

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 5722040

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 1 \\ -1 & ? & -2 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & -4 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 1 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -3 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 2 \\ -1 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 2 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 2 \ 2 \ -2)$, $(1 \ 1 \ 1 \ 2)$, $(-2 \ 1 \ -1 \ -1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(8 \ 5 \ 3)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ -2 \ 1)$, $(-2 \ 1 \ -1)$, $(1 \ 1 \ 2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 13 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	3
Grupo 2	0.7	5
Grupo 3	0.1	0
Grupo 4	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
53	20	79	21

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 4 pasados 5 meses

- 1) El número de individuos en la clase 4 es: 34
- 2) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{177}{2} = 88.5$
- 3) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{128}{3} = 42.6667$
- 4) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{159}{2} = 79.5$
- 5) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{79}{10} = 7.9$
- 6) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 7) El número de individuos en la clase 4 es: 76
- 8) El número de individuos en la clase 4 es: 0

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	80%
Fase 2	20%	70%
Fase 3	10%	80%
Fase 4	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1800 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
2	16	17	3

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9008}{5} = 1801.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{153}{10} = 15.3.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18006}{5} = 3601.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{68}{5} = 13.6.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9009}{5} = 1801.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{119}{10} = 11.9.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18006}{5} = 3601.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{119}{10} = 11.9.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1251001}{50} = 25020. \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{353}{100} = 3.53.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12511}{50} = 250.22 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{353}{100} = 3.53.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18006}{5} = 3601.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{5} = 3.4.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{271}{5} = 54.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{129}{10} = 12.9.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	100%	0%	0%	0%
al pant. 2	0%	60%	10%	0%
al pant. 3	0%	0%	60%	0%
al pant. 4	0%	30%	20%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
10%	20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
4Hm ³	2Hm ³	4Hm ³	2Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: 4
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{48}{25} = 1.92$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{8}{5} = 1.6$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{31}{25} = 1.24$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{16}{25} = 0.64$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{11}{5} = 2.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
300 alumnos	400 alumnos	400 alumnos	350 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{4133}{10} = 413.3$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{375}{2} = 187.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{805}{2} = 402.5$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 3: } 280$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{2069}{5} = 413.8$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 3: } 415$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 3: } 304$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{4083}{10} = 408.3$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	11K	2K	14K
Pienso marca 2	3K	0K	4K
Pienso marca 3	12K	1K	16K
Pienso marca 4	14K	1K	19K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
38K	2K	51K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 6.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3$$

$$8x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 8x_5 = -4$$

$$-2x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 - x_5 = 5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -18 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 5723455

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & 1 & -1 & -2 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -2 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & -3 & ? & 1 \\ 0 & -2 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 0 \\ 0 & ? & -2 & 1 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 1 & -5 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(1 \ 1 \ 2 \ -2 \ 0), (-2 \ -2 \ 2 \ -4 \ -4), (2 \ 0 \ 2 \ -1 \ 1),$$

$$(-1 \ -1 \ 1 \ -2 \ -2), (0 \ 2 \ 0 \ 2 \ -2), (-3 \ -1 \ -1 \ -1 \ -3),$$

son independientes?

$$1) \ 1 \quad 2) \ 2 \quad 3) \ 3 \quad 4) \ 4 \quad 5) \ 5 \quad 6) \ 6$$

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(0 \ 3 \ 5 \ -7)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-2 \ 0 \ 0 \ 0), (0 \ 2 \ 0 \ 2), (-1 \ 1 \ -2 \ -2), (-3 \ 3 \ -2 \ 0), (2 \ -2 \ 0 \ -1), (-2 \ 2 \ 0 \ 2),$$

$$1) \ \text{Si} \quad 2) \ \text{No}$$

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & -1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	1
Grupo 2	0.1	6
Grupo 3	0.2	6
Grupo 4	0.4	5
Grupo 5	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
54	62	48	8	86

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 4 meses

1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{121}{2} = 60.5$

2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{301}{3} = 100.333$

3) El número de individuos en la clase 1 es: 98

4) El número de individuos en la clase 1 es: 76

5) El número de individuos en la clase 1 es: 754

6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{251}{3} = 83.6667$

7) El número de individuos en la clase 1 es: 90

8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{149}{5} = 29.8$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	60%
Fase 2	30%	50%
Fase 3	10%	70%
Fase 4	0%	100%
Fase 5	10%	60%
Fase 6	90%	0%

Además, los individuos en las últimas 3 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5	Fase 6
800	1200	1500

