2: 22.5529 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 8.07654 %<br>Adultos: 91.9235 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 92.1352 %<br>Adultos: 7.8648 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 8.07654 %<br>Adultos: 91.9235 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 57.1429 %<br>Adultos: 42.8571 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 57.1429 %<br>Adultos: 42.8571 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 92.1352 %<br>Adultos: 7.8648 %  |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 20.738% en el primer curso y 79.262% en el segundo curso.
- 2) 14.711% en el primer curso y 85.289% en el segundo curso.
- 3) 17.295% en el primer curso y 82.705% en el segundo curso.
- 4) 3.197% en el primer curso y 96.803% en el segundo curso.
- 5) 20.75% en el primer curso y 79.25% en el segundo curso.
- 6) 3.914% en el primer curso y 96.086% en el segundo curso.
- 7) 26.568% en el primer curso y 73.432% en el segundo curso.
- 8) 42.7661% en el primer curso y 57.2339% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.2
Grupo 2	0.8	1.2
Grupo 3	0.1	4.2
Grupo 4	0	0.8

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.07714%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.93418%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 70.5368%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 78.2002%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26049954

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -57 + 28\alpha & -32 + 16\alpha \\ 98 - 49\alpha & 55 - 28\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -2$     2)  $\alpha = 1$     3)  $\alpha = 4$     4)  $\alpha = -3$     5)  $\alpha = 2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -5 & -1 & 3 & -4 \\ -2 & -4 & 3 & -4 \\ 0 & -7 & 4 & -7 \\ 4 & -5 & 1 & -2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ -1 \ -1 \ 0) \quad v_2 = (0 \ -2 \ 0 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ 3 \ 0 \ 0) \quad v_4 = (0 \ -2 \ 0 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 2 \ 2), (1 \ 3 \ 2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (1 \ 3 \ 3) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -5 & 0 & 2 \\ -12 & -1 & 6 \\ -12 & 0 & 5 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -5 & -12 & -12 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -4 & -5 & -6 \\ 4 & 4 & 5 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -1 & -4 & 4 \\ 0 & -5 & 4 \\ 0 & -6 & 5 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 10 & 40 & 40 \\ 10 & 40 & 40 \\ -12 & -48 & -48 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 51.1653 % | Grupo 2: 48.8347 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 95.4451 % | Grupo 2: 4.55488 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 95.4451 % | Grupo 2: 4.55488 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 20.7192 % | Grupo 2: 79.2808 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 15.2662 % | Grupo 2: 84.7338 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 20.7192 % | Grupo 2: 79.2808 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 15.2662 % | Grupo 2: 84.7338 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 51.1653 % | Grupo 2: 48.8347 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 92.1352 %  |
|  | Adultos: 7.8648 %  |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 57.1429 %  |
|  | Adultos: 42.8571 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %      |
|  | Adultos: 50. %     |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 8.07654 %  |
|  | Adultos: 91.9235 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 92.1352 %  |
|  | Adultos: 7.8648 %  |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 8.07654 %  |
|  | Adultos: 91.9235 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %      |
|  | Adultos: 50. %     |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 57.1429 %  |
|  | Adultos: 42.8571 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1641}{10} = 164.1$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{771}{5} = 154.2$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{8\,519\,116\,249}{100\,000\,000} = 85.1912$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1579}{10} = 157.9$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{23\,197\,210\,991}{200\,000\,000} = 115.986$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } 105$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{5\,931\,980\,229}{2\,000\,000\,000} = 2.96599$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1589}{10} = 158.9$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	4.
Grupo 2	0.7	1.
Grupo 3	0	4.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.3 (30%)
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 76.2136%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 78.166%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.2025%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 83.3472%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26052383

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 14 - 14\alpha & -49 + 49\alpha \\ 4 - 4\alpha & -14 + 14\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -2$     2)  $\alpha = 1$     3)  $\alpha = 3$     4)  $\alpha = -3$     5)  $\alpha = 0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & -3 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}:$$

$$v_1 = (0 \ 1 \ 1 \ -1) \quad v_2 = (-1 \ -1 \ -1 \ 2) \quad v_3 = (0 \ 0 \ 2 \ 3) \quad v_4 = (-1 \ 0 \ -1 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-2 \ 3 \ -2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (3 \ -3 \ 2) \rangle$

■  $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (1 \ -2 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ -9 & -5 & -6 \\ -4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -4 & 7 & -4 \\ -9 & 15 & -9 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 8 & -9 & -4 \\ 4 & -5 & -2 \\ 6 & -6 & -3 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 2 & -4 & -9 \\ -3 & 7 & 15 \\ 2 & -4 & -9 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -12 & 8 & -4 \\ 3 & -2 & 2 \\ 31 & -20 & 12 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ -3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |  |
|--|--|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 53.5652 %<br>Grupo 2: 46.4348 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 53.5652 %<br>Grupo 2: 46.4348 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 60.9975 %<br>Grupo 2: 39.0025 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 47.0549 %<br>Grupo 2: 52.9451 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 60.9975 %<br>Grupo 2: 39.0025 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 93.9902 %<br>Grupo 2: 6.00983 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 47.0549 %<br>Grupo 2: 52.9451 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 93.9902 %<br>Grupo 2: 6.00983 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 60% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 30 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 42.8571 %<br>Adultos: 57.1429 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 89.5136 %<br>Adultos: 10.4864 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 42.8571 %<br>Adultos: 57.1429 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 10.2185 %<br>Adultos: 89.7815 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 10.2185 %<br>Adultos: 89.7815 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 89.5136 %<br>Adultos: 10.4864 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
50 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 2: 75

2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2087}{10} = 208.7$

3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2029}{10} = 202.9$

4) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2211}{10} = 221.1$

5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2259}{10} = 225.9$

6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{14\ 527\ 022\ 269}{640\ 000\ 000\ 000} = 0.0226985$

7) Alumnos en el curso 2:  $\frac{105}{2} = 52.5$

8) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1083}{5} = 216.6$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	1.1
Grupo 2	0.1	2.3
Grupo 3	0	2.

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 1 y 3 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 13.718%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.58979%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 30.5067%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 36.9178%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26053969

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2-\alpha & 3+\alpha \\ -3-\alpha & 4+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-1$     2)  $\alpha=-3$     3)  $\alpha=2$     4)  $\alpha=1$     5)  $\alpha=-2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -4 & -6 & 10 & 4 \\ 2 & 4 & -4 & -2 \\ -3 & -3 & 7 & 2 \\ 4 & 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}:$$

$$v_1=(0 \ -2 \ 0 \ 3) \quad v_2=(1 \ 1 \ -1 \ 0) \quad v_3=(1 \ -1 \ 1 \ 0) \quad v_4=(0 \ -3 \ 0 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ 2 \ -1), (1 \ 2 \ -2)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-2 \ -3 \ 3)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 6 & -3 & 0 \\ -6 & 3 & 0 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 4 & 6 & -6 \\ -2 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -10 & 8 & 1 \\ -14 & 11 & 1 \\ 8 & -6 & 0 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -3 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 4 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 60.9975 % | Grupo 2: 39.0025 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 47.6398 % | Grupo 2: 52.3602 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 93.9902 % | Grupo 2: 6.00983 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 47.6398 % | Grupo 2: 52.3602 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 93.9902 % | Grupo 2: 6.00983 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 10.5091 % | Grupo 2: 89.4909 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 10.5091 % | Grupo 2: 89.4909 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 60.9975 % | Grupo 2: 39.0025 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 20 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 89.2857 %  |
|  | Adultos: 10.7143 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 60. %      |
|  | Adultos: 40. %     |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %      |
|  | Adultos: 50. %     |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 11.1111 %  |
|  | Adultos: 88.8889 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 11.1111 %  |
|  | Adultos: 88.8889 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 89.2857 %  |
|  | Adultos: 10.7143 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %      |
|  | Adultos: 50. %     |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 60. %      |
|  | Adultos: 40. %     |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 2: 110

2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{6\,386\,800\,549\,477}{100\,000\,000\,000} = 63.868$

3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{16\,277\,353\,519}{10\,000\,000\,000} = 1.62774$

4) Alumnos en el curso 2: 109

5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{9\,325\,351\,371\,439}{250\,000\,000\,000} = 37.3014$

6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1089}{10} = 108.9$

7) Alumnos en el curso 2:  $\frac{538}{5} = 107.6$

8) Alumnos en el curso 2: 80

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2.3
Grupo 2	0.3	2.7
Grupo 3	0	2.8

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 1 y 3 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.61826%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 8.96063%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 58.7729%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 61.5722%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**26245437**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2-2\alpha & 4\alpha \\ -\alpha & -2+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=-3$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=-1$       5)  $\alpha=0$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 6 & 18 & 2 & 19 & -4 \\ 3 & 14 & 3 & 12 & -3 \\ -3 & -12 & -1 & -12 & 3 \\ -4 & -18 & -2 & -17 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} :$$

$v_1=(-1 \ 2 \ -2 \ -1 \ 0)$      $v_2=(1 \ -2 \ 0 \ 2 \ 0)$      $v_3=(2 \ 0 \ 2 \ -1 \ 2)$      $v_4=(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -3)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(2 \ 2 \ 2 \ -3)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 1 \ 0 \ -1), (1 \ 2 \ 2 \ -2)\rangle$
- $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(1 \ 1 \ 1 \ -1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & -2 \\ 4 & 4 & 4 & -5 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & -5 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -1 & 4 \\ -2 & -5 & 1 & -5 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ -10 & -2 & -6 & -4 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & -10 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & -6 \\ 1 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \\ 2 & -2 & -3 & -2 \\ -3 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & -1 \\ -10 & -2 & 4 & -2 \\ -5 & -1 & 2 & -1 \\ 7 & 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 2 \ 1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 3 \ 3 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ -2 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ -2 \ 0 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ -2 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.2
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 69.4196 % | Grupo 2: 30.5804 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 22.7008 % | Grupo 2: 77.2992 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 44.334 %  | Grupo 2: 55.666 %  |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 81.499 %  | Grupo 2: 18.501 %  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 44.334 %  | Grupo 2: 55.666 %  |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 22.7008 % | Grupo 2: 77.2992 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 69.4196 % | Grupo 2: 30.5804 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 81.499 %  | Grupo 2: 18.501 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 20 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 7.28785 %<br>Adultos: 92.7121 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 7.28785 %<br>Adultos: 92.7121 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.0197 %<br>Adultos: 5.98034 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 64.0388 %<br>Adultos: 35.9612 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 64.0388 %<br>Adultos: 35.9612 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 78.0776 %<br>Adultos: 21.9224 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.0197 %<br>Adultos: 5.98034 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 78.0776 %<br>Adultos: 21.9224 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 22.237% en el primer curso y 77.763% en el segundo curso.
- 2) 37.9796% en el primer curso y 62.0204% en el segundo curso.
- 3) 21.756% en el primer curso y 78.244% en el segundo curso.
- 4) 24.805% en el primer curso y 75.195% en el segundo curso.
- 5) 2.374% en el primer curso y 97.626% en el segundo curso.
- 6) 22.124% en el primer curso y 77.876% en el segundo curso.
- 7) 5.678% en el primer curso y 94.322% en el segundo curso.
- 8) 27.2727% en el primer curso y 72.7273% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.7
Grupo 2	0.3	2.8
Grupo 3	0.3	4.2
Grupo 4	0	0.6

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 3 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.2
Grupo 2	0.3
Grupo 3	h
Grupo 4	0.1

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 13.7573%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.00460653%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 22.5024%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 34.3315%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26251228

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2+\alpha & -4+\alpha \\ 4-\alpha & 6-\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=4$       3)  $\alpha=-3$       4)  $\alpha=-1$       5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -6 & -2 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 2 & 0 \\ -6 & -2 & 4 & -2 \\ 3 & 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 2 \ 0 \ -2) \quad v_2=(1 \ -1 \ 1 \ 1) \quad v_3=(0 \ -1 \ 0 \ 1) \quad v_4=(0 \ 1 \ 0 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-2 \ 0 \ 1)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(4 \ -1 \ -1), (-3 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 3 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 0 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -19 & 13 & -17 \\ 12 & -10 & 12 \\ 30 & -22 & 28 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 0 \ -3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ 3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	2.
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 68.9898 % | Grupo 2: 31.0102 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 76.4775 % | Grupo 2: 23.5225 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 68.9898 % | Grupo 2: 31.0102 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 81.6497 % | Grupo 2: 18.3503 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 81.6497 % | Grupo 2: 18.3503 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 29.9421 % | Grupo 2: 70.0579 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 29.9421 % | Grupo 2: 70.0579 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 76.4775 % | Grupo 2: 23.5225 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 61.3999 %  |
|  | Adultos: 38.6001 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 44.3 %     |
|  | Adultos: 55.7 %    |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 44.3 %     |
|  | Adultos: 55.7 %    |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.67715 %  |
|  | Adultos: 93.3229 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 61.3999 %  |
|  | Adultos: 38.6001 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.67715 %  |
|  | Adultos: 93.3229 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.4682 %  |
|  | Adultos: 6.53177 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.4682 %  |
|  | Adultos: 6.53177 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{500}{7} = 71.4286$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{5119}{10} = 511.9$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{550}{7} = 78.5714$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{14\,963\,136\,142}{1\,730\,160\,900\,125} = 0.00864841$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{2548}{5} = 509.6$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1015}{2} = 507.5$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{5053}{10} = 505.3$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{780}{7} = 111.429$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.7	0.1
Grupo 2	0.4	0.3
Grupo 3	0	2.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 3. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.41891%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.67267%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.19137%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 8.73016%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26252168

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 2-2\alpha & 4\alpha \\ -\alpha & 2+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-1$     2)  $\alpha=4$     3)  $\alpha=0$     4)  $\alpha=-4$     5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 29 & -4 & 17 & -17 & 22 \\ -10 & -1 & -5 & 5 & -7 \\ 7 & -1 & 7 & -6 & 6 \\ 6 & 0 & 7 & -6 & 5 \\ -42 & 6 & -24 & 24 & -32 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ 0 \ 0 \ 3 \ -1) \quad v_2 = (0 \ 2 \ 0 \ -3 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ 2 \ -1 \ -2 \ 1) \quad v_4 = (1 \ 0 \ -1 \ -2 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (3 \ -2 \ -2 \ -3), (-1 \ 1 \ 1 \ 0) \rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 1 \ 1 \ 1), (1 \ 0 \ -1 \ 0) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 & -1 \\ 3 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & -2 & 1 \\ -9 & 3 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$     3)

4)  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -2 \\ -2 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -2 & 5 & -9 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 3 \ -3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 0 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 2 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ 1 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.6
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- 1) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	37.9021 %
Grupo 2:	62.0979 %
  
- 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	12.4034 %
Grupo 2:	87.5966 %
  
- 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	42.3927 %
Grupo 2:	57.6073 %
  
- 4) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	12.4034 %
Grupo 2:	87.5966 %
  
- 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	88.0367 %
Grupo 2:	11.9633 %
  
- 6) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	88.0367 %
Grupo 2:	11.9633 %
  
- 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	37.9021 %
Grupo 2:	62.0979 %
  
- 8) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	42.3927 %
Grupo 2:	57.6073 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 43.1271 %<br>Adultos: 56.8729 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 43.1271 %<br>Adultos: 56.8729 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 36.2541 %<br>Adultos: 63.7459 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 7.65824 %<br>Adultos: 92.3418 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 36.2541 %<br>Adultos: 63.7459 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 91.7066 %<br>Adultos: 8.29337 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 7.65824 %<br>Adultos: 92.3418 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 91.7066 %<br>Adultos: 8.29337 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.  
De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 30.109% en el primer curso y 69.891% en el segundo curso.
- 2) 4.473% en el primer curso y 95.527% en el segundo curso.
- 3) 64.3398% en el primer curso y 35.6602% en el segundo curso.
- 4) 30.014% en el primer curso y 69.986% en el segundo curso.
- 5) 15.6% en el primer curso y 84.4% en el segundo curso.
- 6) 23.517% en el primer curso y 76.483% en el segundo curso.
- 7) 14.386% en el primer curso y 85.614% en el segundo curso.
- 8) 11.222% en el primer curso y 88.778% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.8
Grupo 2	0.4	1.4
Grupo 3	0.3	3.7
Grupo 4	0	2.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 1 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.1
Grupo 3	0.2
Grupo 4	0.1

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 1 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.97643%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 74.0049%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 75.3114%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 4.56797%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26256830

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -15+4\alpha & -4+\alpha \\ 64-16\alpha & 17-4\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=4$       4)  $\alpha=2$       5)  $\alpha=3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -4 & -1 & 1 & 3 \\ -8 & 1 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 1 & 2 \\ -7 & -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ :

$$v_1=(0 \ 2 \ 1 \ 0) \quad v_2=(2 \ -1 \ -1 \ 1) \quad v_3=(0 \ 0 \ -3 \ -1) \quad v_4=(0 \ 2 \ 1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=1$ , con vectores propios  $V_1=\langle (3 \ 2 \ 2), (4 \ 3 \ 3), (2 \ 0 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 3 & -3 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & 7 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 1 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 0 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 1 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

1) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 75.5911 % Grupo 2: 24.4089 %
2) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 91.1683 % Grupo 2: 8.83165 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 55.8436 % Grupo 2: 44.1564 %
4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 91.1683 % Grupo 2: 8.83165 %
5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 75.5911 % Grupo 2: 24.4089 %
6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 55.8436 % Grupo 2: 44.1564 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 28.5052 % Grupo 2: 71.4948 %
8) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 28.5052 % Grupo 2: 71.4948 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.60409 %  |
|  | Adultos: 93.3959 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.3959 %  |
|  | Adultos: 6.60409 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.3959 %  |
|  | Adultos: 6.60409 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 41.4214 %  |
|  | Adultos: 58.5786 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.60409 %  |
|  | Adultos: 93.3959 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 41.4214 %  |
|  | Adultos: 58.5786 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 58.5786 %  |
|  | Adultos: 41.4214 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 58.5786 %  |
|  | Adultos: 41.4214 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

- 1) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2296}{5} = 459.2$
- 2) Alumnos en el curso 1: 225
- 3) Alumnos en el curso 1: 135
- 4) Alumnos en el curso 1: 405
- 5) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2287}{5} = 457.4$
- 6) Alumnos en el curso 1:  $\frac{4559}{10} = 455.9$
- 7) Alumnos en el curso 1:  $\frac{725\ 428\ 261\ 917}{4\ 000\ 000\ 000\ 000} = 0.181357$
- 8) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2293}{5} = 458.6$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.
Grupo 2	0.5	2.7
Grupo 3	0	1.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 3 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.2
Grupo 2	0.2
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.55616%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 29.1667%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 20.2276%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 24.812%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**26257855**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 10 + 3\alpha & 27 + 9\alpha \\ -3 - \alpha & -8 - 3\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=2$       2)  $\alpha=3$       3)  $\alpha=-1$       4)  $\alpha=-3$       5)  $\alpha=-4$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -15 & 13 & 3 & 14 & 7 \\ 5 & -5 & -1 & -6 & -1 \\ -28 & 23 & 6 & 26 & 11 \\ -11 & 10 & 2 & 12 & 4 \\ -6 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix} :$$

$v_1=(2 \ 0 \ -2 \ 1 \ 1)$      $v_2=(-1 \ 0 \ 0 \ -2 \ 1)$      $v_3=(1 \ 0 \ -1 \ 1 \ 1)$      $v_4=(-2 \ 1 \ 1 \ -1 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-4 \ -3 \ 0 \ -2), (-1 \ 0 \ 1 \ -1)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-6 \ -3 \ 2 \ -3), (3 \ 2 \ 0 \ 2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 20 & 12 & -4 & 12 \\ -24 & -15 & 4 & -14 \\ 15 & 9 & -3 & 9 \\ -6 & -3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 9 & -2 \\ 4 & 4 & 12 & -4 \\ -2 & -2 & -6 & 2 \\ 0 & 3 & 6 & -1 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} 20 & -24 & 15 & -6 \\ 12 & -15 & 9 & -3 \\ -4 & 4 & -3 & 2 \\ 12 & -14 & 9 & -4 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & -2 & 3 \\ 9 & 12 & -6 & 6 \\ -2 & -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -6 & -8 & 8 & 24 \\ 6 & 8 & -8 & -24 \\ 2 & 2 & -2 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 3 \ -1 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-4 \ 4 \ 3 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 0 \ -2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(5 \ -5 \ -3 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.5
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 39.5081 % | Grupo 2: 60.4919 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 97.0502 % | Grupo 2: 2.94979 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 39.5081 % | Grupo 2: 60.4919 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 17.8927 % | Grupo 2: 82.1073 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 17.8927 % | Grupo 2: 82.1073 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 86.7218 % | Grupo 2: 13.2782 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 97.0502 % | Grupo 2: 2.94979 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 86.7218 % | Grupo 2: 13.2782 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 40% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 35.3889 %<br>Adultos: 64.6111 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.1928 %<br>Adultos: 94.8072 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 64.6111 %<br>Adultos: 35.3889 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 64.6111 %<br>Adultos: 35.3889 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.8072 %<br>Adultos: 5.1928 %  |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 35.3889 %<br>Adultos: 64.6111 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.1928 %<br>Adultos: 94.8072 %  |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.8072 %<br>Adultos: 5.1928 %  |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 39.742% en el primer curso y 60.258% en el segundo curso.
- 2) 30.586% en el primer curso y 69.414% en el segundo curso.
- 3) 25.107% en el primer curso y 74.893% en el segundo curso.
- 4) 15.798% en el primer curso y 84.202% en el segundo curso.
- 5) 8.435% en el primer curso y 91.565% en el segundo curso.
- 6) 32.035% en el primer curso y 67.965% en el segundo curso.
- 7) 0.% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 8) 28.0776% en el primer curso y 71.9224% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.5
Grupo 2	0.9	3.4
Grupo 3	0.3	1.5
Grupo 4	0	3.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.2 (20%)
Grupo 3	h
Grupo 4	0.2 (20%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 72.2723%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 73.7863%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 75.3779%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 19.3551%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26258884

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2\alpha & -1+\alpha \\ 4-4\alpha & -4+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=2$       3)  $\alpha=4$       4)  $\alpha=-2$       5)  $\alpha=0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -5 & -8 & -4 & -7 & 6 \\ 10 & 10 & 4 & 10 & -6 \\ 4 & 2 & 2 & 4 & -1 \\ 9 & 12 & 6 & 11 & -9 \\ 23 & 22 & 10 & 23 & -14 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 1 \ 2 \ 2 \ 2) \quad v_2=(-1 \ 0 \ -1 \ 1 \ -1) \quad v_3=(2 \ -1 \ -2 \ 0 \ -1) \quad v_4=(-1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(2 \ -2 \ 5 \ 4)\rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 1 \ 2 \ -1), (1 \ -1 \ 2 \ 2), (0 \ 0 \ -2 \ -1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 9 & -4 & -20 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & -9 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -2 & -2 \\ -3 & -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} 9 & -8 & 20 & 16 \\ 16 & -15 & 40 & 32 \\ -4 & 4 & -9 & -8 \\ 8 & -8 & 20 & 17 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 9 & 16 & -4 & 8 \\ -8 & -15 & 4 & -8 \\ 20 & 40 & -9 & 20 \\ 16 & 32 & -8 & 17 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 4 & 0 \\ -4 & 1 & -2 & 0 \\ -20 & 0 & -9 & 0 \\ -4 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 & 5 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & -8 & -6 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 1 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ 2 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 3 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.3
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 92.5068 % | Grupo 2: 7.49321 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 75.8406 % | Grupo 2: 24.1594 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 75.8406 % | Grupo 2: 24.1594 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 29.5058 % | Grupo 2: 70.4942 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 61.4582 % | Grupo 2: 38.5418 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 29.5058 % | Grupo 2: 70.4942 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 61.4582 % | Grupo 2: 38.5418 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 92.5068 % | Grupo 2: 7.49321 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 9.95037 %<br>Adultos: 90.0496 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 70.7107 %<br>Adultos: 29.2893 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 9.95037 %<br>Adultos: 90.0496 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 91.7012 %<br>Adultos: 8.29884 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 70.7107 %<br>Adultos: 29.2893 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 91.7012 %<br>Adultos: 8.29884 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 70.7107 %<br>Adultos: 29.2893 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 70.7107 %<br>Adultos: 29.2893 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 1.979% en el primer curso y 98.021% en el segundo curso.
- 2) 26.017% en el primer curso y 73.983% en el segundo curso.
- 3) 54.7013% en el primer curso y 45.2987% en el segundo curso.
- 4) 13.027% en el primer curso y 86.973% en el segundo curso.
- 5) 28.933% en el primer curso y 71.067% en el segundo curso.
- 6) 20.83% en el primer curso y 79.17% en el segundo curso.
- 7) 8.848% en el primer curso y 91.152% en el segundo curso.
- 8) 8.286% en el primer curso y 91.714% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.5
Grupo 2	0.5	3.3
Grupo 3	0.1	3.3
Grupo 4	0	3.6

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 3 y 4 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.3 (30%)
Grupo 2	0.2 (20%)
Grupo 3	h
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 3 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 66.7205%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 30.6678%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.71466%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 50.9564%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26259101

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 10 + 2\alpha & 16 + 4\alpha \\ -4 - \alpha & -6 - 2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=2$       3)  $\alpha=-2$       4)  $\alpha=0$       5)  $\alpha=-4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -6 & -6 & -3 \\ 1 & -1 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & -6 & -2 \\ -4 & 2 & 8 & 2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (3 \ 1 \ 0 \ -1) \quad v_2 = (0 \ 2 \ -2 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ 2 \ 0 \ 0) \quad v_4 = (-1 \ 2 \ 0 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (2 \ -2 \ -1) \rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 2 \ 0), (-1 \ 1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 6 \\ 0 & -10 & -18 \\ 0 & 6 & 11 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -10 \ 5)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.1683 % | Grupo 2: 8.83165 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 4.91074 % | Grupo 2: 95.0893 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 24.5612 % | Grupo 2: 75.4388 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 24.5612 % | Grupo 2: 75.4388 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 4.91074 % | Grupo 2: 95.0893 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 75.5911 % | Grupo 2: 24.4089 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.1683 % | Grupo 2: 8.83165 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 75.5911 % | Grupo 2: 24.4089 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 82.2665 %<br>Adultos: 17.7335 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 20. %<br>Adultos: 80. %         |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 15.6518 %<br>Adultos: 84.3482 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 82.2665 %<br>Adultos: 17.7335 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 15.6518 %<br>Adultos: 84.3482 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 20. %<br>Adultos: 80. %         |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1537}{10} = 153.7$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{195}{4} = 48.75$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } 55$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{854}{5} = 170.8$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{335}{4} = 83.75$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{51\,439\,330\,919\,932\,679\,187}{2\,684\,354\,560\,000\,000\,000\,000} = 0.0191626$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1611}{10} = 161.1$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } 164$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	1.4
Grupo 2	0.2	0.3
Grupo 3	0	0.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.2 (20%)
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.9807%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.93586%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 31.0443%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.7704%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26502686

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -\alpha & -1+\alpha \\ 1-\alpha & -2+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=-2$       5)  $\alpha=2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 6 & 5 & -29 \\ -12 & -15 & -2 & 50 \\ -2 & -2 & 2 & 3 \\ -2 & -2 & 1 & 4 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 0 \ -2 \ 0) \quad v_2=(1 \ -2 \ -1 \ 0) \quad v_3=(1 \ -1 \ 1 \ 0) \quad v_4=(-2 \ 6 \ 1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ -1 \ -2)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 1 \ 1)\rangle$

■  $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(1 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & -3 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ 2 & -3 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 5 & -2 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -7 & 0 & 6 \\ 16 & 1 & -12 \\ -8 & 0 & 7 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 1 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ 4)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	2.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 54.6918 % |
|  | Grupo 2: 45.3082 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 95.9139 % |
|  | Grupo 2: 4.08613 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 77.7719 % |
|  | Grupo 2: 22.2281 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 82.8427 % |
|  | Grupo 2: 17.1573 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 95.9139 % |
|  | Grupo 2: 4.08613 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 54.6918 % |
|  | Grupo 2: 45.3082 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 77.7719 % |
|  | Grupo 2: 22.2281 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 82.8427 % |
|  | Grupo 2: 17.1573 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 61.3999 %<br>Adultos: 38.6001 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.4682 %<br>Adultos: 6.53177 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.4682 %<br>Adultos: 6.53177 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 61.3999 %<br>Adultos: 38.6001 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 44.3 %<br>Adultos: 55.7 %       |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.67715 %<br>Adultos: 93.3229 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.67715 %<br>Adultos: 93.3229 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 44.3 %<br>Adultos: 55.7 %       |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{257\,034\,451\,149}{2\,000\,000\,000} = 128.517$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } 345$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{4657}{10} = 465.7$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2334}{5} = 466.8$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1\,904\,153\,103}{500\,000\,000} = 3.80831$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } 450$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{3\,768\,448\,131}{25\,000\,000} = 150.738$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2281}{5} = 456.2$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	3.6
Grupo 2	0.1	4.7
Grupo 3	0	0.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.42111%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 75.39%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.38776%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 81.7917%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26509005

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 61 + 15\alpha & 100 + 25\alpha \\ -36 - 9\alpha & -59 - 15\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=4$       2)  $\alpha=-3$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=3$       5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & -4 & -8 \\ 2 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(1 \ 3 \ 0 \ 0) \quad v_2=(1 \ 0 \ -1 \ 0) \quad v_3=(0 \ 0 \ 1 \ 0) \quad v_4=(0 \ -3 \ 1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ -3 \ -2), (1 \ -1 \ -1)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -5 & 4 & -8 \\ -2 & 1 & -4 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 4 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -5 & -2 & 2 \\ 4 & 1 & -2 \\ -8 & -4 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & 5 & 11 \\ 1 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 6 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ -3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ -3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	2.
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 67.6945 % | Grupo 2: 32.3055 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 30.0435 % | Grupo 2: 69.9565 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 30.0435 % | Grupo 2: 69.9565 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 67.6945 % | Grupo 2: 32.3055 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.2871 % | Grupo 2: 8.71291 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.2871 % | Grupo 2: 8.71291 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 85.1454 % | Grupo 2: 14.8546 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 85.1454 % | Grupo 2: 14.8546 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.53333 %<br>Adultos: 94.4667 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.6156 %<br>Adultos: 5.38436 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.53333 %<br>Adultos: 94.4667 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.6156 %<br>Adultos: 5.38436 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 40. %<br>Adultos: 60. %         |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 40. %<br>Adultos: 60. %         |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{22}{3125} = 0.00704$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{294}{5} = 58.8$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{699}{10} = 69.9$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{501}{10} = 50.1$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{693}{10} = 69.3$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{332}{5} = 66.4$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{396}{5} = 79.2$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{312}{5} = 62.4$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	2.9
Grupo 2	0.4	1.
Grupo 3	0	1.4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.3 (30%)
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 72.8261%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 67.6487%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.15721%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 69.7815%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26509441

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -\alpha & -1+\alpha \\ 1-\alpha & -2+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-4$     2)  $\alpha=-2$     3)  $\alpha=-3$     4)  $\alpha=1$     5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -2 & -3 \\ -2 & -4 & 2 & 4 & 6 \\ 4 & 2 & -2 & -2 & -1 \\ -3 & -2 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ -2 \ 2 \ -1 \ -2) \quad v_2=(-1 \ 2 \ 0 \ -1 \ 3) \quad v_3=(0 \ 1 \ -1 \ 1 \ 0) \quad v_4=(1 \ -1 \ -2 \ -2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ 1 \ -1 \ -2)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(3 \ 4 \ -3 \ -1), (3 \ 3 \ -2 \ -4), (-1 \ 0 \ 0 \ 6)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} -6 & -18 & -18 & 6 \\ 6 & 18 & 18 & -6 \\ -6 & -18 & -18 & 6 \\ -5 & -15 & -15 & 5 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -6 & -6 & 6 & 12 \\ 8 & 8 & -8 & -16 \\ 5 & 5 & -5 & -10 \\ -1 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -6 & 6 & -6 & -5 \\ -18 & 18 & -18 & -15 \\ -18 & 18 & -18 & -15 \\ 6 & -6 & 6 & 5 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -6 & 8 & 5 & -1 \\ -6 & 8 & 5 & -1 \\ 6 & -8 & -5 & 1 \\ 12 & -16 & -10 & 2 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ -2 & 2 & 0 & 6 \\ -1 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 1 \ -3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 0 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.8
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 88.1439 % | Grupo 2: 11.8561 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 45.3765 % | Grupo 2: 54.6235 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 88.1439 % | Grupo 2: 11.8561 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 40.8248 % | Grupo 2: 59.1752 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 77.5255 % | Grupo 2: 22.4745 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 45.3765 % | Grupo 2: 54.6235 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 77.5255 % | Grupo 2: 22.4745 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 40.8248 % | Grupo 2: 59.1752 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 90 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.5014 %<br>Adultos: 6.49856 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 30.7692 %<br>Adultos: 69.2308 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.01033 %<br>Adultos: 93.9897 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.5014 %<br>Adultos: 6.49856 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 30.7692 %<br>Adultos: 69.2308 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.01033 %<br>Adultos: 93.9897 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 22.2222% en el primer curso y 77.7778% en el segundo curso.
- 2) 30.499% en el primer curso y 69.501% en el segundo curso.
- 3) 19.859% en el primer curso y 80.141% en el segundo curso.
- 4) 3.219% en el primer curso y 96.781% en el segundo curso.
- 5) 11.451% en el primer curso y 88.549% en el segundo curso.
- 6) 13.48% en el primer curso y 86.52% en el segundo curso.
- 7) 38.5165% en el primer curso y 61.4835% en el segundo curso.
- 8) 29.37% en el primer curso y 70.63% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.9
Grupo 2	0.8	3.5
Grupo 3	0.7	1.8
Grupo 4	0	3.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 2 y 4 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 2 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.35018%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 47.6411%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 95.0424%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 73.008%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26509957

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -7+6\alpha & -4+4\alpha \\ 9-9\alpha & 5-6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$     2)  $\alpha=1$     3)  $\alpha=-3$     4)  $\alpha=0$     5)  $\alpha=-4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & 4 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ -3 & -9 & -3 & -2 \end{pmatrix}:$$

$$v_1=(-1 \ 3 \ 1 \ 0) \quad v_2=(1 \ -2 \ -1 \ 1) \quad v_3=(2 \ 1 \ -2 \ 0) \quad v_4=(-2 \ -1 \ 0 \ 2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(0 \ 1 \ -1), (-1 \ 1 \ 2)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(1 \ -1 \ -1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -3 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -6 & -3 & -2 \\ -6 & -2 & -3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ 2 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ 3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 0 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ 3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(5 \ -3 \ 5)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 37.5129 % | Grupo 2: 62.4871 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 92.1311 % | Grupo 2: 7.86893 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 92.1311 % | Grupo 2: 7.86893 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 36.9248 % | Grupo 2: 63.0752 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 37.5129 % | Grupo 2: 62.4871 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 36.9248 % | Grupo 2: 63.0752 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 42.5583 % | Grupo 2: 57.4417 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 42.5583 % | Grupo 2: 57.4417 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 10% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 20 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 8.49034 %  |
|  | Adultos: 91.5097 % |
| 2) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 33.3333 %  |
|  | Adultos: 66.6667 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 90.2706 %  |
|  | Adultos: 9.72944 % |
| 4) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 33.3333 %  |
|  | Adultos: 66.6667 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 8.49034 %  |
|  | Adultos: 91.5097 % |
| 6) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 33.3333 %  |
|  | Adultos: 66.6667 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 90.2706 %  |
|  | Adultos: 9.72944 % |
| 8) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 33.3333 %  |
|  | Adultos: 66.6667 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{337\,569}{40\,000\,000} = 0.00843923$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } 195$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2543}{10} = 254.3$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{32\,123}{12\,800} = 2.50961$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2597}{10} = 259.7$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1297}{5} = 259.4$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } 105$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{52\,301}{12\,800} = 4.08602$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.8
Grupo 2	0.3	2.2
Grupo 3	0	3.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 2 y 3 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 2 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 30.1676%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 21.0684%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 61.1363%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.94454%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26511833

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -1-\alpha & \alpha \\ -\alpha & -1+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$       2)  $\alpha=-2$       3)  $\alpha=-3$       4)  $\alpha=-1$       5)  $\alpha=4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -3 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 4 & 2 & -4 \\ -1 & -2 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & -2 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 & -3 & 0 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 1 \ -1 \ 0 \ -2) \quad v_2 = (0 \ -1 \ 2 \ -2 \ 1) \quad v_3 = (0 \ -3 \ -1 \ -1 \ 1) \quad v_4 = (0 \ 0 \ 3 \ -1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (2 \ 1 \ 3 \ -1), (3 \ 4 \ 6 \ -3) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (1 \ 1 \ 2 \ -1), (-1 \ -1 \ -1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 7 & 2 \\ -3 & -4 & 18 & 3 \\ -1 & -1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & -5 & -1 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 & 1 \\ -1 & -4 & -1 & 1 \\ 7 & 18 & 5 & -5 \\ 2 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$       3)

4)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 & 1 \\ -3 & -4 & -6 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -5 & -9 & 4 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -2 & -3 & 0 & -5 \\ -1 & -4 & 0 & -5 \\ -3 & -6 & 0 & -9 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 2 \ 2 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 0 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ -1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ -1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ -1 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.7
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 90.9091 % | Grupo 2: 9.09091 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 19.9915 % | Grupo 2: 80.0085 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 3.55218 % | Grupo 2: 96.4478 % |
| 4) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Grupo 1: 25. %     | Grupo 2: 75. %     |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 19.9915 % | Grupo 2: 80.0085 % |
| 6) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Grupo 1: 90.9091 % | Grupo 2: 9.09091 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 3.55218 % | Grupo 2: 96.4478 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 25. %     | Grupo 2: 75. %     |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 50 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 40.5125 %<br>Adultos: 59.4875 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 92.7243 %<br>Adultos: 7.27572 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 7.10344 %<br>Adultos: 92.8966 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 7.10344 %<br>Adultos: 92.8966 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 53.1625 %<br>Adultos: 46.8375 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 92.7243 %<br>Adultos: 7.27572 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 40.5125 %<br>Adultos: 59.4875 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 53.1625 %<br>Adultos: 46.8375 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 9.145% en el primer curso y 90.855% en el segundo curso.
- 2) 57.9156% en el primer curso y 42.0844% en el segundo curso.
- 3) 10.15% en el primer curso y 89.85% en el segundo curso.
- 4) 19.105% en el primer curso y 80.895% en el segundo curso.
- 5) 10.136% en el primer curso y 89.864% en el segundo curso.
- 6) 32.738% en el primer curso y 67.262% en el segundo curso.
- 7) 7.136% en el primer curso y 92.864% en el segundo curso.
- 8) 36.574% en el primer curso y 63.426% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 4 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	3.8
Grupo 2	0.2	1.7
Grupo 3	0.4	3.2
Grupo 4	0	2.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 1 y 2 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 1 y 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.1696%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 74.5552%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 76.8046%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.49551%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26513627

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 22+6\alpha & 16+4\alpha \\ -36-9\alpha & -26-6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=4$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=3$       5)  $\alpha=-3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ :

$v_1=(-2 \ 1 \ 1 \ -1)$      $v_2=(0 \ -1 \ -1 \ -2)$      $v_3=(-1 \ 3 \ -1 \ -1)$      $v_4=(0 \ -3 \ 1 \ -1)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ 2 \ 1), (-1 \ 1 \ 0)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 2 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 6 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 6 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & -1 \\ 2 & -2 & 3 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 7 & 8 & 7 \\ -11 & -12 & -10 \\ 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 3 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ -3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	2.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 82.8427 %	Grupo 2: 17.1573 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 87.9391 %	Grupo 2: 12.0609 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 82.8427 %	Grupo 2: 17.1573 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 87.9391 %	Grupo 2: 12.0609 %
5) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 97.5834 %	Grupo 2: 2.41663 %
6) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 54.6918 %	Grupo 2: 45.3082 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 54.6918 %	Grupo 2: 45.3082 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 97.5834 %	Grupo 2: 2.41663 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 90% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 30 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.5917 %<br>Adultos: 93.4083 %  |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 95.4895 %<br>Adultos: 4.51048 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 88.1025 %<br>Adultos: 11.8975 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 71.1681 %<br>Adultos: 28.8319 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.5917 %<br>Adultos: 93.4083 %  |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 95.4895 %<br>Adultos: 4.51048 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 88.1025 %<br>Adultos: 11.8975 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 71.1681 %<br>Adultos: 28.8319 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
450 alumnos	350 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{760\,144\,894\,351}{31\,250\,000} = 24324.6$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{4637}{10} = 463.7$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{4579}{10} = 457.9$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{4899}{10} = 489.9$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } 450$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{4523}{10} = 452.3$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{4931}{10} = 493.1$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{2346}{5} = 469.2$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.8
Grupo 2	0.4	3.7
Grupo 3	0	0.