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
1	17	7	3	8	16

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8754}{5} = 1750.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{52504}{5} = 10500.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{7}{10} = 0.7.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{26253}{5} = 5250.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{5} = 4.2.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{17509}{10} = 1750.9 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 36 000 y en la fase 3 el número es de $\frac{99}{10} = 9.9$.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{17503}{5} = 3500.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{17504}{5} = 3500.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{7}{2} = 3.5.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es 560 y en la fase 3 el número es de $\frac{99}{10} = 9.9$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	30%	30%	0%	0%	0%
al pant. 2	10%	50%	10%	0%	0%
al pant. 3	40%	20%	50%	50%	0%
al pant. 4	0%	0%	0%	40%	20%
al pant. 5	0%	0%	40%	10%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
30%	20%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 5. En concreto:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 5.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en el pantano 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
7Hm ³	4Hm ³	9Hm ³	9Hm ³	3Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{9}{2} = 4.5$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: 4
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{43}{10} = 4.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{41}{10} = 4.1$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{267}{50} = 5.34$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{18}{5} = 3.6$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{22}{5} = 4.4$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{78}{25} = 3.12$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 5), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
300 alumnos	100 alumnos	350 alumnos	250 alumnos	150 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{930}{7} = 132.857$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{3251}{10} = 325.1$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{780}{7} = 111.429$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1606}{5} = 321.2$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1623}{5} = 324.6$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } 62$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } 150$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{639}{2} = 319.5$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	25K	17K	7K	29K
harinas vegetales	16K	11K	5K	20K
harinas de pescado	37K	25K	10K	42K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
359K	239K	525K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 17.

- 1) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=5
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$3x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = -4$$

$$2x_2 - 4x_3 - x_4 - 2x_6 = 3$$

$$2x_1 + 5x_2 - 5x_3 + 2x_4 + 5x_5 = -1$$

$$4x_1 - 10x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 6x_5 + 4x_6 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -32 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -32 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 10 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -20 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 6289189

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -2 \\ 1 & ? & 0 & -3 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 2 \\ 2 & ? & 0 & -3 \\ -2 & -2 & ? & 4 \\ -1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 0 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ -1 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -2 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 2 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -2 \ -2 \ 0 \ -1)$, $(0 \ -1 \ -2 \ 0 \ -1)$,
 $(0 \ -2 \ -4 \ 0 \ -2)$, $(0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 2)$, $(0 \ -3 \ -4 \ 0 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(0 \ -4 \ -5 \ 1)$ es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -2 \ -4 \ 2)$, $(0 \ -3 \ -3 \ 0)$, $(0 \ 2 \ 1 \ 1)$, $(0 \ -1 \ -2 \ 1)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3
Grupo 2	0.1	4
Grupo 3	0.6	3
Grupo 4	0.2	6
Grupo 5	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
69	71	49	2	77

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasado 1 año

1) El número de individuos en la clase 1 es: 140

2) El número de individuos en la clase 1 es: 650

3) El número de individuos en la clase 1 es: 84

4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{288}{5} = 57.6$

5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{253}{3} = 84.3333$

6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{107}{3} = 35.6667$

7) El número de individuos en la clase 1 es: 83

8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{62}{3} = 20.6667$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	0%	100%
Fase 2	40%	50%
Fase 3	10%	90%
Fase 4	20%	80%
Fase 5	10%	90%
Fase 6	70%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1300 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
19	7	13	1	4	7

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{13057}{5} = 2611.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 9100 y en la fase 2 el número es de $\frac{197}{10} = 19.7$.

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9807}{5} = 1961.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{49}{10} = 4.9.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3307}{5} = 661.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9826}{5} = 1965.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{28}{5} = 5.6.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3307}{5} = 661.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{5} = 1.4.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6576}{5} = 1315.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es 91 y en la fase 2 el número es de $\frac{197}{10} = 19.7$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	30%	20%	0%
al pant. 2	50%	60%	30%
al pant. 3	0%	10%	60%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
30%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 1. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 1.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
9Hm ³	2Hm ³	2Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{19}{2} = 9.5$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: 9
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{137}{50} = 2.74$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{91}{10} = 9.1$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{93}{10} = 9.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{46}{5} = 9.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: 4
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{23}{5} = 4.6$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
500 alumnos	450 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{5003}{10} = 500.3$

2) Alumnos en el curso 1: 320

3) Alumnos en el curso 1: 80

4) Alumnos en el curso 1: 48

5) Alumnos en el curso 1: 270

6) Alumnos en el curso 1: 400

7) Alumnos en el curso 1: 304

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{5023}{10} = 502.3$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	3K	1K	4K
Pienso marca 2	8K	3K	3K
Pienso marca 3	8K	3K	4K
Pienso marca 4	3K	1K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
49K	18K	30K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 1 sea igual a 2.

1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?

2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?

3) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

4) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?

Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$3x_1 + x_3 - 5x_4 - 5x_5 = 0$$

$$2x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 = -2$$

$$-4x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 8x_5 = 5$$

$$x_1 + x_2 + x_4 - x_5 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 53 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -15 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -15 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 20067616

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 2 \\ 0 & -1 & ? & -2 \\ 0 & 1 & -3 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 2 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ -1 & 1 & ? & -1 \\ -1 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 1 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ -2 & -1 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & 0 & 2 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -2 \ -1 \ 2 \ 0)$, $(0 \ 1 \ 1 \ 2 \ -2)$, $(-1 \ 1 \ 2 \ 2 \ -1)$,
 $(-1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2)$, $(1 \ -1 \ -1 \ 1 \ -2)$, $(0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 0)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-4 \ -5 \ 6 \ -6)$ es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -2 \ 1 \ 0)$, $(1 \ 2 \ 0 \ 0)$, $(0 \ 1 \ 2 \ 1)$, $(-1 \ 1 \ -1 \ -1)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & 2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0.2	3
Grupo 3	0.8	3
Grupo 4	0.3	3
Grupo 5	0.4	0
Grupo 6	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
23	82	28	15	35	85