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 2 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.3 (30%)
Grupo 2	h
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 2 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 15.0579%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 35.0649%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.63868%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 25.8536%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**26514456**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -12 - 12\alpha & 9 + 9\alpha \\ -16 - 16\alpha & 12 + 12\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=-1$       3)  $\alpha=-3$       4)  $\alpha=-4$       5)  $\alpha=1$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -15 & 6 & -3 & -3 & 5 \\ -5 & -2 & -2 & -3 & 1 \\ 16 & -4 & 3 & 5 & -5 \\ 6 & -4 & 1 & 1 & -2 \\ -14 & 10 & -2 & 0 & 5 \end{pmatrix} :$$

$v_1 = (-1 \ 1 \ 0 \ 1 \ -3)$      $v_2 = (1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 0)$      $v_3 = (1 \ 1 \ 2 \ 0 \ 0)$      $v_4 = (0 \ -1 \ 1 \ -2 \ -1)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-1 \ -2 \ 2 \ 1), (1 \ 1 \ 0 \ 0), (-2 \ -1 \ 2 \ 2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ -1 \ 1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & -2 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & -4 & -3 \\ -4 & -4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -3 & -1 \\ 4 & 0 & 8 & 3 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 & 8 \\ -1 & 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 9 & 2 & -4 & 0 \\ 12 & 2 & -4 & 0 \\ 30 & 4 & -13 & 1 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 2 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 0 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ -1 \ -3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 2 \ -3 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 2 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.5
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 31.4068 % | Grupo 2: 68.5932 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 77.4471 % | Grupo 2: 22.5529 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 63.2023 % | Grupo 2: 36.7977 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 18.6125 % | Grupo 2: 81.3875 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 77.4471 % | Grupo 2: 22.5529 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 63.2023 % | Grupo 2: 36.7977 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 31.4068 % | Grupo 2: 68.5932 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 18.6125 % | Grupo 2: 81.3875 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 72.5083 %  |
|  | Adultos: 27.4917 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.6861 %   |
|  | Adultos: 94.3139 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 72.5083 %  |
|  | Adultos: 27.4917 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.7608 %  |
|  | Adultos: 5.23924 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 46.7845 %  |
|  | Adultos: 53.2155 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.6861 %   |
|  | Adultos: 94.3139 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 46.7845 %  |
|  | Adultos: 53.2155 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.7608 %  |
|  | Adultos: 5.23924 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 19.595% en el primer curso y 80.405% en el segundo curso.
- 2) 12.094% en el primer curso y 87.906% en el segundo curso.
- 3) 28.21% en el primer curso y 71.79% en el segundo curso.
- 4) 60.6428% en el primer curso y 39.3572% en el segundo curso.
- 5) 26.032% en el primer curso y 73.968% en el segundo curso.
- 6) 18.752% en el primer curso y 81.248% en el segundo curso.
- 7) 28.899% en el primer curso y 71.101% en el segundo curso.
- 8) 21.955% en el primer curso y 78.045% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 4 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	1.3
Grupo 2	0.4	0.9
Grupo 3	0.2	3.7
Grupo 4	0	3.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 42.0768%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 7.7261%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.0429883%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 57.4685%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26515229

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -1+2\alpha & -4+4\alpha \\ 1-\alpha & 3-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-1$     2)  $\alpha=4$     3)  $\alpha=2$     4)  $\alpha=-2$     5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -15 & 8 & 0 & 8 \\ -76 & 49 & 4 & 52 \\ 8 & -4 & 1 & -4 \\ 52 & -36 & -4 & -39 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ 1 \ -1 \ 1) \quad v_2 = (0 \ -1 \ 1 \ 2) \quad v_3 = (0 \ 0 \ -2 \ 3) \quad v_4 = (1 \ 0 \ 3 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-1 \ -2 \ 5), (2 \ 3 \ -7) \rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (0 \ 1 \ -2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & -6 & -2 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 10 & -14 & -4 \\ 5 & -7 & -2 \\ 5 & -7 & -2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 10 & 5 & 5 \\ -14 & -7 & -7 \\ -4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & -6 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \\ -3 & 3 & -4 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 3 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                     |
|--|--------------------|---------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 76.1674 % | Grupo 2: 23.8326 %  |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 99.5522 % | Grupo 2: 0.447789 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.608 %  | Grupo 2: 8.39202 %  |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 52.1899 % | Grupo 2: 47.8101 %  |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 76.1674 % | Grupo 2: 23.8326 %  |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 52.1899 % | Grupo 2: 47.8101 %  |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 99.5522 % | Grupo 2: 0.447789 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.608 %  | Grupo 2: 8.39202 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 40% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 25. %<br>Adultos: 75. %         |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 14.0519 %<br>Adultos: 85.9481 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 14.0519 %<br>Adultos: 85.9481 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 84.4956 %<br>Adultos: 15.5044 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 25. %<br>Adultos: 75. %         |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 84.4956 %<br>Adultos: 15.5044 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 2: 60

2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1219}{10} = 121.9$

3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1007}{10} = 100.7$

4) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1011}{10} = 101.1$

5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1107}{10} = 110.7$

6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1053}{10} = 105.3$

7) Alumnos en el curso 2:  $\frac{573}{5} = 114.6$

8) Alumnos en el curso 2:  $\frac{17\,843\,894\,651}{125\,000\,000\,000} = 0.142751$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.6	1.7
Grupo 2	0.5	2.8
Grupo 3	0	1.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 2 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	h
Grupo 3	0.2 (20%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.570906%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.22756%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 59.7252%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 73.0458%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26517184

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -17+6\alpha & -12+4\alpha \\ 27-9\alpha & 19-6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=4$       4)  $\alpha=2$       5)  $\alpha=-4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 0 \ -1 \ -1 \ 0) \quad v_2=(-1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2) \quad v_3=(0 \ 0 \ -2 \ -1 \ -1) \quad v_4=(1 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle (1 \ 2 \ -1 \ 4), (2 \ 1 \ 2 \ 7), (0 \ -1 \ 1 \ -1), (1 \ 0 \ 1 \ 3) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 & -1 \\ 2 & -3 & -1 & -3 \\ -3 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -2 & -3 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -6 & 16 & -2 & 9 \\ 2 & -2 & -2 & -1 \\ -4 & 8 & 2 & 4 \\ -10 & 20 & 2 & 11 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ 2 \ 6)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 1 \ -1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 1 \ 2 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ 1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.8
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 53.4522 % | Grupo 2: 46.5478 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 46.3016 % | Grupo 2: 53.6984 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 74.1657 % | Grupo 2: 25.8343 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 53.4522 % | Grupo 2: 46.5478 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 46.3016 % | Grupo 2: 53.6984 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 41.9661 % | Grupo 2: 58.0339 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 41.9661 % | Grupo 2: 58.0339 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 74.1657 % | Grupo 2: 25.8343 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 70 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 43.1662 % Adultos: 56.8338 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 3.9165 % Adultos: 96.0835 %
3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 96.614 % Adultos: 3.38604 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 96.614 % Adultos: 3.38604 %
5) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 3.9165 % Adultos: 96.0835 %
6) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 43.1662 % Adultos: 56.8338 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 84.1688 % Adultos: 15.8312 %
8) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 84.1688 % Adultos: 15.8312 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 23.465% en el primer curso y 76.535% en el segundo curso.
- 2) 16.198% en el primer curso y 83.802% en el segundo curso.
- 3) 21.352% en el primer curso y 78.648% en el segundo curso.
- 4) 0.% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 5) 19.39% en el primer curso y 80.61% en el segundo curso.
- 6) 27.8553% en el primer curso y 72.1447% en el segundo curso.
- 7) 15.678% en el primer curso y 84.322% en el segundo curso.
- 8) 13.93% en el primer curso y 86.07% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	2.
Grupo 2	0.8	2.
Grupo 3	0.6	2.2
Grupo 4	0	2.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 74.6553%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.436425%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.95898%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 59.4957%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 26519656

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 1+2\alpha & \alpha \\ -4\alpha & 1-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-3$     2)  $\alpha=-4$     3)  $\alpha=1$     4)  $\alpha=-2$     5)  $\alpha=0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -7 & 0 & 2 & -1 \\ 4 & -3 & -2 & 1 \\ -16 & 8 & 7 & -5 \\ -4 & 8 & 4 & -5 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 0 \ 1 \ -2) \quad v_2 = (0 \ 0 \ 3 \ 1) \quad v_3 = (-1 \ 0 \ 0 \ 3) \quad v_4 = (0 \ 0 \ -1 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 0 \ -1), (-2 \ -1 \ 4) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (0 \ -1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & 8 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 8 & 3 & -4 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -4 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -4 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	1.
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 57.735 %  | Grupo 2: 42.265 %  |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 89.2244 % | Grupo 2: 10.7756 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 73.2051 % | Grupo 2: 26.7949 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 73.2051 % | Grupo 2: 26.7949 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 23.8587 % | Grupo 2: 76.1413 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 23.8587 % | Grupo 2: 76.1413 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 89.2244 % | Grupo 2: 10.7756 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 57.735 %  | Grupo 2: 42.265 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 95.8404 % Adultos: 4.1596 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 57.8465 % Adultos: 42.1535 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 18.6141 % Adultos: 81.3859 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 95.8404 % Adultos: 4.1596 %
5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 18.6141 % Adultos: 81.3859 %
6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 3.69812 % Adultos: 96.3019 %
7) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 3.69812 % Adultos: 96.3019 %
8) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 57.8465 % Adultos: 42.1535 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 10 años.

1) Alumnos en el curso 1: 400

2) Alumnos en el curso 1: 490

3) Alumnos en el curso 1: 470

4) Alumnos en el curso 1:  $\frac{4194304}{78125} = 53.6871$

5) Alumnos en el curso 1:  $\frac{5123}{10} = 512.3$

6) Alumnos en el curso 1:  $\frac{1167382765631}{100000000} = 11673.8$

7) Alumnos en el curso 1:  $\frac{5141}{10} = 514.1$

8) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2597}{5} = 519.4$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.6
Grupo 2	0.3	4.4
Grupo 3	0	1.5

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 1 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.2
Grupo 3	0.2

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 1 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 42.6079%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.60125%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 34.3902%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 51.3382%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 31001044

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 66 - 65\alpha & -169 + 169\alpha \\ 25 - 25\alpha & -64 + 65\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=-3$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=-2$       5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & -7 & -3 & -4 \\ -2 & 0 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -4 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 2 \ -1 \ -1 \ -2) \quad v_2 = (0 \ -3 \ -3 \ 0 \ -1) \quad v_3 = (0 \ -2 \ -1 \ 1 \ 1) \quad v_4 = (0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (0 \ -1 \ 1 \ 1), (1 \ 2 \ -2 \ -2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 0 \ 1 \ 1) \rangle$

■  $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (-1 \ 0 \ 0 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 3 & 3 \\ -3 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 1 \\ -8 & -5 & -2 & -2 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 3 & -8 & 4 & 4 \\ 2 & -5 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -5 & 5 \\ 4 & 0 & -8 & 8 \\ 4 & 0 & -6 & 6 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ -1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 2 \ -3 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ -1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ -2 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.9
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 67.407 %  | Grupo 2: 32.593 %  |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 67.407 %  | Grupo 2: 32.593 %  |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 72.7477 % | Grupo 2: 27.2523 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 50. %     | Grupo 2: 50. %     |
| 5) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Grupo 1: 50. %     | Grupo 2: 50. %     |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 72.7477 % | Grupo 2: 27.2523 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 90.9091 % | Grupo 2: 9.09091 % |
| 8) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Grupo 1: 90.9091 % | Grupo 2: 9.09091 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 90% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 84.3482 %<br>Adultos: 15.6518 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 80. %<br>Adultos: 20. %         |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 17.7335 %<br>Adultos: 82.2665 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 17.7335 %<br>Adultos: 82.2665 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 84.3482 %<br>Adultos: 15.6518 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 80. %<br>Adultos: 20. %         |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 23.603% en el primer curso y 76.397% en el segundo curso.
- 2) 47.1638% en el primer curso y 52.8362% en el segundo curso.
- 3) 2.482% en el primer curso y 97.518% en el segundo curso.
- 4) 25.284% en el primer curso y 74.716% en el segundo curso.
- 5) 5.967% en el primer curso y 94.033% en el segundo curso.
- 6) 16.826% en el primer curso y 83.174% en el segundo curso.
- 7) 16.54% en el primer curso y 83.46% en el segundo curso.
- 8) 16.57% en el primer curso y 83.43% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	4.1
Grupo 2	0.6	4.8
Grupo 3	0.7	4.1
Grupo 4	0	1.9

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 3 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.1
Grupo 2	0.1
Grupo 3	h
Grupo 4	0.3

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.2689%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 84.6565%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.95039%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 77.5908%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**45607118**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 2-\alpha & \alpha \\ -\alpha & 2+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$       2)  $\alpha=-1$       3)  $\alpha=-2$       4)  $\alpha=1$       5)  $\alpha=-3$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 12 & 6 & 2 & -10 \\ 4 & -10 & -8 & 0 & 0 \\ -6 & 21 & 15 & 1 & -5 \\ -6 & 15 & 11 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} :$$

$v_1 = (-1 \ -3 \ 4 \ 5 \ 0)$      $v_2 = (1 \ 1 \ -1 \ -2 \ 0)$      $v_3 = (-1 \ 3 \ -5 \ -4 \ 0)$      $v_4 = (-1 \ -1 \ 1 \ 2 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-2 \ 0 \ -2 \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (0 \ 1 \ 0 \ 1), (6 \ -1 \ 5 \ 1), (1 \ 0 \ 1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 & 2 \\ -2 & -3 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 & 3 \\ -2 & 0 & -2 & -1 \\ -8 & 0 & -8 & -4 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$       3)  $\begin{pmatrix} 6 & 0 & -18 & -3 \\ 2 & 0 & -6 & -1 \\ 2 & 0 & -6 & -1 \\ 2 & 0 & -6 & -1 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -18 & -6 & -6 & -6 \\ -3 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 6 & -2 & -8 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -2 & -8 & 2 \\ 3 & -1 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 10 & -36 & -78 & -24 \\ -12 & 24 & 60 & 24 \\ 8 & -16 & -40 & -16 \\ -4 & 0 & 6 & 6 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 1 \ 3 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 6 \ -4 \ 3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ 2 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 0 \ 0 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -5 \ 3 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.6
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 19.8866 % | Grupo 2: 80.1134 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 19.8866 % | Grupo 2: 80.1134 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 27.3724 % | Grupo 2: 72.6276 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 59.1865 % | Grupo 2: 40.8135 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 84.9699 % | Grupo 2: 15.0301 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 84.9699 % | Grupo 2: 15.0301 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 27.3724 % | Grupo 2: 72.6276 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 59.1865 % | Grupo 2: 40.8135 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 30 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 90.3433 % Adultos: 9.65668 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 34.8612 % Adultos: 65.1388 %
3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 34.8612 % Adultos: 65.1388 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 34.8612 % Adultos: 65.1388 %
5) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 34.8612 % Adultos: 65.1388 %
6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 8.55515 % Adultos: 91.4448 %
7) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 8.55515 % Adultos: 91.4448 %
8) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 90.3433 % Adultos: 9.65668 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.  
De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 24.978% en el primer curso y 75.022% en el segundo curso.
- 2) 9.361% en el primer curso y 90.639% en el segundo curso.
- 3) 16.543% en el primer curso y 83.457% en el segundo curso.
- 4) 21.537% en el primer curso y 78.463% en el segundo curso.
- 5) 37.234% en el primer curso y 62.766% en el segundo curso.
- 6) 62.6893% en el primer curso y 37.3107% en el segundo curso.
- 7) 36.794% en el primer curso y 63.206% en el segundo curso.
- 8) 24.431% en el primer curso y 75.569% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.7
Grupo 2	0.1	2.3
Grupo 3	0.5	2.3
Grupo 4	0	2.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 4 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.2
Grupo 2	0.3
Grupo 3	0.2
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 16.0526%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 22.5212%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.0261%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 32.9084%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 45924977

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 5+3\alpha & 9+9\alpha \\ -1-\alpha & -1-3\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=-3$       3)  $\alpha=-2$       4)  $\alpha=2$       5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & -5 & 2 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & -4 & -2 & -2 \\ 5 & -12 & 8 & 6 & 8 \\ 0 & 3 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0) \quad v_2=(-1 \ 0 \ 0 \ -2 \ 1) \quad v_3=(0 \ -2 \ -2 \ -1 \ 0) \quad v_4=(3 \ 1 \ 0 \ -1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ -1 \ -1 \ -1), (1 \ -1 \ 2 \ 0)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(1 \ -1 \ 1 \ 0)\rangle$

■  $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(0 \ 1 \ 3 \ 2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 & 4 \\ -3 & 4 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$       3)

4)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 3 & 1 & 1 & -5 \\ -5 & -2 & -2 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & 1 & -3 \\ 5 & 3 & -2 & 3 \\ 4 & 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -4 & -5 & 9 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 6 & -4 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \\ 7 & -4 & -2 & 2 \\ -11 & 6 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 2 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ -1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 2 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ 1 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 0 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.8
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- 1) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	37.695 %
Grupo 2:	62.305 %
- 2) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	97.1695 %
Grupo 2:	2.8305 %
- 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	37.695 %
Grupo 2:	62.305 %
- 4) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	79.6561 %
Grupo 2:	20.3439 %
- 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	79.6561 %
Grupo 2:	20.3439 %
- 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	34.2997 %
Grupo 2:	65.7003 %
- 7) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	34.2997 %
Grupo 2:	65.7003 %
- 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	97.1695 %
Grupo 2:	2.8305 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 40% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 90 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 32.4555 %<br>Adultos: 67.5445 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 51.9494 %<br>Adultos: 48.0506 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.5519 %<br>Adultos: 6.44815 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.5519 %<br>Adultos: 6.44815 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.05755 %<br>Adultos: 93.9425 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.05755 %<br>Adultos: 93.9425 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 51.9494 %<br>Adultos: 48.0506 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 32.4555 %<br>Adultos: 67.5445 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 41.9111% en el primer curso y 58.0889% en el segundo curso.
- 2) 9.774% en el primer curso y 90.226% en el segundo curso.
- 3) 20.737% en el primer curso y 79.263% en el segundo curso.
- 4) 9.892% en el primer curso y 90.108% en el segundo curso.
- 5) 14.816% en el primer curso y 85.184% en el segundo curso.
- 6) 23.328% en el primer curso y 76.672% en el segundo curso.
- 7) 17.334% en el primer curso y 82.666% en el segundo curso.
- 8) 26.287% en el primer curso y 73.713% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 4 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.2
Grupo 2	0.7	2.9
Grupo 3	0.3	2.8
Grupo 4	0	0.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 2 y 4 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.3 (30%)
Grupo 2	h
Grupo 3	0.3 (30%)
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 2 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.03144%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 40.7618%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 32.653%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 46.5936%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**48051791**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2-10\alpha & 4\alpha \\ -25\alpha & -2+10\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-3$     2)  $\alpha=-2$     3)  $\alpha=4$     4)  $\alpha=0$     5)  $\alpha=2$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 & -7 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -7 & 5 & -1 \\ -7 & 7 & 7 & -5 & 9 \\ -12 & 12 & 11 & -8 & 15 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} :$$

$v_1=(-2 \ 1 \ -1 \ 1 \ -1)$      $v_2=(-1 \ -2 \ -2 \ 0 \ 2)$      $v_3=(-1 \ 2 \ 0 \ 0 \ 2)$      $v_4=(1 \ -1 \ -3 \ -2 \ 1)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-1 \ 0 \ -1 \ 0), (2 \ 3 \ 4 \ -3)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 0 \ 1 \ -1), (2 \ 2 \ 3 \ -2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -3 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & -3 & -2 \\ -3 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ -2 & 1 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & -4 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 3 & -3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 5 & -2 & -6 & -6 \\ 6 & -3 & -6 & -6 \\ 9 & -4 & -10 & -10 \\ -6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 & -6 \\ -2 & -3 & -4 & 3 \\ -6 & -6 & -10 & 6 \\ -6 & -6 & -10 & 6 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 & 3 \\ 6 & -8 & 15 & -9 \\ -3 & 5 & -7 & 5 \\ -9 & 15 & -24 & 16 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 5 \ -2 \ -7)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 5 \ -2 \ -7)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 3 \ -1 \ -3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ 1 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ 3 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.5
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 26.18 %   | Grupo 2: 73.82 %   |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 84.1765 % | Grupo 2: 15.8235 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 26.18 %   | Grupo 2: 73.82 %   |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 37.2213 % | Grupo 2: 62.7787 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 45.9448 % | Grupo 2: 54.0552 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 37.2213 % | Grupo 2: 62.7787 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 84.1765 % | Grupo 2: 15.8235 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 45.9448 % | Grupo 2: 54.0552 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 37.5 %<br>Adultos: 62.5 %       |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 37.5 %<br>Adultos: 62.5 %       |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.23793 %<br>Adultos: 94.7621 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.23793 %<br>Adultos: 94.7621 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.852 %<br>Adultos: 5.14805 %  |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.852 %<br>Adultos: 5.14805 %  |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 13.188% en el primer curso y 86.812% en el segundo curso.
- 2) 13.095% en el primer curso y 86.905% en el segundo curso.
- 3) 47.9057% en el primer curso y 52.0943% en el segundo curso.
- 4) 0.662% en el primer curso y 99.338% en el segundo curso.
- 5) 17.401% en el primer curso y 82.599% en el segundo curso.
- 6) 21.979% en el primer curso y 78.021% en el segundo curso.
- 7) 5.907% en el primer curso y 94.093% en el segundo curso.
- 8) 9.4% en el primer curso y 90.6% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	0.4
Grupo 2	0.1	1.6
Grupo 3	0.5	4.
Grupo 4	0	4.5

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 3 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.2
Grupo 2	0.1
Grupo 3	h
Grupo 4	0.3

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 19.1546%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 33.8843%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.15787%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 48.1814%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 49314852

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 2-2\alpha & -4+4\alpha \\ 1-\alpha & -2+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=4$       2)  $\alpha=1$       3)  $\alpha=-1$       4)  $\alpha=-4$       5)  $\alpha=0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -4 & -1 & -1 & -3 & -2 \\ -4 & -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(1 \ -1 \ -2 \ -1 \ 0) \quad v_2=(-2 \ -1 \ 0 \ -1 \ -1) \quad v_3=(1 \ -1 \ 0 \ 0 \ -3) \quad v_4=(0 \ 0 \ 3 \ 2 \ 2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle (0 \ 0 \ 1 \ -1), (0 \ 1 \ 0 \ 2) \rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle (-1 \ 0 \ 1 \ -1), (1 \ -1 \ -2 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ -6 & -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -3 \\ -3 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$       3)

4)  $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & -6 \\ 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$        $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & -3 & -2 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} -11 & 4 & -6 & 2 \\ -3 & 0 & -2 & 1 \\ 15 & -6 & 8 & -3 \\ 8 & -3 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 3 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ -3 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -3 \ 0 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ 2 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ -3 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.1
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 40.6327 % | Grupo 2: 59.3673 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 9.67705 % | Grupo 2: 90.323 %  |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 9.67705 % | Grupo 2: 90.323 %  |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 63.1142 % | Grupo 2: 36.8858 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 15.8626 % | Grupo 2: 84.1374 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 15.8626 % | Grupo 2: 84.1374 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 40.6327 % | Grupo 2: 59.3673 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 63.1142 % | Grupo 2: 36.8858 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 96.9347 %<br>Adultos: 3.06534 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 3.06534 %<br>Adultos: 96.9347 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 24.0253 %<br>Adultos: 75.9747 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 3.06534 %<br>Adultos: 96.9347 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 24.0253 %<br>Adultos: 75.9747 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 75.9747 %<br>Adultos: 24.0253 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 75.9747 %<br>Adultos: 24.0253 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 96.9347 %<br>Adultos: 3.06534 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 9.751% en el primer curso y 90.249% en el segundo curso.
- 2) 27.843% en el primer curso y 72.157% en el segundo curso.
- 3) 40.716% en el primer curso y 59.284% en el segundo curso.
- 4) 40.335% en el primer curso y 59.665% en el segundo curso.
- 5) 44.846% en el primer curso y 55.154% en el segundo curso.
- 6) 51.5671% en el primer curso y 48.4329% en el segundo curso.
- 7) 30.244% en el primer curso y 69.756% en el segundo curso.
- 8) 32.807% en el primer curso y 67.193% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.5
Grupo 2	0.1	4.7
Grupo 3	0.1	3.9
Grupo 4	0	1.9