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 6 pasados 4 meses

1) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{68}{5} = 13.6$

2) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{179}{3} = 59.6667$

3) El número de individuos en la clase 6 es: 34

4) El número de individuos en la clase 6 es: 0

5) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{67}{2} = 33.5$

6) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{82}{3} = 27.3333$

7) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{70}{3} = 23.3333$

8) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{9}{5} = 1.8$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	30%
Fase 2	40%	40%
Fase 3	20%	70%
Fase 4	40%	60%
Fase 5	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 600 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
18	7	8	5	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasados 2 meses?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 75 y en la fase 4 el número es de $\frac{28}{5} = 5.6$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4554}{5} = 910.8$ y en la fase 4 el número es de 1.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3072}{5} = 614.4$ y en la fase 4 el número es de 1.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{687}{10} = 68.7$ y en la fase 4 el número es de $\frac{63}{25} = 2.52$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3054}{5} = 610.8$ y en la fase 4 el número es de $\frac{3}{2} = 1.5$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3054}{5} = 610.8$ y en la fase 4 el número es de $\frac{1}{2} = 0.5$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1581}{5} = 316.2$ y en la fase 4 el número es de $\frac{5}{2} = 2.5$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{12849}{2} = 6424.5$ y en la fase 4 el número es de $\frac{63}{25} = 2.52$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	50%	20%	30%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	0%	50%	10%	10%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	40%	30%	10%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	20%	50%	10%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	40%	60%

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	30%	10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
4Hm ³	5Hm ³	7Hm ³	6Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{51}{10} = 5.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{93}{10} = 9.3$
- 3) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{33}{10} = 3.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{47}{5} = 9.4$
- 5) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{91}{10} = 9.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{46}{5} = 9.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{171}{100} = 1.71$
- 8) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{341}{100} = 3.41$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 5: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
250 alumnos	400 alumnos	50 alumnos	450 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 5: } \frac{1023}{2} = 511.5$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 5: } 325$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 5: } \frac{5079}{10} = 507.9$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 5: } 470$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 5: } \frac{5171}{10} = 517.1$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 5: } 317$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 5: } \frac{1039}{2} = 519.5$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 5: } \frac{2578}{5} = 515.6$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	10K	8K	4K	3K
harinas vegetales	14K	11K	6K	4K
harinas de pescado	5K	5K	2K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
51K	72K	28K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 = -4$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3$$

$$-4x_1 - x_2 - x_3 = 5$$

$$2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 19 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 23 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 8 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 20 \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 20227156

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & -3 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 2 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -2 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -2 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 2 \ -1 \ 2)$, $(1 \ -1 \ 1 \ -2)$, $(-3 \ 2 \ -2 \ 4)$, $(2 \ 0 \ 1 \ -2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(4 \ -5 \ 8)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ -1 \ 1)$, $(-2 \ 0 \ 1)$, $(-4 \ 0 \ 2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 2 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	1
Grupo 2	0.7	0
Grupo 3	0.6	2
Grupo 4	0.7	2
Grupo 5	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
13	95	94	54	26

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 5 pasada 1 semana

1) El número de individuos en la clase 5 es: 108

2) El número de individuos en la clase 5 es: 99

3) El número de individuos en la clase 5 es: 52

4) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{143}{3} = 47.6667$

5) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{91}{5} = 18.2$

6) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{100}{3} = 33.3333$

7) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{293}{3} = 97.6667$

8) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{189}{5} = 37.8$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	70%
Fase 2	20%	60%
Fase 3	0%	100%
Fase 4	100%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
900	1000

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
15	17	16	12

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5727}{2} = 2863.5 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{48}{5} = 9.6.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5721}{2} = 2860.5 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{48}{5} = 9.6.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3821}{2} = 1910.5$ y en la fase 4 el número es de 6.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1921}{2} = 960.5 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 228 y en la fase 4 el número es de 16.

6) El número de individuos en la fase 1 es 304 y en la fase 4 el número es de $\frac{51}{5} = 10.2$.

7) El número de individuos en la fase 1 es 1912 y en la fase 4 el número es de $\frac{36}{5} = 7.2$.

8) El número de individuos en la fase 1 es 25180 y en la fase 4 el número es de $\frac{51}{5} = 10.2$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	20%	60%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	30%	50%	0%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	50%	10%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	40%	30%

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
20%	20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 4. En concreto:

○ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 4.

○ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
7Hm ³	6Hm ³	8Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: 6
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{32}{5} = 6.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{13}{2} = 6.5$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{53}{10} = 5.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{281}{50} = 5.62$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{63}{10} = 6.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{41}{5} = 8.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el último curso de estudios (curso 4), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
50 alumnos	450 alumnos	100 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 4: 175

2) Alumnos en el curso 4: 220

3) Alumnos en el curso 4: 255

4) Alumnos en el curso 4: $\frac{2648}{5} = 529.6$

5) Alumnos en el curso 4: $\frac{395}{2} = 197.5$

6) Alumnos en el curso 4: $\frac{2664}{5} = 532.8$

7) Alumnos en el curso 4: 505

8) Alumnos en el curso 4: $\frac{2643}{5} = 528.6$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	5K	2K	7K	6K
harinas vegetales	3K	1K	4K	3K
harinas de pescado	7K	2K	8K	7K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
53K	29K	66K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 13.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=5, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$6x_1 + 5x_2 + x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3$$

$$5x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 + x_4 + 5x_5 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -27 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 20 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -26 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 20616014

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & 2 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 1 & -1 & ? & 1 \\ 0 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 5 & -1 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 2 \\ 0 & -1 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ 0 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ -2 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -2 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 1 \ 2 \ -1 \ 0)$, $(2 \ -1 \ -1 \ 0 \ 0)$, $(1 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0)$, $(2 \ 2 \ -2 \ 0 \ -2)$, $(-1 \ -2 \ 3 \ -1 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(4 \ 6 \ -3 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 0 \ -1 \ 0)$, $(-2 \ 4 \ 2 \ 0)$, $(-1 \ 4 \ 3 \ 0)$, $(0 \ 2 \ 2 \ 0)$, $(-1 \ 2 \ 1 \ 0)$, $(0 \ 4 \ 4 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -11 & -5 \\ 9 & -12 & -6 \\ 14 & -17 & -8 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3
Grupo 2	0.3	1
Grupo 3	0.6	6
Grupo 4	0.6	1
Grupo 5	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
97	37	97	5	29

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 4 meses

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 37
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 109
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: 71
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: 85
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{111}{10} = 11.1$
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 97
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{291}{10} = 29.1$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{1}{2} = 0.5$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	40%
Fase 2	30%	60%
Fase 3	10%	80%
Fase 4	20%	70%
Fase 5	70%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
800	1700

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
1	2	2	11	14

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{25\ 007}{10} = 2500.7 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{4}{5} = 0.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18\ 753}{5} = 3750.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{4}{5} = 0.8.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{25\ 007}{10} = 2500.7 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12\ 504}{5} = 2500.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{1}{5} = 0.2.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{163\ 002}{5} = 32\ 600.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{7}{5} = 1.4.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{25\ 009}{10} = 2500.9 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6253}{5} = 1250.6$ y en la fase 3 el número es de 1.

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1752}{5} = 350.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{7}{5} = 1.4.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	90%	10%	0%	0%	0%
al pant. 2	10%	30%	10%	0%	0%
al pant. 3	0%	10%	70%	40%	0%
al pant. 4	0%	20%	0%	20%	10%
al pant. 5	0%	0%	10%	20%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
10%	10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 4 y 5. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 4 y 5 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 4 y 5.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 4 y 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
8Hm ³	2Hm ³	7Hm ³	6Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{51}{10} = 5.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{36}{5} = 7.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{117}{20} = 5.85$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{134}{25} = 5.36$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{73}{10} = 7.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: 7
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{34}{5} = 6.8$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{213}{50} = 4.26$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 4: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
250 alumnos	100 alumnos	350 alumnos	50 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 4: $\frac{281}{5} = 56.2$

2) Alumnos en el curso 4: $\frac{115}{2} = 57.5$

3) Alumnos en el curso 4: 350

4) Alumnos en el curso 4: $\frac{771}{10} = 77.1$

5) Alumnos en el curso 4: $\frac{333}{5} = 66.6$

6) Alumnos en el curso 4: $\frac{389}{5} = 77.8$

7) Alumnos en el curso 4: 70

8) Alumnos en el curso 4: 67

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	5K	1K	3K
Pienso marca 2	27K	7K	17K
Pienso marca 3	13K	3K	8K
Pienso marca 4	27K	6K	17K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
122K	28K	76K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-3x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -5$$

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 3$$

$$-8x_1 - 6x_2 + 10x_3 + 7x_4 = 1$$

$$-5x_1 - 6x_2 + 9x_3 + 7x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix} \rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ 11 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 21025417

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -3 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 2 & -1 & ? & -2 \\ -4 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ 2 & -2 & ? & -2 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 2 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -5 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -2 & ? & 1 & -1 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -1 \ -2 \ 1 \ 0)$, $(0 \ -2 \ 2 \ 0 \ -1)$, $(2 \ -1 \ 2 \ 0 \ -2)$, $(0 \ 2 \ -1 \ 0 \ -2)$, $(0 \ -4 \ 3 \ 0 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(5 \ -5 \ -5 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ -1 \ 4 \ -2)$, $(2 \ -1 \ -2 \ 1)$, $(-1 \ 1 \ 3 \ 1)$
 , $(-1 \ -2 \ 1 \ -3)$, $(1 \ 0 \ 1 \ 2)$, $(0 \ -2 \ 2 \ -1)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 2 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -4 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 24 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3
Grupo 2	0.6	3
Grupo 3	0.4	3
Grupo 4	0.5	0
Grupo 5	0.4	2
Grupo 6	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
12	46	42	29	97	91