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 2. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.13349%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.07825%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.698529%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 4.90277%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**50642637**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2+\alpha & -1+\alpha \\ 1-\alpha & -\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-3$       2)  $\alpha=3$       3)  $\alpha=-1$       4)  $\alpha=1$       5)  $\alpha=2$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 0 & 2 & -6 \\ -2 & -5 & 1 & -5 & 0 \\ 4 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} :$$

$v_1=(-2 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1)$      $v_2=(3 \ -1 \ -1 \ 1 \ 0)$      $v_3=(0 \ 2 \ 2 \ 1 \ 1)$      $v_4=(3 \ 0 \ -1 \ 0 \ 3)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ 0 \ 1 \ 0), (1 \ 1 \ -1 \ -1)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(1 \ 1 \ 0 \ -1), (0 \ 0 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 2 \\ 2 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ -3 \ -3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 2 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 2 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 2 \ 2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ 3 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.3
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 27.3594 % | Grupo 2: 72.6406 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 70.5273 % | Grupo 2: 29.4727 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 41.7891 % | Grupo 2: 58.2109 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 88.8639 % | Grupo 2: 11.1361 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 41.7891 % | Grupo 2: 58.2109 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 70.5273 % | Grupo 2: 29.4727 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 27.3594 % | Grupo 2: 72.6406 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 88.8639 % | Grupo 2: 11.1361 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 20 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 38.1966 %<br>Adultos: 61.8034 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 38.1966 %<br>Adultos: 61.8034 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 90.4875 %<br>Adultos: 9.51249 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 8.68622 %<br>Adultos: 91.3138 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 38.1966 %<br>Adultos: 61.8034 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 38.1966 %<br>Adultos: 61.8034 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 8.68622 %<br>Adultos: 91.3138 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 90.4875 %<br>Adultos: 9.51249 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 8.681% en el primer curso y 91.319% en el segundo curso.
- 2) 1.119% en el primer curso y 98.881% en el segundo curso.
- 3) 21.095% en el primer curso y 78.905% en el segundo curso.
- 4) 25.% en el primer curso y 75.% en el segundo curso.
- 5) 9.017% en el primer curso y 90.983% en el segundo curso.
- 6) 3.795% en el primer curso y 96.205% en el segundo curso.
- 7) 41.0546% en el primer curso y 58.9454% en el segundo curso.
- 8) 19.516% en el primer curso y 80.484% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	1.
Grupo 2	0.5	2.3
Grupo 3	0.1	4.1
Grupo 4	0	2.5

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 2 y 4 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.3 (30%)
Grupo 2	h
Grupo 3	0.1 (10%)
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 2 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 47.2296%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 8.93755%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 49.0083%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 33.2206%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 71035685

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -8+2\alpha & -16+4\alpha \\ 4-\alpha & 8-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$     2)  $\alpha=3$     3)  $\alpha=0$     4)  $\alpha=4$     5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -3 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & -7 & -3 & 2 \\ -4 & 4 & -10 & -4 & 4 \\ 3 & -5 & 7 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & -7 & -3 & 2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ -1 \ 0 \ -2 \ 3) \quad v_2=(-1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -1) \quad v_3=(2 \ 0 \ 3 \ 1 \ 0) \quad v_4=(1 \ -1 \ -1 \ 2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(2 \ 1 \ 0 \ -1), (-1 \ -1 \ 1 \ 0)\rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-1 \ -2 \ 2 \ -1), (-2 \ -1 \ 0 \ 2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 & 0 \\ -3 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & -2 & 0 \\ 2 & 12 & -5 & -2 \\ 4 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} -7 & -6 & 4 & 2 \\ 8 & 9 & -8 & 0 \\ 2 & 4 & -5 & 2 \\ -4 & -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -7 & 8 & 2 & -4 \\ -6 & 9 & 4 & -2 \\ 4 & -8 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 12 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -3 & -3 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ -2 \ 3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ 3 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 0 \ -1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 0 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	0.9
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- 1) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	43.6077 %
Grupo 2:	56.3923 %
  
- 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	68.5976 %
Grupo 2:	31.4024 %
  
- 3) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	68.5976 %
Grupo 2:	31.4024 %
  
- 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	75.5691 %
Grupo 2:	24.4309 %
  
- 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	43.6077 %
Grupo 2:	56.3923 %
  
- 6) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	75.5691 %
Grupo 2:	24.4309 %
  
- 7) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	99.0363 %
Grupo 2:	0.963741 %
  
- 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	99.0363 %
Grupo 2:	0.963741 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 46.4816 %  |
|  | Adultos: 53.5184 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 7.76087 %  |
|  | Adultos: 92.2391 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 91.8157 %  |
|  | Adultos: 8.18432 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 39.4449 %  |
|  | Adultos: 60.5551 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 91.8157 %  |
|  | Adultos: 8.18432 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 7.76087 %  |
|  | Adultos: 92.2391 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 46.4816 %  |
|  | Adultos: 53.5184 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 39.4449 %  |
|  | Adultos: 60.5551 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 1.983% en el primer curso y 98.017% en el segundo curso.
- 2) 18.73% en el primer curso y 81.27% en el segundo curso.
- 3) 9.332% en el primer curso y 90.668% en el segundo curso.
- 4) 18.7% en el primer curso y 81.3% en el segundo curso.
- 5) 5.188% en el primer curso y 94.812% en el segundo curso.
- 6) 9.464% en el primer curso y 90.536% en el segundo curso.
- 7) 25.% en el primer curso y 75.% en el segundo curso.
- 8) 43.4259% en el primer curso y 56.5741% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.9
Grupo 2	0.1	3.2
Grupo 3	0.4	3.6
Grupo 4	0	1.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 2 y 4 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 2 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 16.3622%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 20.6853%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 72.0157%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.44883%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 71359068

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -25 + 24\alpha & -9 + 9\alpha \\ 64 - 64\alpha & 23 - 24\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=2$       3)  $\alpha=-3$       4)  $\alpha=-1$       5)  $\alpha=-4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ -2 \ 0 \ 0 \ 2) \quad v_2 = (0 \ -1 \ 3 \ 3 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ -1 \ -2 \ -2 \ 0) \quad v_4 = (0 \ 0 \ -3 \ 2 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 1 \ 2 \ -3) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (1 \ 0 \ 0 \ -1) \rangle$
- $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (1 \ 2 \ 3 \ -4), (-1 \ 1 \ -1 \ 3) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} -9 & -10 & -20 & 30 \\ 5 & 7 & 12 & -17 \\ -12 & -14 & -27 & 40 \\ -9 & -10 & -20 & 30 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -6 & -1 & 4 & -2 \\ -10 & 1 & 6 & -2 \\ -4 & -2 & 3 & -2 \\ 13 & -1 & -8 & 3 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -6 & -10 & -4 & 13 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \\ 4 & 6 & 3 & -8 \\ -2 & -2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -9 & 5 & -12 & -9 \\ -10 & 7 & -14 & -10 \\ -20 & 12 & -27 & -20 \\ 30 & -17 & 40 & 30 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -5 & 1 & -1 & 2 \\ 7 & 1 & 1 & -2 \\ 9 & -3 & 5 & -6 \\ -5 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 1 \ 3 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 0 \ 3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ 0 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 1 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 0 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.2
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 39.6418 % | Grupo 2: 60.3582 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 59.561 %  | Grupo 2: 40.439 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 87.445 %  | Grupo 2: 12.555 %  |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 59.561 %  | Grupo 2: 40.439 %  |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 87.445 %  | Grupo 2: 12.555 %  |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 39.6418 % | Grupo 2: 60.3582 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 68.6447 % | Grupo 2: 31.3553 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 68.6447 % | Grupo 2: 31.3553 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 25. %<br>Adultos: 75. %         |
| 2) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.16813 %<br>Adultos: 94.8319 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.16813 %<br>Adultos: 94.8319 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.2361 %<br>Adultos: 5.7639 %  |
| 6) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 25. %<br>Adultos: 75. %         |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.2361 %<br>Adultos: 5.7639 %  |
| 8) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 18.757% en el primer curso y 81.243% en el segundo curso.
- 2) 21.916% en el primer curso y 78.084% en el segundo curso.
- 3) 25.7449% en el primer curso y 74.2551% en el segundo curso.
- 4) 4.54545% en el primer curso y 95.4545% en el segundo curso.
- 5) 21.731% en el primer curso y 78.269% en el segundo curso.
- 6) 29.06% en el primer curso y 70.94% en el segundo curso.
- 7) 13.164% en el primer curso y 86.836% en el segundo curso.
- 8) 15.809% en el primer curso y 84.191% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 16 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.2
Grupo 2	0.2	2.5
Grupo 3	0.1	2.1
Grupo 4	0	1.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 4. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 33.0835%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.18321%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.0294484%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 28.6099%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 71361202

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -13 + 15\alpha & -25 + 25\alpha \\ 9 - 9\alpha & 17 - 15\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$       2)  $\alpha=-3$       3)  $\alpha=2$       4)  $\alpha=-4$       5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -16 & -6 & 12 & -12 \\ -9 & -2 & 7 & -6 \\ -9 & -3 & 8 & -6 \\ 18 & 6 & -12 & 14 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 1 \ 1 \ 2) \quad v_2 = (-1 \ 2 \ -1 \ 0) \quad v_3 = (-3 \ 1 \ 1 \ 0) \quad v_4 = (-1 \ 0 \ -2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (5 \ -6 \ -8) \rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (8 \ -9 \ -13), (-3 \ 4 \ 5) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -34 & 42 & 56 \\ 5 & -5 & -8 \\ -25 & 30 & 41 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -34 & 5 & -25 \\ 42 & -5 & 30 \\ 56 & -8 & 41 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -34 & 5 & -25 \\ 42 & -5 & 30 \\ 56 & -8 & 41 \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} -34 & -56 & 21 \\ 10 & 17 & -6 \\ -30 & -48 & 19 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & -5 & -6 \\ 1 & 8 & 10 \\ 0 & -4 & -5 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 3 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 3 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 98.456 %  | Grupo 2: 1.54401 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 98.456 %  | Grupo 2: 1.54401 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 32.6678 % | Grupo 2: 67.3322 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 32.6678 % | Grupo 2: 67.3322 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 10% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 20 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 8.29884 %<br>Adultos: 91.7012 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 29.2893 %<br>Adultos: 70.7107 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 8.29884 %<br>Adultos: 91.7012 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 29.2893 %<br>Adultos: 70.7107 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 90.0496 %<br>Adultos: 9.95037 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 29.2893 %<br>Adultos: 70.7107 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 90.0496 %<br>Adultos: 9.95037 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 29.2893 %<br>Adultos: 70.7107 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2511}{10} = 251.1$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2521}{10} = 252.1$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2857}{10} = 285.7$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1288}{5} = 257.6$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2779}{10} = 277.9$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{551}{2} = 275.5$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{575}{9} = 63.8889$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{3\ 418\ 884\ 879\ 623\ 167\ 285\ 697}{1\ 220\ 095\ 597\ 597\ 920\ 000\ 000\ 000} = 0.00280215$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.7	4.1
Grupo 2	0.6	1.6
Grupo 3	0	2.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 1 y 2 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 1 y 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 84.2619%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 8.21807%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 78.2181%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.93164%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 71361275

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 9-2\alpha & -4+\alpha \\ 16-4\alpha & -7+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=4$       3)  $\alpha=0$       4)  $\alpha=-3$       5)  $\alpha=2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 4 & -6 \\ 6 & 0 & 6 & -8 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & -7 & 5 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & -5 & 5 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(1 \ 1 \ -2 \ 0 \ 1) \quad v_2=(0 \ 2 \ 1 \ 0 \ 1) \quad v_3=(-1 \ -1 \ 0 \ 2 \ 1) \quad v_4=(0 \ 1 \ 0 \ 2 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ 1 \ 0 \ 3)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(1 \ 2 \ -1 \ 5)\rangle$
- $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(0 \ 1 \ 1 \ 1), (0 \ 1 \ 0 \ 2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & -5 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ -5 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 2 \\ -4 & -5 & -2 & -2 \\ -4 & -6 & -1 & -2 \\ 9 & 12 & 3 & 4 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & -3 \\ -2 & -1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 3 & -4 & -4 & 9 \\ 4 & -5 & -6 & 12 \\ 2 & -2 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} -1 & 8 & -11 & -8 \\ -3 & 15 & -19 & -13 \\ 0 & 18 & -26 & -18 \\ -3 & -10 & 17 & 12 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ -2 \ 3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 2 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ -3 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 0 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.8
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- 1) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	4.00017 %
Grupo 2:	95.9998 %
- 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	85.1669 %
Grupo 2:	14.8331 %
- 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	96.4748 %
Grupo 2:	3.5252 %
- 4) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	96.4748 %
Grupo 2:	3.5252 %
- 5) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	36.4743 %
Grupo 2:	63.5257 %
- 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	36.4743 %
Grupo 2:	63.5257 %
- 7) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1:	85.1669 %
Grupo 2:	14.8331 %
- 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1:	4.00017 %
Grupo 2:	95.9998 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 70 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 70.9006 % Adultos: 29.0994 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 95.0532 % Adultos: 4.94683 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 5.20428 % Adultos: 94.7957 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 95.0532 % Adultos: 4.94683 %
5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 41.0426 % Adultos: 58.9574 %
6) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 41.0426 % Adultos: 58.9574 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 5.20428 % Adultos: 94.7957 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 70.9006 % Adultos: 29.0994 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 29.864% en el primer curso y 70.136% en el segundo curso.
- 2) 27.8467% en el primer curso y 72.1533% en el segundo curso.
- 3) 5.76923% en el primer curso y 94.2308% en el segundo curso.
- 4) 2.215% en el primer curso y 97.785% en el segundo curso.
- 5) 9.515% en el primer curso y 90.485% en el segundo curso.
- 6) 5.951% en el primer curso y 94.049% en el segundo curso.
- 7) 41.422% en el primer curso y 58.578% en el segundo curso.
- 8) 43.132% en el primer curso y 56.868% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 16 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.2
Grupo 2	0.5	3.8
Grupo 3	0.1	1.8
Grupo 4	0	3.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 4 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.3
Grupo 2	0.1
Grupo 3	0.3
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 39.958%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.23%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 21.9321%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 7.13162%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 71369146

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -26 - 24\alpha & 64 + 64\alpha \\ -9 - 9\alpha & 22 + 24\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -1$     2)  $\alpha = 1$     3)  $\alpha = -2$     4)  $\alpha = 0$     5)  $\alpha = -3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & -3 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 5 & 6 & 5 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (2 \ -1 \ 1 \ 1 \ 0) \quad v_2 = (0 \ 3 \ 1 \ 2 \ 0) \quad v_3 = (-1 \ 0 \ 1 \ 0 \ -1) \quad v_4 = (-3 \ 0 \ -1 \ 1 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 0 \ -1 \ -1), (-2 \ -1 \ 1 \ 2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (2 \ 1 \ -1 \ -1), (-3 \ -1 \ 3 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & -4 & -6 & -2 \\ 2 & 5 & 8 & 2 \\ -2 & -4 & -7 & -2 \\ 6 & 8 & 14 & 5 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 & -4 \\ -2 & -3 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 & 6 \\ -4 & 5 & -4 & 8 \\ -6 & 8 & -7 & 14 \\ -2 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 2 & 4 \\ 4 & -3 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & -6 & -2 \\ 2 & 4 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ 0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ -2 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ 1 \ 3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ 2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 3 \ 2 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.9
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 92.0564 % | Grupo 2: 7.94362 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 9.35679 % | Grupo 2: 90.6432 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 9.35679 % | Grupo 2: 90.6432 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 94.6553 % | Grupo 2: 5.34472 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 92.0564 % | Grupo 2: 7.94362 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 27.8651 % | Grupo 2: 72.1349 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 94.6553 % | Grupo 2: 5.34472 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 27.8651 % | Grupo 2: 72.1349 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 90% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 84.6742 %<br>Adultos: 15.3258 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 18.0998 %<br>Adultos: 81.9002 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 82.8427 %<br>Adultos: 17.1573 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 18.0998 %<br>Adultos: 81.9002 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 84.6742 %<br>Adultos: 15.3258 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 54.6918 %<br>Adultos: 45.3082 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 82.8427 %<br>Adultos: 17.1573 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 54.6918 %<br>Adultos: 45.3082 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 13.152% en el primer curso y 86.848% en el segundo curso.
- 2) 38.441% en el primer curso y 61.559% en el segundo curso.
- 3) 37.445% en el primer curso y 62.555% en el segundo curso.
- 4) 22.3037% en el primer curso y 77.6963% en el segundo curso.
- 5) 1.0989% en el primer curso y 98.9011% en el segundo curso.
- 6) 17.726% en el primer curso y 82.274% en el segundo curso.
- 7) 5.271% en el primer curso y 94.729% en el segundo curso.
- 8) 2.955% en el primer curso y 97.045% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.
Grupo 2	0.5	3.8
Grupo 3	0.5	0.9
Grupo 4	0	1.9

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 12.646%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 14.2846%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.12509%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.30246%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**71723816**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -12+6\alpha & -18+9\alpha \\ 8-4\alpha & 12-6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-1$     2)  $\alpha=2$     3)  $\alpha=-3$     4)  $\alpha=0$     5)  $\alpha=-2$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 13 & 2 & 17 & 10 & -41 \\ 5 & 2 & 7 & 4 & -17 \\ -2 & 4 & -4 & -6 & 9 \\ 6 & 2 & 8 & 5 & -20 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & -15 \end{pmatrix} :$$

$v_1=(-1 \ 1 \ 3 \ -1 \ 0)$      $v_2=(2 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1)$      $v_3=(-1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$      $v_4=(1 \ -2 \ 2 \ 0 \ 1)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ 1 \ -1 \ -1), (1 \ 1 \ 0 \ 0)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(2 \ 1 \ 1 \ 0)\rangle$
- $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(1 \ 0 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -2 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 & 1 \\ 2 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} 10 & -24 & 0 & 0 \\ 4 & -10 & 0 & 0 \\ 12 & -32 & 2 & 2 \\ -2 & 16 & -6 & -5 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ -3 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ 3 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ -2 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ -3 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ 3 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.1
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 83.3333 % | Grupo 2: 16.6667 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 83.3333 % | Grupo 2: 16.6667 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 54.4757 % | Grupo 2: 45.5243 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 42.8311 % | Grupo 2: 57.1689 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 42.8311 % | Grupo 2: 57.1689 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 54.4757 % | Grupo 2: 45.5243 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 20. %     | Grupo 2: 80. %     |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 20. %     | Grupo 2: 80. %     |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 83.3333 %<br>Adultos: 16.6667 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 83.3333 %<br>Adultos: 16.6667 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 16.6667 %<br>Adultos: 83.3333 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 33.3333 %<br>Adultos: 66.6667 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 16.6667 %<br>Adultos: 83.3333 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 33.3333 %<br>Adultos: 66.6667 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 25.214% en el primer curso y 74.786% en el segundo curso.
- 2) 0.% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 3) 7.65% en el primer curso y 92.35% en el segundo curso.
- 4) 26.189% en el primer curso y 73.811% en el segundo curso.
- 5) 12.617% en el primer curso y 87.383% en el segundo curso.
- 6) 43.44% en el primer curso y 56.56% en el segundo curso.
- 7) 31.0469% en el primer curso y 68.9531% en el segundo curso.
- 8) 7.867% en el primer curso y 92.133% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.9
Grupo 2	0.5	2.7
Grupo 3	0.1	4.8
Grupo 4	0	2.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 1 y 4 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 1 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 27.3832%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 77.3365%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.691%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 74.8938%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 75938545

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 1+\alpha & 3+\alpha \\ -3-\alpha & -5-\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$     2)  $\alpha=-1$     3)  $\alpha=2$     4)  $\alpha=-3$     5)  $\alpha=0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -6 & -1 & -4 & -6 \\ -1 & -5 & -3 & -2 \\ 2 & 4 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(3 \ 1 \ -1 \ -1) \quad v_2=(0 \ 2 \ -2 \ 1) \quad v_3=(1 \ -1 \ 1 \ -1) \quad v_4=(-1 \ 1 \ -1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(2 \ -8 \ -3)\rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(1 \ -3 \ -1), (0 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ -10 & -4 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 5 & -16 & -6 \\ 2 & -7 & -3 \\ -2 & 8 & 4 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -16 & -7 & 8 \\ -6 & -3 & 4 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 5 & -10 & 2 \\ 2 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & -4 & 4 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -2 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ -3 \ -3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 88.8267 % | Grupo 2: 11.1733 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 13.0645 % | Grupo 2: 86.9355 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 88.8267 % | Grupo 2: 11.1733 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 13.0645 % | Grupo 2: 86.9355 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 39.0388 %  |
|  | Adultos: 60.9612 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 95.3502 %  |
|  | Adultos: 4.64981 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 4.87656 %  |
|  | Adultos: 95.1234 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 71.9224 %  |
|  | Adultos: 28.0776 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 4.87656 %  |
|  | Adultos: 95.1234 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 39.0388 %  |
|  | Adultos: 60.9612 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 71.9224 %  |
|  | Adultos: 28.0776 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 95.3502 %  |
|  | Adultos: 4.64981 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
400 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2023}{5} = 404.6$