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 6 pasadas 8 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 6 es: 90
- 2) El número de individuos en la clase 6 es: 105
- 3) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{364}{25} = 14.56$
- 4) El número de individuos en la clase 6 es: 0
- 5) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{29}{5} = 5.8$
- 6) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{137}{2} = 68.5$
- 7) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{221}{2} = 110.5$
- 8) El número de individuos en la clase 6 es: $\frac{182}{5} = 36.4$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	70%
Fase 2	30%	70%
Fase 3	10%	90%
Fase 4	40%	50%
Fase 5	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1500 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
6	10	8	8	17

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7518}{5} = 1503.6$ y en la fase 3 el número es de 4.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7524}{5} = 1504.8$ y en la fase 3 el número es de 4.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3774}{5} = 754.8$ y en la fase 3 el número es de $\frac{8}{5} = 1.6$.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1278}{5} = 255.6$ y en la fase 3 el número es de 7.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{127503}{5} = 25500.6$ y en la fase 3 el número es de 7.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3777}{5} = 755.4$ y en la fase 3 el número es de $\frac{8}{5} = 1.6$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{11277}{5} = 2255.4$ y en la fase 3 el número es de $\frac{24}{5} = 4.8$.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3774}{5} = 754.8$ y en la fase 3 el número es de $\frac{36}{5} = 7.2$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	60%	10%	0%	0%	0%
al pant. 2	10%	70%	10%	0%	0%
al pant. 3	20%	10%	50%	10%	0%
al pant. 4	0%	0%	30%	40%	0%
al pant. 5	0%	0%	0%	0%	90%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
30%	30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 4 y 5. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 4 y 5 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 4 y 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
6Hm ³	8Hm ³	2Hm ³	2Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{109}{50} = 2.18$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{28}{25} = 1.12$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{9}{5} = 1.8$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: 2
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{11}{5} = 2.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 5: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
500 alumnos	350 alumnos	350 alumnos	300 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 4: 333

2) Alumnos en el curso 4: 343

3) Alumnos en el curso 4: $\frac{1719}{5} = 343.8$

4) Alumnos en el curso 4: $\frac{3521}{10} = 352.1$

5) Alumnos en el curso 4: 334

6) Alumnos en el curso 4: 440

7) Alumnos en el curso 4: 250

8) Alumnos en el curso 4: $\frac{1728}{5} = 345.6$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	8K	5K	2K	3K
harinas vegetales	11K	6K	3K	4K
harinas de pescado	20K	15K	5K	8K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
58K	76K	160K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 16.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=5, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5$$

$$7x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0$$

$$4x_1 + 2x_2 - x_3 = -3$$

$$-7x_1 - 2x_2 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 26049954

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -7 & 0 & -3 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -2 & -3 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -1 & ? & -2 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 2 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 2 & ? & 0 & -1 \\ -2 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ -2 \ -1 \ 2)$, $(1 \ 1 \ 1 \ 2)$, $(2 \ -1 \ -2 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-3 \ 3 \ -6)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 2 \ -4)$, $(-1 \ 1 \ -2)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0.3	1
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
67	91	81

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 3 pasadas 2 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{273}{10} = 27.3$
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 75
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: 8
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{129}{2} = 64.5$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 3
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 30
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: 81
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{243}{10} = 24.3$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	10%
Fase 2	40%	60%
Fase 3	70%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 2000 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
6	14	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{110\,024}{5} = 22\,004.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{3}{5} = 0.6.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\,021}{5} = 2\,004.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{56}{5} = 11.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5024}{5} = 1\,004.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{42}{5} = 8.4.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\,021}{5} = 2\,004.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{5} = 1.4.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1124}{5} = 224.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{3}{5} = 0.6.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5027}{5} = 1\,005.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{5} = 1.4.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20\,021}{5} = 4\,004.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{63}{5} = 12.6.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5024}{5} = 1\,004.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{49}{5} = 9.8.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	10%	10%	60%
El pantano 2 transvasa:	0%	90%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	30%	50%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
8Hm ³	6Hm ³	5Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{8}{5} = 1.6$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{181}{100} = 1.81$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{8}{25} = 0.32$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{27}{10} = 2.7$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{81}{10} = 8.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{116}{25} = 4.64$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: 8
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{63}{10} = 6.3$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
400 alumnos	400 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

- 1) Alumnos en el curso 1: 216
- 2) Alumnos en el curso 1: 270
- 3) Alumnos en el curso 1: 404
- 4) Alumnos en el curso 1: 220
- 5) Alumnos en el curso 1: $\frac{2004}{5} = 400.8$
- 6) Alumnos en el curso 1: 400
- 7) Alumnos en el curso 1: 360
- 8) Alumnos en el curso 1: 324

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	4K	1K	2K
harinas vegetales	2K	10K	2K	5K
harinas de pescado	1K	7K	0K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
21K	50K	35K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 5) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$10x_1 + 7x_2 - x_3 - 6x_4 = 4$$

$$-x_1 - x_2 - 5x_3 + 3x_4 = 5$$

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 11 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -17 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} 11 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -18 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 26052383

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -3 & 2 \\ 1 & ? & -2 & 0 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ -1 & 2 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ -1 & 2 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & -1 \\ 0 & ? & 2 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -2 \\ -1 & ? & 0 & -2 \\ -1 & 0 & ? & -2 \\ 2 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & -2 & -3 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -1 \ 2 \ -1)$, $(-1 \ 1 \ -1 \ 1)$, $(1 \ 2 \ 2 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(2 \ 8 \ -4)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 1 \ -2)$, $(1 \ -1 \ -2)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	3
Grupo 2	0.4	7
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
46	53	39

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasadas 4 semanas

1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{509}{2} = 254.5$

2) El número de individuos en la clase 2 es: 89

3) El número de individuos en la clase 2 es: 21

4) El número de individuos en la clase 2 es: 65

5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{53}{2} = 26.5$

6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{56}{3} = 18.6667$

7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{40}{3} = 13.3333$

8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{53}{4} = 13.25$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	50%
Fase 2	10%	60%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 2000 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
16	8	12

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{420\ 036}{25}$
 = 16801.4 y en la fase 2 el número es de $\frac{300\ 138}{25} = 12\ 005.5$.
- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{15\ 064}{5} = 3012.8$ y en la fase 2 el número es de $\frac{28}{5} = 5.6$.
- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{10\ 064}{5} = 2012.8$ y en la fase 2 el número es de 4.
- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{15\ 056}{5} = 3011.2$ y en la fase 2 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.
- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{10\ 072}{5} = 2014.4$ y en la fase 2 el número es de $\frac{32}{5} = 6.4$.
- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{10\ 064}{5} = 2012.8$ y en la fase 2 el número es de $\frac{12}{5} = 2.4$.
- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1224}{5} = 244.8$ y en la fase 2 el número es de $\frac{52}{5} = 10.4$.
- El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4236}{25}$
 = 169.44 y en la fase 2 el número es de $\frac{3138}{25} = 125.52$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	60%	10%	0%
al pant. 2	20%	70%	10%
al pant. 3	0%	20%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
6Hm ³	4Hm ³	3Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{26}{5} = 5.2$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{33}{5} = 6.6$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{32}{5} = 6.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: 6
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{63}{10} = 6.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{13}{2} = 6.5$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{61}{10} = 6.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
550 alumnos	250 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1110}{7} = 158.571$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{429}{2} = 214.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1118}{5} = 223.6$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1136}{5} = 227.2$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 3: } 460$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{5653}{49} = 115.367$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1121}{5} = 224.2$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1014}{5} = 202.8$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	3K	1K	0K
harinas vegetales	2K	7K	2K	2K
harinas de pescado	1K	5K	2K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
15K	42K	29K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 16.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-5x_1 - 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 1$$

$$5x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26053969

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -2 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & -2 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ -1 & ? & 4 & 2 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 1 & 3 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 2 & ? & 1 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ -2 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -3 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ -1 & ? & -1 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-4 \ -4 \ -2 \ 4 \ -2)$, $(2 \ 0 \ 0 \ -1 \ -2)$, $(2 \ -1 \ 1 \ 1 \ -1)$, $(-2 \ -2 \ -1 \ 2 \ -1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-7 \ -1 \ -2 \ -7)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ -2 \ -2 \ 1)$, $(-1 \ -1 \ -2 \ 2)$, $(1 \ 0 \ -2 \ 2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ -2 & 6 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \\ -5 & 15 & -3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 30 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0.3	0
Grupo 3	0.1	5
Grupo 4	0.2	3
Grupo 5	0.2	1
Grupo 6	0	3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
70	77	80	19	28	63

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasadas 5 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{77}{10} = 7.7$
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: 139
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: 44
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{82}{3} = 27.3333$
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: 7
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: 133
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: 98
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: 0

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	50%
Fase 2	40%	50%
Fase 3	30%	60%
Fase 4	40%	50%
Fase 5	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1100 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
6	1	20	3	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{611}{5} = 122.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{5}{2} = 2.5.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{8274}{5} = 1654.8$ y en la fase 3 el número es de 18.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5521}{5} = 1104.2$ y en la fase 3 el número es de 6.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2768}{5} = 553.6$ y en la fase 3 el número es de 18.

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{101756}{25} = 4070.24 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es 1650 y en la fase 3 el número es de $\frac{3}{2} = 1.5$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5527}{5} = 1105.4$ y en la fase 3 el número es de 18.

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2047}{50} = 40.94 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	40%	60%	0%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	20%	60%	0%	0%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	40%	0%	50%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	0%	90%	0%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	40%	30%

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
30%	10%	10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 5. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
3Hm ³	6Hm ³	2Hm ³	7Hm ³	3Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{54}{25} = 2.16$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{31}{10} = 3.1$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{17}{5} = 3.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{33}{10} = 3.3$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{16}{5} = 3.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{7}{2} = 3.5$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: 3

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
500 alumnos	250 alumnos	300 alumnos	250 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 1: 510

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{500}{49} = 10.2041$

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{1900}{7} = 271.429$

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{8335}{49} = 170.102$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{14108}{49} = 287.918$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{500}{7} = 71.4286$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{2548}{5} = 509.6$

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{1300}{7} = 185.714$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	8K	5K	2K	4K
harinas vegetales	15K	9K	3K	8K
harinas de pescado	9K	5K	2K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
61K	114K	68K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$\begin{aligned} 2x_1 - 5x_2 - x_3 &= 4 \\ -x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\ -2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 3 \\ x_1 - 3x_2 &= 5 \end{aligned}$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix} \rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26245437