2) Alumnos en el curso 1: 80

3) Alumnos en el curso 1:  $\frac{4053}{10} = 405.3$

4) Alumnos en el curso 1: 404

5) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2113}{5} = 422.6$

6) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2117}{5} = 423.4$

7) Alumnos en el curso 1: 160

8) Alumnos en el curso 1:  $\frac{4\,291\,183}{195\,312\,500} = 0.0219709$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.8
Grupo 2	0.1	1.3
Grupo 3	0	4.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 3 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.1
Grupo 2	0.2
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 12.4343%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.37288%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 4.01034%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.34563%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77233413

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -4-\alpha & 3+\alpha \\ -3-\alpha & 2+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$     2)  $\alpha=4$     3)  $\alpha=-3$     4)  $\alpha=0$     5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 & -11 \\ -4 & -5 & -8 & 11 \\ -1 & -2 & -2 & 4 \\ -1 & -2 & -3 & 5 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 0 \ 2 \ -1) \quad v_2 = (1 \ 1 \ 0 \ -3) \quad v_3 = (-3 \ 1 \ 1 \ 0) \quad v_4 = (2 \ 1 \ -1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ -1 \ -2) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 1 \ 1) \rangle$

■  $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (0 \ 1 \ 2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ -2 & 3 & 6 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 5 & 4 & 1 \\ -4 & -4 & 0 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	1.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 76.3932 % Grupo 2: 23.6068 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 44.0877 % Grupo 2: 55.9123 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 76.3932 % Grupo 2: 23.6068 %
4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 44.7214 % Grupo 2: 55.2786 %
5) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 44.7214 % Grupo 2: 55.2786 %
6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 41.732 % Grupo 2: 58.268 %
7) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 44.0877 % Grupo 2: 55.9123 %
8) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 41.732 % Grupo 2: 58.268 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 10% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.38938 %  |
|  | Adultos: 93.6106 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %      |
|  | Adultos: 50. %     |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 33.3333 %  |
|  | Adultos: 66.6667 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %      |
|  | Adultos: 50. %     |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.38938 %  |
|  | Adultos: 93.6106 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 33.3333 %  |
|  | Adultos: 66.6667 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.1745 %  |
|  | Adultos: 6.82549 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.1745 %  |
|  | Adultos: 6.82549 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
250 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

1) Alumnos en el curso 1:  $\frac{1278}{5} = 255.6$

2) Alumnos en el curso 1:  $\frac{501}{2} = 250.5$

3) Alumnos en el curso 1: 75

4) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2893}{10} = 289.3$

5) Alumnos en el curso 1:  $\frac{410\ 897\ 838\ 698\ 379}{400\ 000\ 000\ 000} = 1027.24$

6) Alumnos en el curso 1: 70

7) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2673}{10} = 267.3$

8) Alumnos en el curso 1: 275

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.9
Grupo 2	0.1	1.5
Grupo 3	0	1.6

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 2. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.19137%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 39.759%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.3334%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.48622%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77245940

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -22+10\alpha & -8+4\alpha \\ 50-25\alpha & 18-10\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=1$       2)  $\alpha=-1$       3)  $\alpha=2$       4)  $\alpha=-3$       5)  $\alpha=0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -5 & 5 & 1 & 2 & 1 \\ -9 & 14 & -1 & 9 & 4 \\ 10 & -15 & 2 & -10 & -7 \\ 13 & -22 & 4 & -16 & -7 \\ 1 & -2 & 0 & -1 & -2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0) \quad v_2 = (0 \ -1 \ -2 \ 1 \ -2) \quad v_3 = (0 \ 1 \ 1 \ 0 \ -3) \quad v_4 = (1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (0 \ 1 \ 0 \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 2 \ 1 \ -1), (-1 \ 1 \ 1 \ -1), (1 \ -2 \ 0 \ 2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 & -3 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -6 & 6 & 0 & 0 \\ -4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 0 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 2 \ 0 \ 3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ 3 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 1 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ -1 \ 3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.4
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 76.6567 % | Grupo 2: 23.3433 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 76.6567 % | Grupo 2: 23.3433 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 42.5993 % | Grupo 2: 57.4007 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 30.4518 % | Grupo 2: 69.5482 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 42.5993 % | Grupo 2: 57.4007 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 51.1872 % | Grupo 2: 48.8128 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 51.1872 % | Grupo 2: 48.8128 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 30.4518 % | Grupo 2: 69.5482 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 40% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 55.5556 %<br>Adultos: 44.4444 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.9176 %<br>Adultos: 6.08242 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.9176 %<br>Adultos: 6.08242 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.81705 %<br>Adultos: 94.1829 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 33.3333 %<br>Adultos: 66.6667 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 33.3333 %<br>Adultos: 66.6667 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.81705 %<br>Adultos: 94.1829 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 55.5556 %<br>Adultos: 44.4444 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 27.182% en el primer curso y 72.818% en el segundo curso.
- 2) 16.189% en el primer curso y 83.811% en el segundo curso.
- 3) 26.694% en el primer curso y 73.306% en el segundo curso.
- 4) 6.205% en el primer curso y 93.795% en el segundo curso.
- 5) 30.6226% en el primer curso y 69.3774% en el segundo curso.
- 6) 12.821% en el primer curso y 87.179% en el segundo curso.
- 7) 11.1111% en el primer curso y 88.8889% en el segundo curso.
- 8) 18.548% en el primer curso y 81.452% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	2.2
Grupo 2	0.1	1.9
Grupo 3	0.4	1.5
Grupo 4	0	3.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 4 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.1 (10%)
Grupo 3	0.2 (20%)
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 19.1835%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 18.1759%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 57.7711%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 61.118%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77372265

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 8+2\alpha & 16+4\alpha \\ -4-\alpha & -8-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=-1$       4)  $\alpha=-3$       5)  $\alpha=-4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & -8 & -10 \\ 3 & 4 & 4 & 5 \\ -4 & -5 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ -1 \ 3 \ -2) \quad v_2=(-3 \ 2 \ 0 \ 1) \quad v_3=(1 \ -1 \ 1 \ -1) \quad v_4=(-1 \ 1 \ -1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(5 \ -3 \ -3)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-3 \ 2 \ 2)\rangle$

■  $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(-3 \ 2 \ 3)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -10 & 6 & 6 \\ -12 & 7 & 6 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -10 & -12 & -3 \\ 6 & 7 & 2 \\ 6 & 6 & 3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 \\ -3 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 14 & 36 & 44 \\ -20 & -50 & -60 \\ 12 & 30 & 36 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 2 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(4 \ -5 \ 3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 1 \ -3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 31.2304 % | Grupo 2: 68.7696 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 78.1002 % | Grupo 2: 21.8998 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 78.1002 % | Grupo 2: 21.8998 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 31.2304 % | Grupo 2: 68.7696 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 60.5153 % | Grupo 2: 39.4847 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 96.8407 % | Grupo 2: 3.15931 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 96.8407 % | Grupo 2: 3.15931 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 60.5153 % | Grupo 2: 39.4847 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 95.3502 %<br>Adultos: 4.64981 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 4.87656 %<br>Adultos: 95.1234 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 95.3502 %<br>Adultos: 4.64981 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 71.9224 %<br>Adultos: 28.0776 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 39.0388 %<br>Adultos: 60.9612 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 4.87656 %<br>Adultos: 95.1234 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 39.0388 %<br>Adultos: 60.9612 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 71.9224 %<br>Adultos: 28.0776 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

- 1) Alumnos en el curso 2:  $\frac{4161}{10} = 416.1$
- 2) Alumnos en el curso 2: 280
- 3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{4\ 026\ 935\ 334\ 247}{25\ 000\ 000\ 000} = 161.077$
- 4) Alumnos en el curso 2: 350
- 5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2039}{5} = 407.8$
- 6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{4169}{10} = 416.9$
- 7) Alumnos en el curso 2:  $\frac{3\ 688\ 962\ 483\ 031}{20\ 000\ 000\ 000} = 184.448$
- 8) Alumnos en el curso 2:  $\frac{825}{2} = 412.5$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.7
Grupo 2	0.1	3.9
Grupo 3	0	2.4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 47.6629%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 52.6963%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 4.08739%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.78163%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77373237

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 2-\alpha & -1+\alpha \\ 1-\alpha & \alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$       2)  $\alpha=-4$       3)  $\alpha=2$       4)  $\alpha=-3$       5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-3 \ 1 \ 1 \ -2 \ 0) \quad v_2 = (0 \ 1 \ -2 \ 1 \ 0) \quad v_3 = (2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0) \quad v_4 = (0 \ -1 \ 2 \ -1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-1 \ 3 \ -2 \ 1) \rangle$   
 $\langle (-1 \ -1 \ 3 \ -2) \rangle, \langle (0 \ -1 \ 2 \ -1) \rangle, \langle (0 \ 1 \ -1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & -3 & 3 & -3 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & -2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 6 & -4 \\ 3 & -3 & 9 & -6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -6 & 4 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -6 \ -1 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -3 \ 3 \ -3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -6 \ -1 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -6 \ -1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 0 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.1
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 52.8309 % | Grupo 2: 47.1691 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 67.4994 % | Grupo 2: 32.5006 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 77.3865 % | Grupo 2: 22.6135 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 25.4963 % | Grupo 2: 74.5037 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 67.4994 % | Grupo 2: 32.5006 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 25.4963 % | Grupo 2: 74.5037 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 52.8309 % | Grupo 2: 47.1691 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 77.3865 % | Grupo 2: 22.6135 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.99633 %<br>Adultos: 94.0037 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.99633 %<br>Adultos: 94.0037 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.4476 %<br>Adultos: 5.55241 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 47.6834 %<br>Adultos: 52.3166 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 70.8497 %<br>Adultos: 29.1503 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 70.8497 %<br>Adultos: 29.1503 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 47.6834 %<br>Adultos: 52.3166 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.4476 %<br>Adultos: 5.55241 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 23.286% en el primer curso y 76.714% en el segundo curso.
- 2) 2.536% en el primer curso y 97.464% en el segundo curso.
- 3) 3.903% en el primer curso y 96.097% en el segundo curso.
- 4) 6.614% en el primer curso y 93.386% en el segundo curso.
- 5) 6.339% en el primer curso y 93.661% en el segundo curso.
- 6) 44.9248% en el primer curso y 55.0752% en el segundo curso.
- 7) 16.341% en el primer curso y 83.659% en el segundo curso.
- 8) 17.024% en el primer curso y 82.976% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	1.6
Grupo 2	0.1	0.8
Grupo 3	0.3	3.
Grupo 4	0	2.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 2 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.3 (30%)
Grupo 2	h
Grupo 3	h
Grupo 4	0.3 (30%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 2 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 43.4471%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.81456%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 12.638%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 48.7364%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77375997

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2-\alpha & 4+\alpha \\ -4-\alpha & 6+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$       2)  $\alpha=-1$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=4$       5)  $\alpha=-3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & -2 & -4 & -1 \\ 1 & -8 & -4 & 0 & -1 \\ -2 & 22 & 11 & 0 & 2 \\ 1 & -5 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -4 & -2 & -4 & 1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(1 \ 1 \ -3 \ 0 \ 2) \quad v_2=(-2 \ 1 \ -3 \ 0 \ -1) \quad v_3=(-1 \ -1 \ 3 \ 0 \ -2) \quad v_4=(1 \ -1 \ 3 \ 0 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(0 \ -1 \ 0 \ 1)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-1 \ 0 \ 2 \ -2), (-2 \ -1 \ 3 \ 0)\rangle$
- $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(2 \ 1 \ -3 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 8 & 6 & -12 & 2 \\ 2 & 0 & -3 & 2 \\ 6 & 4 & -9 & 2 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & -4 \\ 0 & 3 & 6 & -6 \\ 1 & 0 & 4 & -3 \\ 1 & 2 & 8 & -7 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & 6 & 4 & 8 \\ -4 & -6 & -3 & -7 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 8 & 2 & 6 & 2 \\ 6 & 0 & 4 & 1 \\ -12 & -3 & -9 & -3 \\ 2 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ -3 & 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -6 & -7 \\ -1 & -1 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & -8 & -8 \\ -2 & 0 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ -1 \ -3 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 3 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ -2 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ -2 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 2 \ -5 \ 4)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).



## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 38.7426 %<br>Adultos: 61.2574 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.0517 %<br>Adultos: 5.94835 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.0517 %<br>Adultos: 5.94835 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 61.2574 %<br>Adultos: 38.7426 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 38.7426 %<br>Adultos: 61.2574 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.94835 %<br>Adultos: 94.0517 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 61.2574 %<br>Adultos: 38.7426 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.94835 %<br>Adultos: 94.0517 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 30.924% en el primer curso y 69.076% en el segundo curso.
- 2) 41.0426% en el primer curso y 58.9574% en el segundo curso.
- 3) 17.276% en el primer curso y 82.724% en el segundo curso.
- 4) 31.02% en el primer curso y 68.98% en el segundo curso.
- 5) 14.905% en el primer curso y 85.095% en el segundo curso.
- 6) 27.503% en el primer curso y 72.497% en el segundo curso.
- 7) 5.24% en el primer curso y 94.76% en el segundo curso.
- 8) 23.768% en el primer curso y 76.232% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.7
Grupo 2	0.5	0.6
Grupo 3	0.7	2.
Grupo 4	0	2.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 3 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.1
Grupo 2	0.1
Grupo 3	h
Grupo 4	0.3

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.5605%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.84674%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 17.287%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 14.023%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77376870

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -17+6\alpha & -27+9\alpha \\ 12-4\alpha & 19-6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=4$       2)  $\alpha=3$       3)  $\alpha=2$       4)  $\alpha=-4$       5)  $\alpha=-2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & 4 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & -3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & -4 & 4 \\ -2 & -1 & 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(2 \ 0 \ -2 \ -2 \ -1) \quad v_2=(-2 \ 3 \ -1 \ -1 \ -2) \quad v_3=(2 \ -2 \ 0 \ 0 \ 1) \quad v_4=(-2 \ 2 \ 0 \ 0 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ -2 \ 3 \ -2)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 1 \ 0 \ 1), (1 \ -4 \ 4 \ -4)\rangle$
- $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(1 \ -2 \ 3 \ -1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & -4 \\ -3 & 4 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -4 & 8 & -12 & 8 \\ -2 & 4 & -6 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & -2 \\ 2 & -4 & 6 & -3 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & -3 \\ 4 & 0 & 4 & 4 \\ 3 & 0 & 3 & 3 \\ -2 & 1 & -4 & -1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -4 & -2 & 1 & 2 \\ 8 & 4 & -2 & -4 \\ -12 & -6 & 3 & 6 \\ 8 & 3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ -1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 0 \ -1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ -3 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 0 \ -1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ 1 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.3
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 31.6474 % | Grupo 2: 68.3526 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 34.5746 % | Grupo 2: 65.4254 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 31.6474 % | Grupo 2: 68.3526 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 34.5746 % | Grupo 2: 65.4254 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 72.5448 % | Grupo 2: 27.4552 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 30.5466 % | Grupo 2: 69.4534 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 30.5466 % | Grupo 2: 69.4534 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 72.5448 % | Grupo 2: 27.4552 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 60% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 64.6111 %<br>Adultos: 35.3889 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.8072 %<br>Adultos: 5.1928 %  |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 64.6111 %<br>Adultos: 35.3889 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 35.3889 %<br>Adultos: 64.6111 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.1928 %<br>Adultos: 94.8072 %  |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.1928 %<br>Adultos: 94.8072 %  |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.8072 %<br>Adultos: 5.1928 %  |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 35.3889 %<br>Adultos: 64.6111 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 11.837% en el primer curso y 88.163% en el segundo curso.
- 2) 25.7334% en el primer curso y 74.2666% en el segundo curso.
- 3) 22.544% en el primer curso y 77.456% en el segundo curso.
- 4) 1.857% en el primer curso y 98.143% en el segundo curso.
- 5) 0.% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 6) 2.09% en el primer curso y 97.91% en el segundo curso.
- 7) 5.03% en el primer curso y 94.97% en el segundo curso.
- 8) 15.826% en el primer curso y 84.174% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 4 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.7
Grupo 2	0.3	3.2
Grupo 3	0.7	4.9
Grupo 4	0	4.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 3 y 4 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.2 (20%)
Grupo 2	0.1 (10%)
Grupo 3	h
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 3 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 12.9858%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.09423%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 20.4645%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 17.5233%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77378362

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 26 - 12\alpha & -32 + 16\alpha \\ 18 - 9\alpha & -22 + 12\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=4$       2)  $\alpha=-4$       3)  $\alpha=-2$       4)  $\alpha=2$       5)  $\alpha=-3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & -6 & 3 & -4 \\ -4 & -6 & 4 & 1 & 9 \\ -1 & -3 & 7 & -2 & 9 \\ -4 & -6 & 8 & -1 & 14 \\ -1 & 0 & -6 & 3 & -5 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(1 \ 2 \ 0 \ 1 \ 1) \quad v_2=(2 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0) \quad v_3=(0 \ 0 \ -1 \ 3 \ 1) \quad v_4=(1 \ -1 \ -1 \ 0 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-2 \ -1 \ 1 \ -3), (-1 \ 0 \ 1 \ -2), (-1 \ -1 \ 1 \ -2)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(2 \ 1 \ -1 \ 2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 2 & -2 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 3 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & -3 \\ -3 & -3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 16 & -10 & -2 \\ 1 & -11 & 7 & 1 \\ 1 & -17 & 11 & 1 \\ 5 & -25 & 15 & 5 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -3 \ 3 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 2 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ -2 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ -2 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 0 \ 0 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.2
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 71.4286 % | Grupo 2: 28.5714 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 92.1529 % | Grupo 2: 7.84709 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 79.8525 % | Grupo 2: 20.1475 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 79.8525 % | Grupo 2: 20.1475 % |
| 5) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Grupo 1: 71.4286 % | Grupo 2: 28.5714 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 33.3333 % | Grupo 2: 66.6667 % |
| 7) Tendencia de estabilidad y porcentajes            | Grupo 1: 33.3333 % | Grupo 2: 66.6667 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 92.1529 % | Grupo 2: 7.84709 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 50 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 61.2574 %<br>Adultos: 38.7426 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.94835 %<br>Adultos: 94.0517 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.94835 %<br>Adultos: 94.0517 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.0517 %<br>Adultos: 5.94835 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 61.2574 %<br>Adultos: 38.7426 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 38.7426 %<br>Adultos: 61.2574 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.0517 %<br>Adultos: 5.94835 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 38.7426 %<br>Adultos: 61.2574 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 16.893% en el primer curso y 83.107% en el segundo curso.
- 2) 30.066% en el primer curso y 69.934% en el segundo curso.
- 3) 66.6667% en el primer curso y 33.3333% en el segundo curso.
- 4) 22.828% en el primer curso y 77.172% en el segundo curso.
- 5) 3.999% en el primer curso y 96.001% en el segundo curso.
- 6) 22.553% en el primer curso y 77.447% en el segundo curso.
- 7) 0.003% en el primer curso y 99.997% en el segundo curso.
- 8) 17.35% en el primer curso y 82.65% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 16 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.5
Grupo 2	0.4	1.
Grupo 3	0.3	0.8
Grupo 4	0	4.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 4 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.1
Grupo 2	0.1
Grupo 3	0.1
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 18.989%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 10.1282%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.5197%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.8151%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77379355

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 58 + 28\alpha & 98 + 49\alpha \\ -32 - 16\alpha & -54 - 28\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -2$       2)  $\alpha = 3$       3)  $\alpha = 4$       4)  $\alpha = 2$       5)  $\alpha = -3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -5 & -2 & -4 \\ 1 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ 0 \ -2 \ 1) \quad v_2 = (2 \ 1 \ 1 \ -2) \quad v_3 = (2 \ -2 \ 4 \ 1) \quad v_4 = (-2 \ 2 \ -4 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (-1 \ -2 \ 5) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (1 \ 3 \ -8), (2 \ 1 \ -2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} 5 & 8 & -20 \\ -28 & -55 & 140 \\ -10 & -20 & 51 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ -4 & -1 & -2 \\ -8 & -4 & -3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 5 & -4 & -8 \\ 2 & -1 & -4 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 5 & -28 & -10 \\ 8 & -55 & -20 \\ -20 & 140 & 51 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -24 & 23 & -44 \\ 6 & -7 & 12 \\ 16 & -16 & 30 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 0 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 1 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	2.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 53.1057 % | Grupo 2: 46.8943 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 1.4209 %  | Grupo 2: 98.5791 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 47.4867 % | Grupo 2: 52.5133 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 88.3037 % | Grupo 2: 11.6963 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 47.4867 % | Grupo 2: 52.5133 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 88.3037 % | Grupo 2: 11.6963 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 53.1057 % | Grupo 2: 46.8943 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 1.4209 %  | Grupo 2: 98.5791 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 90% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.6106 %<br>Adultos: 6.38938 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.82549 %<br>Adultos: 93.1745 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.6106 %<br>Adultos: 6.38938 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.82549 %<br>Adultos: 93.1745 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3607}{10} = 360.7$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{175}{4} = 43.75$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } 354$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1852}{5} = 370.4$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3681}{10} = 368.1$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3631}{10} = 363.1$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{44\,569\,025\,998\,903}{1\,677\,721\,600\,000\,000} = 0.0265652$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1773}{5} = 354.6$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.9
Grupo 2	0.8	3.9
Grupo 3	0	0.