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 1 & ? & -2 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 1 & -3 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ -2 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 1 \\ 1 & ? & -1 & 1 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -2 \\ 1 & ? & -2 & -3 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 0 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 2 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ 2 \ -1 \ -2)$, $(-2 \ -1 \ -1 \ 1)$, $(-4 \ 2 \ -4 \ -2)$, $(-1 \ 2 \ 1 \ -1)$, $(-2 \ 1 \ -2 \ -1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-1 \ -6 \ -4)$ es combinación lineal de la uplas

$(-4 \ 0 \ 2)$, $(2 \ -4 \ -4)$, $(-1 \ -2 \ -1)$, $(-2 \ 0 \ 1)$, $(1 \ -2 \ -2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0
Grupo 2	0.5	1
Grupo 3	0	3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
55	61	40

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 3 meses

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 55
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 49
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{124}{3} = 41.3333$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{61}{2} = 30.5$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 61
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 20
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: 34
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 40

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	60%
Fase 2	10%	30%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1300 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
8	20	10

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6524}{5} = 1304.8$ y en la fase 3 el número es de 7.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6524}{5} = 1304.8$ y en la fase 3 el número es de 3.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3286}{5} = 657.2$ y en la fase 3 el número es de 4.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{227502}{25} = 9100.08$ y en la fase 3 el número es de $\frac{126}{25} = 5.04$.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6536}{5} = 1307.2$ y en la fase 3 el número es de 6.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2277}{25} = 91.08$ y en la fase 3 el número es de $\frac{126}{25} = 5.04$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{654}{5} = 130.8$ y en la fase 3 el número es de 6.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3282}{5} = 656.4$ y en la fase 3 el número es de 3.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	80%	0%	0%
al pant. 2	20%	40%	0%
al pant. 3	0%	60%	100%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 3. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
6Hm ³	6Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{63}{10} = 6.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{32}{5} = 6.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: 6
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{73}{50} = 1.46$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{9}{5} = 1.8$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
300 alumnos	450 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2264}{5} = 452.8$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{4579}{10} = 457.9$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2312}{5} = 462.4$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } 25$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{4549}{10} = 454.9$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } 240$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } 150$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2361}{5} = 472.2$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	5K	2K	4K
Pienso marca 2	38K	18K	33K
Pienso marca 3	15K	7K	13K
Pienso marca 4	10K	4K	8K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
163K	73K	138K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 12.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - x_2 - 5x_3 - 2x_4 = 2$$

$$2x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -13 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -12 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -15 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26251228

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ 3 & ? & -2 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & 0 \\ -1 & ? & -2 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 2 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 1 & 2 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 2 & ? & 2 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 2 & -2 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ 2 & -2 & ? & 1 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & -1 \\ -1 & ? & -2 & 1 \\ 1 & -2 & ? & -1 \\ -1 & 0 & -4 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ -2 \ -2 \ -2 \ 2)$, $(-1 \ -4 \ 0 \ 0 \ 2)$, $(2 \ 2 \ -2 \ -2 \ 0)$, $(2 \ 1 \ -2 \ -2 \ 1)$, $(-1 \ -3 \ 0 \ 0 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-4 \ -8 \ -5 \ -8)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 2 \ -2 \ -2)$, $(1 \ 0 \ 0 \ -2)$, $(-2 \ -1 \ 1 \ 1)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 5 & -2 \\ -1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	4
Grupo 2	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2
54	100

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 1 pasadas 4 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: 1
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: 416
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: 4
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{27}{5} = 5.4$
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: 40
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: 25
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{163}{3} = 54.3333$
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{165}{2} = 82.5$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	90%
Fase 2	10%	20%
Fase 3	0%	100%
Fase 4	10%	40%
Fase 5	40%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
800	1000

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
18	6	9	1	1

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasados 2 meses?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 18 y en la fase 5 el número es de 1.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es 8600 y en la fase 5 el número es de $\frac{22}{5} = 4.4$.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es 18 y en la fase 5 el número es de $\frac{22}{5} = 4.4$.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4563}{5} = 912.6$ y en la fase 5 el número es de $\frac{2}{5} = 0.4$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es 1800 y en la fase 5 el número es de 1.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es 1800 y en la fase 5 el número es de $\frac{2}{5} = 0.4$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es 1800 y en la fase 5 el número es de $\frac{22}{5} = 4.4$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es 1800 y en la fase 5 el número es de 100.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	90%	20%	0%	0%	0%
al pant. 2	0%	30%	20%	0%	0%
al pant. 3	10%	0%	40%	20%	0%
al pant. 4	0%	30%	0%	50%	40%
al pant. 5	0%	0%	10%	0%	40%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
30%	30%	10%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 1. En concreto:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en el pantano 1.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en el pantano 1.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
4Hm ³	1Hm ³	1Hm ³	6Hm ³	2Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{17}{10} = 1.7$

2) Agua almacenada en el pantano 2: 1

3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{7}{5} = 1.4$

4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{11}{10} = 1.1$

5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{13}{10} = 1.3$

6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{1}{5} = 0.2$

7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{3}{2} = 1.5$

8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{6}{5} = 1.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 5: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 10% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
500 alumnos	400 alumnos	50 alumnos	50 alumnos	150 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 2: 406

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{2004}{5} = 400.8$

3) Alumnos en el curso 2: 30

4) Alumnos en el curso 2: 129

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{2008}{5} = 401.6$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{831}{2} = 415.5$

7) Alumnos en el curso 2: 300

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{4061}{10} = 406.1$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	5K	16K	6K
Pienso marca 2	3K	14K	6K
Pienso marca 3	1K	5K	2K
Pienso marca 4	3K	16K	7K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
15K	48K	18K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 3.