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 2 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.1
Grupo 2	h
Grupo 3	0.1

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 18.0153%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.564821%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 45.8689%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 22.4806%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77379999

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -573 + 286\alpha & -1352 + 676\alpha \\ 242 - 121\alpha & 571 - 286\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=2$       2)  $\alpha=-4$       3)  $\alpha=-1$       4)  $\alpha=-2$       5)  $\alpha=4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 & 2 & -6 \\ 9 & -8 & 3 & 4 & -15 \\ 6 & -11 & 3 & 6 & -8 \\ 11 & -8 & 4 & 3 & -19 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (0 \ 1 \ 1 \ -2 \ 2) \quad v_2 = (1 \ 0 \ 2 \ 0 \ 1) \quad v_3 = (0 \ -1 \ 1 \ 1 \ -2) \quad v_4 = (2 \ 0 \ -2 \ 1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 1 \ 0 \ 0) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-2 \ -2 \ -1 \ 0) \rangle$
- $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (0 \ 2 \ 1 \ -1), (3 \ 2 \ 2 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} 2 & -2 & -6 & 6 \\ 3 & -5 & -6 & 12 \\ 1 & -2 & -1 & 4 \\ 1 & -2 & -2 & 5 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 1 \\ -2 & -5 & -2 & -2 \\ -6 & -6 & -1 & -2 \\ 6 & 12 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 & 2 \\ -3 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 3 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -8 & 0 & 9 & -14 \\ -4 & 0 & 4 & -6 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 0 \ 2 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 1 \ 3 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ -1 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ -1 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	0.5
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- 1) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 33.3333 %
Grupo 2: 66.6667 %
  
- 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 46.6476 %
Grupo 2: 53.3524 %
  
- 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 75. %
Grupo 2: 25. %
  
- 4) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 41.4477 %
Grupo 2: 58.5523 %
  
- 5) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 75. %
Grupo 2: 25. %
  
- 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 33.3333 %
Grupo 2: 66.6667 %
  
- 7) Tendencia a anularse y porcentajes
 

Grupo 1: 46.6476 %
Grupo 2: 53.3524 %
  
- 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes
 

Grupo 1: 41.4477 %
Grupo 2: 58.5523 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 10% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 30.9584 %<br>Adultos: 69.0416 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 47.2798 %<br>Adultos: 52.7202 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.0992 %<br>Adultos: 6.90075 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.31931 %<br>Adultos: 93.6807 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 47.2798 %<br>Adultos: 52.7202 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.0992 %<br>Adultos: 6.90075 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.31931 %<br>Adultos: 93.6807 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 30.9584 %<br>Adultos: 69.0416 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 16.473% en el primer curso y 83.527% en el segundo curso.
- 2) 5.528% en el primer curso y 94.472% en el segundo curso.
- 3) 5.443% en el primer curso y 94.557% en el segundo curso.
- 4) 2.269% en el primer curso y 97.731% en el segundo curso.
- 5) 6.373% en el primer curso y 93.627% en el segundo curso.
- 6) 3.083% en el primer curso y 96.917% en el segundo curso.
- 7) 8.693% en el primer curso y 91.307% en el segundo curso.
- 8) 46.4616% en el primer curso y 53.5384% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.4
Grupo 2	0.2	2.3
Grupo 3	0.6	1.2
Grupo 4	0	2.

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 1 y 2 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 1 y 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.4118%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 71.2634%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.3839%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 72.8113%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77380386

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 19 + 6\alpha & 27 + 9\alpha \\ -12 - 4\alpha & -17 - 6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -1$     2)  $\alpha = 0$     3)  $\alpha = -3$     4)  $\alpha = 4$     5)  $\alpha = 3$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -7 & -4 & -15 & -3 \\ -4 & -7 & -11 & 1 \\ 4 & 4 & 10 & 1 \\ -4 & -4 & -11 & -2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ -2 \ -1 \ -1) \quad v_2 = (0 \ -1 \ 0 \ 1) \quad v_3 = (1 \ -1 \ 2 \ 0) \quad v_4 = (-3 \ 0 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = 0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (3 \ -4 \ 10) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 2 \ -5), (1 \ -1 \ 3) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -6 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -2 & 6 & 3 \\ 4 & -7 & -4 \\ -10 & 20 & 11 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -2 & 4 & -10 \\ 6 & -7 & 20 \\ 3 & -4 & 11 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -2 & -6 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -4 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3 \ 3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 2 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	1.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 78.475 %  | Grupo 2: 21.525 %  |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 88.694 %  | Grupo 2: 11.306 %  |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 37.7964 % | Grupo 2: 62.2036 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 88.694 %  | Grupo 2: 11.306 %  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 37.7964 % | Grupo 2: 62.2036 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 1.11316 % | Grupo 2: 98.8868 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 1.11316 % | Grupo 2: 98.8868 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 78.475 %  | Grupo 2: 21.525 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 60% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 90 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 96.8258 %<br>Adultos: 3.17418 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 77.9803 %<br>Adultos: 22.0197 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 3.27824 %<br>Adultos: 96.7218 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 28.2376 %<br>Adultos: 71.7624 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 3.27824 %<br>Adultos: 96.7218 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 28.2376 %<br>Adultos: 71.7624 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 96.8258 %<br>Adultos: 3.17418 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 77.9803 %<br>Adultos: 22.0197 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
550 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 1:  $\frac{2883}{5} = 576.6$

2) Alumnos en el curso 1: 155

3) Alumnos en el curso 1:  $\frac{257\,699\,704\,111}{200\,000\,000\,000} = 1.2885$

4) Alumnos en el curso 1:  $\frac{5627}{10} = 562.7$

5) Alumnos en el curso 1: 330

6) Alumnos en el curso 1:  $\frac{5751}{10} = 575.1$

7) Alumnos en el curso 1:  $\frac{1149}{2} = 574.5$

8) Alumnos en el curso 1: 175

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.8
Grupo 2	0.3	4.4
Grupo 3	0	1.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 2 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	h
Grupo 3	0.2 (20%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 74.4833%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.27324%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.89563%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 76.5972%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77381351

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 1+3\alpha & 9\alpha \\ -\alpha & 1-3\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-3$     2)  $\alpha=-2$     3)  $\alpha=1$     4)  $\alpha=0$     5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 0 \ -2 \ 2) \quad v_2=(1 \ 0 \ -3 \ -1) \quad v_3=(0 \ 1 \ -2 \ 2) \quad v_4=(2 \ 1 \ 0 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(0 \ -1 \ 1)\rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(2 \ 2 \ -1), (1 \ 1 \ 0)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -4 & -3 & 4 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 10 & 20 & 20 \\ 2 & 4 & 4 \\ -8 & -16 & -16 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 2 \ -2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	3.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 51.5206 % | Grupo 2: 48.4794 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 51.5206 % | Grupo 2: 48.4794 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 58.6644 % | Grupo 2: 41.3356 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 10.7416 % | Grupo 2: 89.2584 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 94.0972 % | Grupo 2: 5.90285 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 58.6644 % | Grupo 2: 41.3356 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 94.0972 % | Grupo 2: 5.90285 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 10.7416 % | Grupo 2: 89.2584 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 7.69231 %<br>Adultos: 92.3077 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 92.5926 %<br>Adultos: 7.40741 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 60. %<br>Adultos: 40. %         |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 92.5926 %<br>Adultos: 7.40741 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 60. %<br>Adultos: 40. %         |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 7.69231 %<br>Adultos: 92.3077 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

1) Alumnos en el curso 2: 63

2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{432}{5} = 86.4$

3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{23\,658\,814\,089}{400\,000\,000} = 59.147$

4) Alumnos en el curso 2:  $\frac{284}{5} = 56.8$

5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{16\,899\,227\,819}{250\,000\,000} = 67.5969$

6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{21\,044\,950\,027}{500\,000\,000} = 42.0899$

7) Alumnos en el curso 2:  $\frac{543}{10} = 54.3$

8) Alumnos en el curso 2:  $\frac{637}{10} = 63.7$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.
Grupo 2	0.3	3.8
Grupo 3	0	2.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 2 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.2
Grupo 2	h
Grupo 3	0.1

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.3025%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 31.0002%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 24.7066%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 45.7701%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77381951

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -6+\alpha & -4+\alpha \\ 4-\alpha & 2-\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-4$     2)  $\alpha=-1$     3)  $\alpha=4$     4)  $\alpha=1$     5)  $\alpha=-2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & -7 & -2 \\ 14 & -11 & -10 & -12 \\ -7 & 4 & 2 & 6 \\ -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}:$$

$$v_1=(1 \ 0 \ 0 \ 0) \quad v_2=(1 \ -1 \ -1 \ -1) \quad v_3=(-1 \ 1 \ -1 \ -1) \quad v_4=(0 \ -2 \ 0 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle (2 \ -1 \ -1) \rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle (1 \ -1 \ -2), (1 \ 1 \ 3) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 3 & 10 & -4 \\ -1 & -4 & 2 \\ -1 & -5 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 10 & -4 & -5 \\ -4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 \\ 4 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ -3)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ -3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 4 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 15.8025 % | Grupo 2: 84.1975 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 72.5927 % | Grupo 2: 27.4073 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 15.8025 % | Grupo 2: 84.1975 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 29.2723 % | Grupo 2: 70.7277 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 92.5463 % | Grupo 2: 7.45368 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 29.2723 % | Grupo 2: 70.7277 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 72.5927 % | Grupo 2: 27.4073 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 92.5463 % | Grupo 2: 7.45368 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 30 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.2361 %<br>Adultos: 5.7639 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 25. %<br>Adultos: 75. %         |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.2361 %<br>Adultos: 5.7639 %  |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.16813 %<br>Adultos: 94.8319 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 25. %<br>Adultos: 75. %         |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.16813 %<br>Adultos: 94.8319 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3793}{10} = 379.3$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{43\,671\,526\,661}{6\,250\,000\,000} = 6.98744$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3589}{10} = 358.9$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } 140$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3689}{10} = 368.9$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1754}{5} = 350.8$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1898}{5} = 379.6$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{114\,688}{48\,828\,125} = 0.00234881$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.3
Grupo 2	0.1	3.1
Grupo 3	0	1.7

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.2 (20%)
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 71.8455%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.85098%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 70.5262%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.865075%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77382818

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -5-2\alpha & 3+\alpha \\ -12-4\alpha & 7+2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=-3$       3)  $\alpha=-2$       4)  $\alpha=-4$       5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz  $\begin{pmatrix} -5 & 4 & 4 & 2 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \\ -2 & 4 & 1 & -1 \\ -4 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ :

$$v_1 = (-2 \ -2 \ 1 \ -2) \quad v_2 = (0 \ -2 \ 3 \ -2) \quad v_3 = (3 \ 2 \ 0 \ 2) \quad v_4 = (2 \ 2 \ -1 \ 2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ -2 \ 1), (0 \ 1 \ -1) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (1 \ -3 \ 3) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & -6 \\ 2 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -6 & -7 & -6 \\ 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -2 \\ -6 & 6 & 5 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 1 & -6 & 6 \\ 2 & -7 & 6 \\ 2 & -6 & 5 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -3 & -8 & -9 \\ 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3 \ 3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3 \ 3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 89.6786 % | Grupo 2: 10.3214 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 39.0823 % | Grupo 2: 60.9177 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 89.6786 % | Grupo 2: 10.3214 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 86.8517 % | Grupo 2: 13.1483 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 62.2839 % | Grupo 2: 37.7161 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 39.0823 % | Grupo 2: 60.9177 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 86.8517 % | Grupo 2: 13.1483 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 62.2839 % | Grupo 2: 37.7161 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 20 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 11.4631 %<br>Adultos: 88.5369 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 86.6196 %<br>Adultos: 13.3804 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 38.9298 %<br>Adultos: 61.0702 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 38.9298 %<br>Adultos: 61.0702 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 24.1694 %<br>Adultos: 75.8306 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 86.6196 %<br>Adultos: 13.3804 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 11.4631 %<br>Adultos: 88.5369 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 24.1694 %<br>Adultos: 75.8306 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
350 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

- 1) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2034}{5} = 406.8$
- 2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1\,717\,179\,439}{125\,000\,000} = 13.7374$
- 3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{21\,908\,488\,993}{2\,000\,000\,000} = 10.9542$
- 4) Alumnos en el curso 2: 412
- 5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2004}{5} = 400.8$
- 6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{253\,957\,939}{125\,000\,000} = 2.03166$
- 7) Alumnos en el curso 2: 215
- 8) Alumnos en el curso 2: 320

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	4.2
Grupo 2	0.4	1.9
Grupo 3	0	0.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.4044%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.31228%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 80.8061%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 77.3658%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77383332

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -41 + 10\alpha & -16 + 4\alpha \\ 100 - 25\alpha & 39 - 10\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -2$     2)  $\alpha = -3$     3)  $\alpha = 0$     4)  $\alpha = 4$     5)  $\alpha = -1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -4 & 1 & -1 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (2 \ 1 \ 1 \ -1) \quad v_2 = (-1 \ 0 \ 1 \ 0) \quad v_3 = (-3 \ 0 \ 0 \ 0) \quad v_4 = (-3 \ 0 \ 0 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 2 \ -1) \rangle$
- $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (2 \ 5 \ -2), (3 \ 6 \ -2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & -8 & 4 \\ 4 & 9 & -4 \\ 6 & 12 & -5 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & 4 & 6 \\ -8 & 9 & 12 \\ 4 & -4 & -5 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & -8 & -12 \\ 4 & 9 & 12 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -8 & 9 & -4 \\ -12 & 12 & -5 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -8 & -12 \\ 4 & 9 & 12 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -3 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -3 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	2.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 11.8595 % | Grupo 2: 88.1405 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 88.7993 % | Grupo 2: 11.2007 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 11.8595 % | Grupo 2: 88.1405 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 88.7993 % | Grupo 2: 11.2007 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 44.2214 % | Grupo 2: 55.7786 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 75.7721 % | Grupo 2: 24.2279 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 44.2214 % | Grupo 2: 55.7786 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 75.7721 % | Grupo 2: 24.2279 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 30 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 30.2776 %<br>Adultos: 69.7224 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.3908 %<br>Adultos: 5.60924 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.31132 %<br>Adultos: 94.6887 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.3908 %<br>Adultos: 5.60924 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 30.2776 %<br>Adultos: 69.7224 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.31132 %<br>Adultos: 94.6887 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 56.5741 %<br>Adultos: 43.4259 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 56.5741 %<br>Adultos: 43.4259 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 3 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2024}{5} = 404.8$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{4363}{10} = 436.3$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{220}{3} = 73.3333$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{805}{2} = 402.5$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } 110$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{19\,381\,456\,237}{27\,000\,000\,000} = 0.717832$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{841}{2} = 420.5$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2018}{5} = 403.6$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.4
Grupo 2	0.2	0.5
Grupo 3	0	4.9

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 2 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	h
Grupo 3	0.3 (30%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 70.8839%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 10.5362%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 6.59464%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.65957%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**77383443**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 12 - 6\alpha & -18 + 9\alpha \\ 8 - 4\alpha & -12 + 6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -4$     2)  $\alpha = -3$     3)  $\alpha = -1$     4)  $\alpha = -2$     5)  $\alpha = 2$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -5 & 5 & -2 & -5 & -7 \\ 20 & -6 & 13 & 10 & 23 \\ -5 & 1 & -6 & -3 & -6 \\ 20 & -3 & 13 & 7 & 23 \\ 2 & -5 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} :$$

$v_1 = (0 \ -2 \ 1 \ -1 \ 2)$      $v_2 = (0 \ 0 \ -1 \ -1 \ 1)$      $v_3 = (-1 \ 0 \ 1 \ 0 \ -2)$      $v_4 = (0 \ 0 \ 2 \ -1 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (2 \ 0 \ 0 \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-6 \ 3 \ -5 \ -3), (2 \ -1 \ 2 \ 1) \rangle$
- $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (3 \ -1 \ 1 \ 2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -3 & 4 & 8 & 4 \\ 9 & -12 & -24 & -12 \\ -3 & 4 & 8 & 4 \\ -5 & 7 & 14 & 7 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} -3 & 9 & -3 & -5 \\ 4 & -12 & 4 & 7 \\ 8 & -24 & 8 & 14 \\ 4 & -12 & 4 & 7 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -5 & -2 & 0 & 8 \\ 1 & 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ -3 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -5 & 1 & -1 & -3 \\ -2 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 & 9 \\ 8 & 0 & -10 & -18 \\ -7 & 1 & 10 & 15 \\ 3 & 0 & -3 & -4 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -3 \ -1 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -4 \ 3 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ -1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3 \ -3 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ -1 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.9
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 83.3333 % | Grupo 2: 16.6667 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 33.3333 % | Grupo 2: 66.6667 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 0.6847 %  | Grupo 2: 99.3153 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 22.8944 % | Grupo 2: 77.1056 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 22.8944 % | Grupo 2: 77.1056 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 83.3333 % | Grupo 2: 16.6667 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 0.6847 %  | Grupo 2: 99.3153 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 33.3333 % | Grupo 2: 66.6667 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 3.11267 %<br>Adultos: 96.8873 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 27.0156 %<br>Adultos: 72.9844 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 3.11267 %<br>Adultos: 96.8873 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 27.0156 %<br>Adultos: 72.9844 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 96.9813 %<br>Adultos: 3.01871 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 78.7305 %<br>Adultos: 21.2695 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 96.9813 %<br>Adultos: 3.01871 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 78.7305 %<br>Adultos: 21.2695 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.  
De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 18.876% en el primer curso y 81.124% en el segundo curso.
- 2) 6.897% en el primer curso y 93.103% en el segundo curso.
- 3) 12.66% en el primer curso y 87.34% en el segundo curso.
- 4) 26.786% en el primer curso y 73.214% en el segundo curso.
- 5) 25.32% en el primer curso y 74.68% en el segundo curso.
- 6) 13.461% en el primer curso y 86.539% en el segundo curso.
- 7) 68.7261% en el primer curso y 31.2739% en el segundo curso.
- 8) 34.495% en el primer curso y 65.505% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 16 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2.6
Grupo 2	0.2	2.3
Grupo 3	0.2	3.6
Grupo 4	0	2.4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase de menor edad. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 65.6546%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 62.9041%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 7.5927%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 7.73297%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77383953

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 4-3\alpha & -9+9\alpha \\ 1-\alpha & -2+3\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-3$       2)  $\alpha=2$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=1$       5)  $\alpha=4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 14 & -1 & 1 & -11 \\ -7 & 3 & -1 & 6 \\ -7 & 1 & 1 & 6 \\ 19 & -2 & 2 & -15 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-1 \ 2 \ 3 \ -1) \quad v_2 = (2 \ 0 \ -2 \ 2) \quad v_3 = (1 \ 0 \ -1 \ 1) \quad v_4 = (-1 \ 0 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (6 \ 1 \ -4) \rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-4 \ -1 \ 3), (-1 \ -1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -11 & -6 & -18 \\ -2 & 0 & -3 \\ 8 & 4 & 13 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \\ -3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -11 & -18 & 6 \\ 8 & 13 & -4 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -11 & 8 & 2 \\ -18 & 13 & 3 \\ 6 & -4 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -11 & -2 & 8 \\ -6 & 0 & 4 \\ -18 & -3 & 13 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ -3 & -1 & 3 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -3 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -1 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -3 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 3 \ -3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	3.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 89.3544 % | Grupo 2: 10.6456 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 31.128 %  | Grupo 2: 68.872 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 52.811 %  | Grupo 2: 47.189 %  |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 31.128 %  | Grupo 2: 68.872 %  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 3.32889 % | Grupo 2: 96.6711 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 3.32889 % | Grupo 2: 96.6711 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 89.3544 % | Grupo 2: 10.6456 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 52.811 %  | Grupo 2: 47.189 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 37.1333 %<br>Adultos: 62.8667 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 37.1333 %<br>Adultos: 62.8667 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 91.4848 %<br>Adultos: 8.5152 %  |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 7.45692 %<br>Adultos: 92.5431 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 7.45692 %<br>Adultos: 92.5431 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 30.7 %<br>Adultos: 69.3 %       |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 30.7 %<br>Adultos: 69.3 %       |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 91.4848 %<br>Adultos: 8.5152 %  |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
500 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{271\,646\,779}{12\,500\,000\,000} = 0.0217317$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } 100$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{621}{2} = 310.5$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{3149}{10} = 314.9$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1526}{5} = 305.2$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{637}{2} = 318.5$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1674}{5} = 334.8$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1543}{5} = 308.6$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2.2
Grupo 2	0.4	2.
Grupo 3	0	2.6

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 2 y 3 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 2 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 56.64%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.28581%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.121372%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 60.0639%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77384930

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2+2\alpha & -2+\alpha \\ 8-4\alpha & 6-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$       2)  $\alpha=4$       3)  $\alpha=-4$       4)  $\alpha=3$       5)  $\alpha=2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -8 & 10 & -7 & -7 \\ -6 & 8 & -5 & -8 \\ -3 & 4 & -4 & -1 \end{pmatrix}:$$

$$v_1=(1 \ -1 \ -2 \ 0) \quad v_2=(1 \ 0 \ 0 \ 0) \quad v_3=(0 \ -1 \ 0 \ 3) \quad v_4=(0 \ 0 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ -1 \ -2), (0 \ 1 \ 1), (-1 \ 0 \ 2)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ -1 & -3 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 1 & 6 & -6 \\ -3 & -8 & 6 \\ -3 & -6 & 4 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 3 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	2.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 54.6918 % | Grupo 2: 45.3082 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 54.6918 % | Grupo 2: 45.3082 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 82.8427 % | Grupo 2: 17.1573 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 82.8427 % | Grupo 2: 17.1573 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 97.8172 % | Grupo 2: 2.18284 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 45.6092 % | Grupo 2: 54.3908 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 97.8172 % | Grupo 2: 2.18284 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 45.6092 % | Grupo 2: 54.3908 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 10% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 81.5291 %  |
|  | Adultos: 18.4709 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 41.2305 %  |
|  | Adultos: 58.7695 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 14.9219 %  |
|  | Adultos: 85.0781 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 41.2305 %  |
|  | Adultos: 58.7695 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 15.0062 %  |
|  | Adultos: 84.9938 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 15.0062 %  |
|  | Adultos: 84.9938 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 81.5291 %  |
|  | Adultos: 18.4709 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 14.9219 %  |
|  | Adultos: 85.0781 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 11 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{281\ 313\ 326\ 997\ 330\ 463}{5\ 230\ 176\ 601\ 500\ 000\ 000} = 0.0537866$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1092}{5} = 218.4$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1067}{5} = 213.4$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{380}{9} = 42.2222$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1106}{5} = 221.2$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } 222$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{260}{3} = 86.6667$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1046}{5} = 209.2$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.9
Grupo 2	0.2	1.7
Grupo 3	0	2.4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 2 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.1 (10%)
Grupo 2	h
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 2 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 4.03126%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.60203%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 8.69527%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 10.5546%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77386619

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 5+\alpha & 4+\alpha \\ -4-\alpha & -3-\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=-2$       3)  $\alpha=2$       4)  $\alpha=-4$       5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 13 & -12 & 8 \\ 2 & 2 & -9 & 8 & -4 \\ 9 & 5 & -13 & 9 & 0 \\ 11 & 7 & -24 & 18 & -4 \\ 3 & 3 & -18 & 15 & -7 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -2) \quad v_2=(0 \ -1 \ -1 \ -1 \ 0) \quad v_3=(-3 \ 0 \ 0 \ -1 \ 1) \quad v_4=(2 \ 0 \ 0 \ -1 \ 3).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ 2 \ 0 \ 2), (-2 \ 0 \ 1 \ -2)\rangle$

■  $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-6 \ -1 \ 3 \ -8)\rangle$

■  $\lambda_3=1$ , con vectores propios  $V_3=\langle(-4 \ -1 \ 2 \ -5)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} -17 & -4 & 8 & -20 \\ 10 & 2 & -5 & 12 \\ -36 & -10 & 17 & -44 \\ -2 & -1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 2 & 6 & 4 \\ 4 & -10 & -31 & -20 \\ -4 & 2 & 9 & 6 \\ 4 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -3 & -3 & -3 & 0 \\ -1 & 3 & 3 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -1 & 4 & -4 & 4 \\ 2 & -10 & 2 & 2 \\ 6 & -31 & 9 & 2 \\ 4 & -20 & 6 & 1 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -17 & 10 & -36 & -2 \\ -4 & 2 & -10 & -1 \\ 8 & -5 & 17 & 1 \\ -20 & 12 & -44 & -3 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 & 2 \\ -1 & -4 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 2 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 3 \ -2 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 1 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ 2 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 1 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.5
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

1) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 78.0049 % Grupo 2: 21.9951 %
2) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 61.4539 % Grupo 2: 38.5461 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 34.7246 % Grupo 2: 65.2754 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 96.7358 % Grupo 2: 3.26423 %
5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 96.7358 % Grupo 2: 3.26423 %
6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 61.4539 % Grupo 2: 38.5461 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 78.0049 % Grupo 2: 21.9951 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 34.7246 % Grupo 2: 65.2754 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 70% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 60 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.82549 %<br>Adultos: 93.1745 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.6106 %<br>Adultos: 6.38938 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 66.6667 %<br>Adultos: 33.3333 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.6106 %<br>Adultos: 6.38938 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.82549 %<br>Adultos: 93.1745 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 4.968% en el primer curso y 95.032% en el segundo curso.
- 2) 4.565% en el primer curso y 95.435% en el segundo curso.
- 3) 27.978% en el primer curso y 72.022% en el segundo curso.
- 4) 7.269% en el primer curso y 92.731% en el segundo curso.
- 5) 29.525% en el primer curso y 70.475% en el segundo curso.
- 6) 0.56% en el primer curso y 99.44% en el segundo curso.
- 7) 3.437% en el primer curso y 96.563% en el segundo curso.
- 8) 61.313% en el primer curso y 38.687% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.4
Grupo 2	0.3	1.4
Grupo 3	0.4	2.7
Grupo 4	0	2.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 4 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.1 (10%)
Grupo 3	0.1 (10%)
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 34.7856%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 37.7154%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.13915%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 39.3425%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77386956

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -8+3\alpha & -27+9\alpha \\ 3-\alpha & 10-3\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=1$       3)  $\alpha=-2$       4)  $\alpha=-3$       5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & -3 \\ 3 & 4 & -6 & 3 \\ 3 & 2 & -4 & 3 \\ 3 & 2 & -6 & 5 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ 0 \ 0 \ -2) \quad v_2=(0 \ 0 \ 3 \ 0) \quad v_3=(-1 \ 0 \ 1 \ 0) \quad v_4=(-2 \ 0 \ -2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(3 \ 2 \ 7)\rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(2 \ 2 \ 5), (3 \ 1 \ 7)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -26 & 21 & 12 \\ -18 & 15 & 8 \\ -27 & 21 & 13 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -26 & -18 & -27 \\ 21 & 15 & 21 \\ 12 & 8 & 13 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -26 & -3 & 12 \\ -18 & -1 & 8 \\ -63 & -7 & 29 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -26 & -18 & -63 \\ -3 & -1 & -7 \\ 12 & 8 & 29 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -9 & 2 & 5 \\ -8 & 1 & 5 \\ -8 & 2 & 4 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 50.7944 % |
|  | Grupo 2: 49.2056 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 72.3529 % |
|  | Grupo 2: 27.6471 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 80.5834 % |
|  | Grupo 2: 19.4166 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 80.5834 % |
|  | Grupo 2: 19.4166 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 96.8719 % |
|  | Grupo 2: 3.12806 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 96.8719 % |
|  | Grupo 2: 3.12806 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 72.3529 % |
|  | Grupo 2: 27.6471 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 50.7944 % |
|  | Grupo 2: 49.2056 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 4.87656 %  |
|  | Adultos: 95.1234 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 4.87656 %  |
|  | Adultos: 95.1234 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 95.3502 %  |
|  | Adultos: 4.64981 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 39.0388 %  |
|  | Adultos: 60.9612 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 71.9224 %  |
|  | Adultos: 28.0776 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 39.0388 %  |
|  | Adultos: 60.9612 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 95.3502 %  |
|  | Adultos: 4.64981 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 71.9224 %  |
|  | Adultos: 28.0776 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
200 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{197\,033\,835\,969}{50\,000\,000\,000} = 3.94068$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1576}{5} = 315.2$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{19\,131\,876}{48\,828\,125} = 0.391821$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{629}{2} = 314.5$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } 312$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } 100$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1582}{5} = 316.4$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } 180$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.2
Grupo 2	0.2	3.5
Grupo 3	0	0.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 2. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 20.7607%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.8699%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 24.6704%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.43066%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**77387454**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 139 - 35\alpha & -100 + 25\alpha \\ 196 - 49\alpha & -141 + 35\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=4$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=3$       4)  $\alpha=1$       5)  $\alpha=-2$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & -6 & 1 \\ 2 & 5 & 1 & -6 & 1 \\ -3 & -3 & 1 & 6 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} :$$

$v_1=(0 \ -3 \ 1 \ -1 \ -1)$      $v_2=(-2 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0)$      $v_3=(-1 \ 0 \ 0 \ -1 \ 2)$      $v_4=(1 \ 0 \ -3 \ -1 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(1 \ -1 \ 1 \ -1)\rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 1 \ -1 \ 0), (1 \ -1 \ 2 \ 1), (0 \ -1 \ 1 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
- 4)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 4 & -4 \\ -4 & -1 & 4 & -8 \\ 2 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -4 & 5 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ -1 \ 3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 2 \ -1 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ 1 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -3 \ -1 \ -3)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 2 \ -1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.6
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 23.6836 % | Grupo 2: 76.3164 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 38.4166 % | Grupo 2: 61.5834 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 38.4166 % | Grupo 2: 61.5834 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 84.9699 % | Grupo 2: 15.0301 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 27.3724 % | Grupo 2: 72.6276 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 23.6836 % | Grupo 2: 76.3164 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 27.3724 % | Grupo 2: 72.6276 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 84.9699 % | Grupo 2: 15.0301 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 50% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 70 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.96653 %  |
|  | Adultos: 93.0335 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 54.6232 %  |
|  | Adultos: 45.3768 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.96653 %  |
|  | Adultos: 93.0335 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 40.7536 %  |
|  | Adultos: 59.2464 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 92.91 %    |
|  | Adultos: 7.09001 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 40.7536 %  |
|  | Adultos: 59.2464 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 92.91 %    |
|  | Adultos: 7.09001 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 54.6232 %  |
|  | Adultos: 45.3768 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 11.731% en el primer curso y 88.269% en el segundo curso.
- 2) 11.565% en el primer curso y 88.435% en el segundo curso.
- 3) 5.317% en el primer curso y 94.683% en el segundo curso.
- 4) 1.389% en el primer curso y 98.611% en el segundo curso.
- 5) 16.6667% en el primer curso y 83.3333% en el segundo curso.
- 6) 0.592% en el primer curso y 99.408% en el segundo curso.
- 7) 9.941% en el primer curso y 90.059% en el segundo curso.
- 8) 44.8775% en el primer curso y 55.1225% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 16 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	2.1
Grupo 2	0.7	1.9
Grupo 3	0.8	3.7
Grupo 4	0	1.1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.3 (30%)
Grupo 3	h
Grupo 4	0.1 (10%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.24977%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 67.961%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 57.6797%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 60.62%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**77387587**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -17 - 6\alpha & 27 + 9\alpha \\ -12 - 4\alpha & 19 + 6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=3$       2)  $\alpha=0$       3)  $\alpha=1$       4)  $\alpha=-1$       5)  $\alpha=-3$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -5 & 1 & -4 & -3 \\ -2 & 5 & 1 & 3 & 3 \\ -6 & 14 & -2 & 10 & 8 \\ 2 & -5 & 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} :$$

$v_1=(1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0)$      $v_2=(2 \ 2 \ 0 \ -2 \ 0)$      $v_3=(-1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0)$      $v_4=(2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-2 \ 2 \ 5 \ 4)\rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(1 \ 0 \ -1 \ -1), (-1 \ -1 \ -2 \ -1), (-2 \ 0 \ 0 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 & -2 \\ -4 & 2 & -1 & -4 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & -1 & -5 & -4 \\ 2 & -2 & -4 & -4 \\ -4 & 4 & 10 & 9 \end{pmatrix}$       3)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & -2 & 4 \\ 5 & -5 & -4 & 10 \\ 4 & -4 & -4 & 9 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} -12 & 5 & 15 & 6 \\ -14 & 5 & 19 & 8 \\ -6 & 3 & 8 & 3 \\ 4 & -2 & -7 & -3 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -3 \ 1 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-5$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 0 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -3 \ 0 \ 2)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 1 \ 2 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ 0 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.9
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 75.4029 % | Grupo 2: 24.5971 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 55.0806 % | Grupo 2: 44.9194 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 55.0806 % | Grupo 2: 44.9194 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 8.68927 % | Grupo 2: 91.3107 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 75.4029 % | Grupo 2: 24.5971 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 87.7764 % | Grupo 2: 12.2236 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 87.7764 % | Grupo 2: 12.2236 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 8.68927 % | Grupo 2: 91.3107 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 10% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 90% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 88.8889 %<br>Adultos: 11.1111 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 3.84615 %<br>Adultos: 96.1538 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 96.9697 %<br>Adultos: 3.0303 %  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 88.8889 %<br>Adultos: 11.1111 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 96.9697 %<br>Adultos: 3.0303 %  |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 3.84615 %<br>Adultos: 96.1538 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 16.51% en el primer curso y 83.49% en el segundo curso.
- 2) 0.% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 3) 40.397% en el primer curso y 59.603% en el segundo curso.
- 4) 21.1408% en el primer curso y 78.8592% en el segundo curso.
- 5) 3.507% en el primer curso y 96.493% en el segundo curso.
- 6) 9.783% en el primer curso y 90.217% en el segundo curso.
- 7) 26.755% en el primer curso y 73.245% en el segundo curso.
- 8) 2.677% en el primer curso y 97.323% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.
Grupo 2	0.6	4.3
Grupo 3	0.5	0.9
Grupo 4	0	2.2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 2 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	0.2 (20%)
Grupo 2	h
Grupo 3	h
Grupo 4	0.3 (30%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 2 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 18.5571%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 39.3939%.
- 3) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 19.6288%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.0981593%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**77388323**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -1-\alpha & \alpha \\ -\alpha & -1+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-4$     2)  $\alpha=-3$     3)  $\alpha=0$     4)  $\alpha=3$     5)  $\alpha=4$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -15 & 5 & 1 & -8 & -1 \\ -26 & 8 & 2 & -16 & -2 \\ -12 & 4 & 1 & -6 & -1 \\ 13 & -5 & -1 & 6 & 1 \\ -27 & 8 & 3 & -16 & -2 \end{pmatrix} :$$

$v_1 = (-1 \ 1 \ -1 \ 2 \ 1)$      $v_2 = (-1 \ 2 \ -1 \ -1 \ 1)$      $v_3 = (-1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1)$      $v_4 = (-1 \ -3 \ -3 \ 0 \ 0)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (4 \ 3 \ 3 \ 2) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (0 \ 0 \ -1 \ -1), (-1 \ 0 \ 1 \ 1) \rangle$
- $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (1 \ 1 \ 1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \\ 6 & -3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \\ -1 & -2 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$     3)

4)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -7 & 7 \\ 0 & 1 & -6 & 6 \\ 0 & 1 & -6 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & 5 \end{pmatrix}$      $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 0 & -3 \\ 3 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -7 & -6 & -6 & -5 \\ 7 & 6 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 13 & -12 & -9 & -27 \\ 8 & -6 & -6 & -18 \\ -36 & 30 & 28 & 81 \\ 16 & -14 & -12 & -35 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -3 \ 0 \ -3)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ 1 \ -3 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 2 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 4 \ -2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.9
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 83.3333 % | Grupo 2: 16.6667 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 33.3333 % | Grupo 2: 66.6667 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 70.4667 % | Grupo 2: 29.5333 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 70.4667 % | Grupo 2: 29.5333 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 11.7552 % | Grupo 2: 88.2448 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 11.7552 % | Grupo 2: 88.2448 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 83.3333 % | Grupo 2: 16.6667 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 33.3333 % | Grupo 2: 66.6667 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 50 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |  |
|--|--------------------|--|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 52.7864 %  |  |
|  | Adultos: 47.2136 % |  |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 8.20995 %  |  |
|  | Adultos: 91.79 %   |  |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 91.79 %    |  |
|  | Adultos: 8.20995 % |  |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 8.20995 %  |  |
|  | Adultos: 91.79 %   |  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 47.2136 %  |  |
|  | Adultos: 52.7864 % |  |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 47.2136 %  |  |
|  | Adultos: 52.7864 % |  |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 91.79 %    |  |
|  | Adultos: 8.20995 % |  |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 52.7864 %  |  |
|  | Adultos: 47.2136 % |  |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 10.497% en el primer curso y 89.503% en el segundo curso.
- 2) 0.% en el primer curso y 100.% en el segundo curso.
- 3) 37.971% en el primer curso y 62.029% en el segundo curso.
- 4) 17.665% en el primer curso y 82.335% en el segundo curso.
- 5) 26.5564% en el primer curso y 73.4436% en el segundo curso.
- 6) 44.249% en el primer curso y 55.751% en el segundo curso.
- 7) 17.005% en el primer curso y 82.995% en el segundo curso.
- 8) 20.723% en el primer curso y 79.277% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.2
Grupo 2	0.7	2.7
Grupo 3	0.2	3.6
Grupo 4	0	2.

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 3 y 4 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 3 y 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 2.62765%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 10.8482%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 23.0769%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 51.0726%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77388349

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -30 - 15\alpha & 18 + 9\alpha \\ -50 - 25\alpha & 30 + 15\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=0$       2)  $\alpha=2$       3)  $\alpha=-2$       4)  $\alpha=-1$       5)  $\alpha=1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 & 1 \\ -8 & -7 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -8 & -4 & 1 & -4 \end{pmatrix}:$$

$$v_1 = (-2 \ 3 \ -4 \ 0) \quad v_2 = (1 \ -2 \ 1 \ 0) \quad v_3 = (2 \ 0 \ 1 \ -1) \quad v_4 = (1 \ 0 \ 1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (2 \ 3 \ -2), (-1 \ -1 \ 2), (-2 \ -3 \ 3) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ -3 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ -8 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 2 \ 0)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 20.3176 % | Grupo 2: 79.6824 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 20.3176 % | Grupo 2: 79.6824 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 52.1899 % | Grupo 2: 47.8101 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 80.0364 % | Grupo 2: 19.9636 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.608 %  | Grupo 2: 8.39202 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 80.0364 % | Grupo 2: 19.9636 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 52.1899 % | Grupo 2: 47.8101 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.608 %  | Grupo 2: 8.39202 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 30% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 60% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 64.6111 %<br>Adultos: 35.3889 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 94.8072 %<br>Adultos: 5.1928 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 94.8072 %<br>Adultos: 5.1928 %  |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 64.6111 %<br>Adultos: 35.3889 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 35.3889 %<br>Adultos: 64.6111 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 35.3889 %<br>Adultos: 64.6111 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.1928 %<br>Adultos: 94.8072 %  |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.1928 %<br>Adultos: 94.8072 %  |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1      Curso 2  
100 alumnos 50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1978508468394}{48828125} = 40519.9$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1117}{10} = 111.7$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{514}{5} = 102.8$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1027}{10} = 102.7$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{537}{5} = 107.4$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1011}{10} = 101.1$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1183}{10} = 118.3$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1043}{10} = 104.3$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.9
Grupo 2	0.3	0.3
Grupo 3	0	1.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 2. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.61734%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 25.6928%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.12164%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 33.9799%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77579555

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -2-\alpha & 4+\alpha \\ -4-\alpha & 6+\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-2$       2)  $\alpha=-4$       3)  $\alpha=1$       4)  $\alpha=3$       5)  $\alpha=0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & -1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 1 & -2 & -4 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ -1 \ 2 \ 0 \ 1) \quad v_2 = (-2 \ 0 \ 1 \ 1 \ -1) \quad v_3 = (0 \ 1 \ -2 \ 2 \ -1) \quad v_4 = (0 \ -2 \ 0 \ -2 \ -2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ 1 \ 0 \ 0), (-2 \ 3 \ -1 \ 1) \rangle$
- $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (2 \ -5 \ 2 \ -1), (-1 \ 3 \ -1 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

$$1) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 5 \\ 5 & 7 & 1 & -7 \\ -3 & -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -3 & -11 & 4 \\ -1 & 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & -3 & 2 \end{pmatrix} \quad 3)$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -1 \\ 4 & -11 & 4 & -3 \\ -1 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 0 & -3 & 5 & -3 \\ 0 & -4 & 7 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -7 & 5 \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 6 & -3 & 1 & 3 \\ 9 & -5 & 2 & 3 \\ -7 & 3 & -2 & -3 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 2 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ -1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ -1 \ 0)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -1 \ -1 \ 2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ 1 \ 3)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0.6
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 97.061 %  | Grupo 2: 2.939 %   |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 56.242 %  | Grupo 2: 43.758 %  |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 97.061 %  | Grupo 2: 2.939 %   |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 56.242 %  | Grupo 2: 43.758 %  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 90.2391 % | Grupo 2: 9.76086 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 90.2391 % | Grupo 2: 9.76086 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 23.5571 % | Grupo 2: 76.4429 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 23.5571 % | Grupo 2: 76.4429 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 10% de los huevos mueren.
- \* El 30% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 37.2281 % Adultos: 62.7719 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 54.2573 % Adultos: 45.7427 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 54.2573 % Adultos: 45.7427 %
4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 93.286 % Adultos: 6.71396 %
5) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 37.2281 % Adultos: 62.7719 %
6) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 93.286 % Adultos: 6.71396 %
7) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 6.49589 % Adultos: 93.5041 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 6.49589 % Adultos: 93.5041 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 27.655% en el primer curso y 72.345% en el segundo curso.
- 2) 3.77% en el primer curso y 96.23% en el segundo curso.
- 3) 17.994% en el primer curso y 82.006% en el segundo curso.
- 4) 28.162% en el primer curso y 71.838% en el segundo curso.
- 5) 31.42% en el primer curso y 68.58% en el segundo curso.
- 6) 1.49% en el primer curso y 98.51% en el segundo curso.
- 7) 54.4727% en el primer curso y 45.5273% en el segundo curso.
- 8) 19.947% en el primer curso y 80.053% en el segundo curso.

## Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2.4
Grupo 2	0.3	2.8
Grupo 3	0.6	2.7
Grupo 4	0	4.8

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.3 (30%)
Grupo 3	h
Grupo 4	0.3 (30%)

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 3.36748%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 62.0292%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 64.8802%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 60.4546%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77646112

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -1+2\alpha & 4\alpha \\ -\alpha & -1-2\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-3$     2)  $\alpha=-1$     3)  $\alpha=0$     4)  $\alpha=3$     5)  $\alpha=-4$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -8 & -5 & 10 & 8 \\ 2 & -1 & -4 & 1 \\ -4 & -4 & 5 & 5 \\ 2 & 2 & -4 & -2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(-2 \ 1 \ 0 \ -2) \quad v_2=(0 \ 1 \ -1 \ 2) \quad v_3=(1 \ 1 \ -2 \ 0) \quad v_4=(-2 \ 0 \ -1 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-1 \ 1 \ -1), (4 \ -3 \ 3)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(2 \ -2 \ 1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} 3 & -12 & -4 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & -6 & -3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & -2 \\ -4 & 4 & -3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -1 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -12 & -1 & -6 \\ -4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ 2 \ 2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ -1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 2 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 66.6281 % | Grupo 2: 33.3719 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 66.6281 % | Grupo 2: 33.3719 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 7.68878 % | Grupo 2: 92.3112 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 7.68878 % | Grupo 2: 92.3112 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 20% de los huevos mueren.
- \* El 60% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 40 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 9.09091 %<br>Adultos: 90.9091 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 90.9091 %<br>Adultos: 9.09091 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 9.09091 %<br>Adultos: 90.9091 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 90.9091 %<br>Adultos: 9.09091 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 15 años.

1) Alumnos en el curso 1: 45

2) Alumnos en el curso 1:  $\frac{140}{9} = 15.5556$

3) Alumnos en el curso 1: 108

4) Alumnos en el curso 1:  $\frac{507}{5} = 101.4$

5) Alumnos en el curso 1:  $\frac{39\ 142\ 152\ 691\ 847\ 473}{215\ 233\ 605\ 000\ 000\ 000\ 000} = 0.000181859$

6) Alumnos en el curso 1:  $\frac{1161}{10} = 116.1$

7) Alumnos en el curso 1:  $\frac{1103}{10} = 110.3$

8) Alumnos en el curso 1:  $\frac{190}{9} = 21.1111$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	4.1
Grupo 2	0.9	3.3
Grupo 3	0	3.6

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de las clases 1 y 3 en la misma proporción (el mismo porcentaje de cada una). ¿Qué porcentaje de ventas debemos elegir para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.52255%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 78.9651%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 76.1736%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 77.7875%.

**Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017**  
**Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni:**  
**77648499**

■ **Ejercicio 1**

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -22 - 12\alpha & 32 + 16\alpha \\ -18 - 9\alpha & 26 + 12\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -3$     2)  $\alpha = 3$     3)  $\alpha = 2$     4)  $\alpha = -2$     5)  $\alpha = -1$

■ **Ejercicio 2**

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 5 & 5 & -5 & -1 \\ 4 & -1 & -4 & 3 & -1 \\ -7 & 7 & 10 & -9 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & 3 & -1 & 0 \end{pmatrix} :$$

$v_1 = (1 \ 0 \ 1 \ 3 \ 0)$      $v_2 = (0 \ 3 \ 1 \ -1 \ -1)$      $v_3 = (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$      $v_4 = (-3 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1)$ .

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

■ **Ejercicio 3**

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (1 \ -1 \ 0 \ 1), (-1 \ 1 \ 1 \ 0) \rangle$

■  $\lambda_2 = 1$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ 0 \ 1 \ 0), (0 \ -1 \ 0 \ 1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     3)

4)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 & -2 \\ -2 & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz 
$$\begin{pmatrix} -5 & 14 & 20 & 6 \\ 3 & -12 & -16 & -3 \\ -3 & 10 & 14 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 0 \ 1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 1 \ 0)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 3 \ 1 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=4$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 0 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 1 \ 0)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	0.9
Grupo 2	0.	1

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 89.8492 % | Grupo 2: 10.1508 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 55.0806 % | Grupo 2: 44.9194 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 89.8492 % | Grupo 2: 10.1508 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 37.2806 % | Grupo 2: 62.7194 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 75.4029 % | Grupo 2: 24.5971 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 55.0806 % | Grupo 2: 44.9194 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 37.2806 % | Grupo 2: 62.7194 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 75.4029 % | Grupo 2: 24.5971 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 90% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 20 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 66.6667 %  |
|  | Adultos: 33.3333 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 91.5097 %  |
|  | Adultos: 8.49034 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 66.6667 %  |
|  | Adultos: 33.3333 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 9.72944 %  |
|  | Adultos: 90.2706 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 9.72944 %  |
|  | Adultos: 90.2706 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 66.6667 %  |
|  | Adultos: 33.3333 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 66.6667 %  |
|  | Adultos: 33.3333 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 91.5097 %  |
|  | Adultos: 8.49034 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Determinar la tendencia de futuro para los porcentajes de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos.

- 1) 21.072% en el primer curso y 78.928% en el segundo curso.
- 2) 26.175% en el primer curso y 73.825% en el segundo curso.
- 3) 34.6593% en el primer curso y 65.3407% en el segundo curso.
- 4) 0.79% en el primer curso y 99.21% en el segundo curso.
- 5) 18.914% en el primer curso y 81.086% en el segundo curso.
- 6) 17.6471% en el primer curso y 82.3529% en el segundo curso.
- 7) 3.753% en el primer curso y 96.247% en el segundo curso.
- 8) 11.219% en el primer curso y 88.781% en el segundo curso.

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1.
Grupo 2	0.3	0.3
Grupo 3	0.6	2.3
Grupo 4	0	3.9

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 4 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.1
Grupo 2	0.2
Grupo 3	0.3
Grupo 4	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 4 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 14.4714%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.67511%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.460976%.
- 4) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 11.4566%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77648982

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 18+10\alpha & 8+4\alpha \\ -50-25\alpha & -22-10\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=2$       2)  $\alpha=-2$       3)  $\alpha=1$       4)  $\alpha=4$       5)  $\alpha=0$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & -4 & 1 & 4 \\ -3 & 5 & 4 & -2 \\ 6 & -10 & -2 & 7 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ -1 \ 1 \ -2) \quad v_2=(-2 \ -3 \ 1 \ -4) \quad v_3=(2 \ 3 \ -1 \ 4) \quad v_4=(1 \ 0 \ 1 \ -1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1=0$ , con vectores propios  $V_1=\langle(-3 \ 1 \ 3)\rangle$

■  $\lambda_2=1$ , con vectores propios  $V_2=\langle(0 \ 1 \ -1), (-7 \ 3 \ 6)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} 28 & 0 & 63 \\ 9 & 1 & 21 \\ -12 & 0 & -27 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$       3)

$\begin{pmatrix} 28 & -9 & -27 \\ 21 & -6 & -21 \\ 21 & -7 & -20 \end{pmatrix}$       4)  $\begin{pmatrix} 28 & 21 & 21 \\ -9 & -6 & -7 \\ -27 & -21 & -20 \end{pmatrix}$       5)  $\begin{pmatrix} 28 & 9 & -12 \\ 0 & 1 & 0 \\ 63 & 21 & -27 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -4 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -1 \ 0)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 2 \ -2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-3$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ 1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 3 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 1 \ 1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 75.2087 % | Grupo 2: 24.7913 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 96.8719 % | Grupo 2: 3.12806 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 19.764 %  | Grupo 2: 80.236 %  |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 96.8719 % | Grupo 2: 3.12806 % |
| 5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 75.2087 % | Grupo 2: 24.7913 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 19.764 %  | Grupo 2: 80.236 %  |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 50.7944 % | Grupo 2: 49.2056 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 50.7944 % | Grupo 2: 49.2056 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 10% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 70 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 41.5571 %<br>Adultos: 58.4429 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 41.5571 %<br>Adultos: 58.4429 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 92.5276 %<br>Adultos: 7.47235 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 6.60822 %<br>Adultos: 93.3918 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 92.5276 %<br>Adultos: 7.47235 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 6.60822 %<br>Adultos: 93.3918 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 28.8928 %<br>Adultos: 71.1072 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 28.8928 %<br>Adultos: 71.1072 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
300 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 12 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1548}{5} = 309.6$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } 210$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{522\,925\,949\,577}{10\,000\,000\,000} = 52.2926$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{41\,523\,861\,603}{10\,000\,000\,000} = 4.15239$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } 302$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{618\,265\,031\,547}{10\,000\,000\,000} = 61.8265$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } 150$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3027}{10} = 302.7$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0.9
Grupo 2	0.9	2.2
Grupo 3	0	1.3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 2. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 1.36005%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 33.2148%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 90.1088%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 47.6714%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 77688617

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 6+6\alpha & 4+4\alpha \\ -9-9\alpha & -6-6\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=4$       2)  $\alpha=3$       3)  $\alpha=-3$       4)  $\alpha=2$       5)  $\alpha=-1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & -4 & -4 & -2 \end{pmatrix} :$$

$$v_1=(0 \ -3 \ 1 \ 2) \quad v_2=(-1 \ -2 \ -1 \ 2) \quad v_3=(-2 \ -1 \ -2 \ 1) \quad v_4=(2 \ -2 \ 2 \ 0).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1=-1$ , con vectores propios  $V_1=\langle(3 \ -2 \ -5)\rangle$
- $\lambda_2=0$ , con vectores propios  $V_2=\langle(-1 \ 1 \ 2), (1 \ -1 \ -1)\rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -9 & 3 & -3 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 5 & 5 & 0 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} -3 & -9 & -3 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & 2 & 5 \\ -3 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -2 & 32 & -12 \\ -9 & 113 & -42 \\ -24 & 296 & -110 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ -1 \ 1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 3 \ 8)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(0 \ 3 \ 8)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-3 \ 3 \ -1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	3.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

1) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 52.811 % Grupo 2: 47.189 %
2) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 89.3544 % Grupo 2: 10.6456 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 92.1981 % Grupo 2: 7.80191 %
4) Tendencia a anularse y porcentajes	Grupo 1: 87.5367 % Grupo 2: 12.4633 %
5) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 92.1981 % Grupo 2: 7.80191 %
6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 52.811 % Grupo 2: 47.189 %
7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 89.3544 % Grupo 2: 10.6456 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Grupo 1: 87.5367 % Grupo 2: 12.4633 %

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 30% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 10 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |                    |
|--|--------------------|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 71.9224 %  |
|  | Adultos: 28.0776 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 39.0388 %  |
|  | Adultos: 60.9612 % |
| 3) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 71.9224 %  |
|  | Adultos: 28.0776 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 83.6776 %  |
|  | Adultos: 16.3224 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 83.6776 %  |
|  | Adultos: 16.3224 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 39.0388 %  |
|  | Adultos: 60.9612 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 17.0168 %  |
|  | Adultos: 82.9832 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 17.0168 %  |
|  | Adultos: 82.9832 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 2), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 13 años.

1) Alumnos en el curso 2: 205

2) Alumnos en el curso 2:  $\frac{431\,669\,288\,174\,677}{53\,144\,100\,000\,000\,000} = 0.00812262$

3) Alumnos en el curso 2:  $\frac{100}{9} = 11.1111$

4) Alumnos en el curso 2:  $\frac{1084}{5} = 216.8$

5) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2361}{10} = 236.1$

6) Alumnos en el curso 2:  $\frac{2013}{10} = 201.3$

7) Alumnos en el curso 2: 224

8) Alumnos en el curso 2: 70

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	1.7
Grupo 2	0.4	3.8
Grupo 3	0	1.4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Queremos que el porcentaje de ventas para las clases 1 y 3 sea el mismo y para el resto de clases ese porcentaje está fijado según señalamos en la siguiente tabla:

Grupo 1	h
Grupo 2	0.3 (30%)
Grupo 3	h

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para las clases 1 y 3 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 5.23054%.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 52.1393%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 61.1198%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 55.8808%.
- 5) No es posible alcanzar la explotación duradera.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 78160547

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} -23 + 12\alpha & -18 + 9\alpha \\ 32 - 16\alpha & 25 - 12\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha = -2$     2)  $\alpha = 3$     3)  $\alpha = 2$     4)  $\alpha = -3$     5)  $\alpha = 1$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -19 & -12 & -6 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & -2 \\ 15 & 10 & 4 & -5 \\ -33 & -22 & -11 & 10 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ -1 \ 1 \ 1) \quad v_2 = (0 \ -1 \ 1 \ -1) \quad v_3 = (0 \ -1 \ -2 \ 3) \quad v_4 = (1 \ -1 \ -1 \ 1).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

- $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (2 \ 0 \ 1) \rangle$
- $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (2 \ 1 \ 2) \rangle$
- $\lambda_3 = 1$ , con vectores propios  $V_3 = \langle (1 \ -2 \ -1) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

1)  $\begin{pmatrix} -7 & 2 & -2 \\ -10 & 4 & -2 \\ 12 & -4 & 3 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} -7 & -10 & 12 \\ 2 & 4 & -4 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$     3)

$\begin{pmatrix} -11 & -16 & 2 \\ 8 & 12 & -2 \\ 4 & 6 & -1 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} -11 & 8 & 4 \\ -16 & 12 & 6 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} -17 & 39 & 8 \\ -15 & 37 & 8 \\ 37 & -97 & -22 \end{pmatrix}$

y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=3$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 1 \ -2)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ -2 \ 1)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=2$  es valor propio con vector propio  $(1 \ 1 \ -3)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=1$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ 0 \ -2)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(3 \ -2 \ 2)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3.
Grupo 2	0.	2

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 18.8267 % | Grupo 2: 81.1733 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 91.3996 % | Grupo 2: 8.60044 % |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 64.4562 % | Grupo 2: 35.5438 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 64.4562 % | Grupo 2: 35.5438 % |
| 7) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 61.4509 % | Grupo 2: 38.5491 % |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 18.8267 % | Grupo 2: 81.1733 % |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 40% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 20% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 100 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

- |  |   |
|--|---|
| 1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 93.7808 %<br>Adultos: 6.21923 % |
| 2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 5.68855 %<br>Adultos: 94.3114 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 28.5714 %<br>Adultos: 71.4286 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 28.5714 %<br>Adultos: 71.4286 % |
| 6) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 93.7808 %<br>Adultos: 6.21923 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Huevos: 50. %<br>Adultos: 50. %         |
| 8) Tendencia a anularse y porcentajes                | Huevos: 5.68855 %<br>Adultos: 94.3114 % |

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
150 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{3041}{10} = 304.1$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } 315$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2\,630\,455\,980\,147}{2\,000\,000\,000\,000} = 1.31523$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{3069}{10} = 306.9$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } 45$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{43\,046\,721}{2\,000\,000\,000\,000} = 0.0000215234$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } 135$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1516}{5} = 303.2$$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.7	0.9
Grupo 2	0.1	0.4
Grupo 3	0	2.

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Supongamos que queremos vender únicamente individuos de la clase 2. ¿Qué porcentaje de individuos de esa clase debemos vender para alcanzar una explotación duradera?

- 1) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 0.233446%.
- 2) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 18.2112%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 76.1905%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 24.2424%.

# Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

## Relación de 6-Modelos Matriciales para el dni: 78858529

### ■ Ejercicio 1

¿Para qué valor de  $\alpha$  es diagonalizable la matriz  $\begin{pmatrix} 12+10\alpha & 4+4\alpha \\ -25-25\alpha & -8-10\alpha \end{pmatrix}$ ?

- 1)  $\alpha=-3$     2)  $\alpha=2$     3)  $\alpha=-1$     4)  $\alpha=-4$     5)  $\alpha=-2$

### ■ Ejercicio 2

Comprobar cuáles de los siguientes vectores son vectores propios de la matriz

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & -2 & -2 \\ 10 & -3 & 7 & 5 \\ 10 & -1 & 5 & 5 \\ -4 & 1 & -3 & -3 \end{pmatrix} :$$

$$v_1 = (-2 \ -1 \ 2 \ 1) \quad v_2 = (0 \ 0 \ 2 \ -1) \quad v_3 = (0 \ -2 \ 2 \ 1) \quad v_4 = (0 \ -1 \ 2 \ 2).$$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1) Solamente  $v_1$     2) Solamente  $v_2$     3) Solamente  $v_3$     4) Solamente  $v_4$     5) Todos    6) Ninguno

### ■ Ejercicio 3

Calcular una matriz que tenga los siguientes valores y vectores propios:

■  $\lambda_1 = -1$ , con vectores propios  $V_1 = \langle (0 \ 2 \ 1) \rangle$

■  $\lambda_2 = 0$ , con vectores propios  $V_2 = \langle (-1 \ -1 \ 0), (2 \ 5 \ 2) \rangle$

Elegir una de las siguientes opciones:

- 1)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$     2)  $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 0 & -4 & -2 \\ 0 & 6 & 3 \end{pmatrix}$     3)  $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$     4)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 4 & -4 & 6 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$     5)  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

## ■ Ejercicio 4

Diagonalizar la matriz  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4 & -6 & 4 \\ -4 & -6 & 4 \end{pmatrix}$  y seleccionar la opción correcta de las que se ofrecen:

- 1) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-2 \ -2 \ -1)$ .
- 2) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(2 \ -2 \ 2)$ .
- 3) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=0$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ -1)$ .
- 4) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=5$  es valor propio con vector propio  $(0 \ -2 \ 1)$ .
- 5) La matriz es diagonalizable y  $\lambda=-2$  es valor propio con vector propio  $(-1 \ 0 \ -1)$ .
- 6) La matriz no es diagonalizable.

Nota: PARA RESPONDER, LO PRIMERO QUE HAY QUE COMPROBAR ES SI LA MATRIZ ES DIAGONALIZABLE

o no (una matriz es diagonalizable si el número total de vectores propios independientes obtenidos para todos los valores propios es igual al tamaño de la matriz). Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos únicamente dos vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz no sería diagonalizable. Por ejemplo, si una matriz es de tamaño 3 y tiene dos valores propios,  $\lambda=1$  con vectores propios  $\langle(1,1,-1), (0,1,1)\rangle$  y  $\lambda=3$  con vectores propios  $\langle(1,0,1)\rangle$ , tendríamos tres vectores propios independientes (esto es,  $(1,1,-1)$ ,  $(0,1,1)$  y  $(1,0,1)$ ) y la matriz sí sería diagonalizable. Recuérdese además que para cada valor propio tenemos infinitos vectores propios. Así por ejemplo, si los vectores propios para un cierto valor propio están dados por  $\langle(2,1)\rangle$ , los vectores propios serán no solamente  $(2,1)$  sino que además también lo serían todas sus combinaciones lineales (como  $(4,2)=2(2,1)$ ,  $(6,3)=3(2,1)$ , etc.).

## ■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja se divide la población de hembras en dos grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas dos clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	1.
Grupo 2	0.	3

Cuál es la tendencia de futuro para esta explotación

- |  |                    |                    |
|--|--------------------|--------------------|
| 1) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 37.7964 % | Grupo 2: 62.2036 % |
| 2) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 71.6921 % | Grupo 2: 28.3079 % |
| 3) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 71.6921 % | Grupo 2: 28.3079 % |
| 4) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 78.475 %  | Grupo 2: 21.525 %  |
| 5) Tendencia a anularse y porcentajes                | Grupo 1: 65.0433 % | Grupo 2: 34.9567 % |
| 6) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 65.0433 % | Grupo 2: 34.9567 % |
| 7) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 37.7964 % | Grupo 2: 62.2036 % |
| 8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes | Grupo 1: 78.475 %  | Grupo 2: 21.525 %  |

## ■ Ejercicio 6

Cierta especie de insecto tiene dos fases de desarrollo, huevo y adulto. Cada mes, sabemos que:

- \* El 20% de los huevos pasan a adulto.
- \* El 40% de los huevos mueren.
- \* El 80% de los adultos mueren.
- \* Cada adulto pone 80 huevos.

Estudiar la tendencia de futuro para este problema y los porcentajes en el futuro de adultos y huevos.

1) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 4.87656 % Adultos: 95.1234 %
2) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 39.0388 % Adultos: 60.9612 %
3) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 4.87656 % Adultos: 95.1234 %
4) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 71.9224 % Adultos: 28.0776 %
5) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 39.0388 % Adultos: 60.9612 %
6) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 95.3502 % Adultos: 4.64981 %
7) Tendencia a anularse y porcentajes	Huevos: 71.9224 % Adultos: 28.0776 %
8) Tendencia de crecimiento indefinido y porcentajes	Huevos: 95.3502 % Adultos: 4.64981 %

## ■ Ejercicio 7

El grado de cierta titulación se imparte en 2 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2
100 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 14 años.

- 1) Alumnos en el curso 1:  $\frac{1321}{10} = 132.1$
- 2) Alumnos en el curso 1:  $\frac{263}{2} = 131.5$
- 3) Alumnos en el curso 1:  $\frac{157\,486\,033\,989}{12\,800\,000} = 12303.6$
- 4) Alumnos en el curso 1: 116
- 5) Alumnos en el curso 1: 109
- 6) Alumnos en el curso 1:  $\frac{22\,876\,792\,454\,961}{1\,000\,000\,000\,000} = 22.8768$
- 7) Alumnos en el curso 1: 90
- 8) Alumnos en el curso 1:  $\frac{1223}{10} = 122.3$

## ■ Ejercicio 8

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0.7
Grupo 2	0.1	3.9
Grupo 3	0	4.8

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Para la explotación de la granja deseamos vender individuos de cada uno de los grupos. Deseamos que el porcentaje de ventas para cada clase este fijado según se indica en la siguiente tabla a excepción de la clase 2 cuyo porcentaje podemos variar:

Grupo 1	0.3
Grupo 2	h
Grupo 3	0.2

¿Qué porcentaje debemos seleccionar para la clase 2 si deseamos alcanzar una explotación duradera?

- 1) No es posible alcanzar la explotación duradera.
- 2) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 36.5482%.
- 3) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 25.2094%.
- 4) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 14.966%.
- 5) La explotación duradera se alcanza para un porcentaje del 9.11776%.