- 1) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = -4$$

$$-3x_1 + 5x_2 + x_3 - 5x_4 = 4$$

$$-5x_1 - 6x_2 - x_3 + 4x_4 = 5$$

$$-5x_1 - 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26252168

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 2 & ? & 1 & 0 \\ 0 & -2 & ? & -1 \\ 3 & 3 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 1 \\ -1 & ? & 1 & -2 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 2 \\ 1 & ? & 0 & -1 \\ -1 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 3 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ -1 \ -1 \ -1)$, $(-4 \ -2 \ -2 \ -2)$, $(-1 \ 1 \ 2 \ -1)$, $(1 \ 1 \ 0 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(0 \ 0 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 0 \ -4)$, $(1 \ 0 \ -2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 16 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0
Grupo 2	0.6	7
Grupo 3	0.2	9
Grupo 4	0	5

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
68	26	93	7

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 4 pasados 8 meses

- 1) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{7}{25} = 0.28$
- 2) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{78}{25} = 3.12$
- 3) El número de individuos en la clase 4 es: 23
- 4) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{49}{3} = 16.3333$
- 5) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{7}{5} = 1.4$
- 6) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{49}{2} = 24.5$
- 7) El número de individuos en la clase 4 es: 7
- 8) El número de individuos en la clase 4 es: 63

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	80%
Fase 2	40%	50%
Fase 3	10%	80%
Fase 4	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1600 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
17	20	20	1

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 16 y en la fase 3 el número es de 12.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es 25 600 y en la fase 3 el número es de 9.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es 1600 y en la fase 3 el número es de 1200.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es 1600 y en la fase 3 el número es de 12.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es 256 y en la fase 3 el número es de 9.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{8051}{5} = 1610.2$ y en la fase 3 el número es de 12.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es 1600 y en la fase 3 el número es de 10.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{16\,119}{10} = 1611.9$ y en la fase 3 el número es de 2.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	80%	0%	20%	0%
El pantano 2 transvasa:	10%	60%	0%	30%
El pantano 3 transvasa:	0%	60%	30%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	10%	50%

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 al 4. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 al 4 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 2 al 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
9Hm ³	8Hm ³	4Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{42}{5} = 8.4$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: 8
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{81}{10} = 8.1$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{153}{25} = 6.12$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{36}{5} = 7.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{83}{10} = 8.3$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{43}{5} = 8.6$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{41}{5} = 8.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el último curso de estudios (curso 4), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
400 alumnos	400 alumnos	150 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{809}{10} = 80.9$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } 80$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{127}{2} = 63.5$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } 168$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{306}{5} = 61.2$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{411}{5} = 82.2$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{701}{10} = 70.1$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{369}{5} = 73.8$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	11K	16K	5K
Pienso marca 2	20K	28K	9K
Pienso marca 3	38K	53K	17K
Pienso marca 4	9K	12K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
183K	253K	82K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = -2$$

$$3x_1 + x_2 + 8x_3 + x_4 = 2$$

$$x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 3x_4 + x_5 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -31 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 26256830

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -2 & 2 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 0 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ -3 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ 2 & 4 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 2 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 2 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 0 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -3 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ -1 \ 2 \ 2)$, $(0 \ 0 \ -1 \ -2)$, $(1 \ 1 \ 0 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(1 \ 6 \ -1)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ -1 \ 0)$, $(2 \ 0 \ 1)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -11 & 7 \\ -8 & 5 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 11 & -26 \\ 3 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 & -76 \\ 24 & -57 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.8	1
Grupo 2	0.7	3
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
86	12	37

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 5 meses

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: 122
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: 115
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: 27
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{93}{2} = 46.5$
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{386}{5} = 77.2$
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: 61
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: 113
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{47}{2} = 23.5$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	90%
Fase 2	0%	100%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 700 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
12	18	16

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es 11200 y en la fase 3 el número es de 18.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7036}{5} = 1407.2$ y en la fase 3 el número es de $\frac{32}{5} = 6.4$.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3542}{5} = 708.4$ y en la fase 3 el número es de $\frac{8}{5} = 1.6$.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3548}{5} = 709.6$ y en la fase 3 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3554}{5} = 710.8$ y en la fase 3 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3548}{5} = 709.6$ y en la fase 3 el número es de $\frac{64}{5} = 12.8$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5286}{5} = 1057.2$ y en la fase 3 el número es de $\frac{24}{5} = 4.8$.

8) El número de individuos en la fase 1 es 112 y en la fase 3 el número es de 18.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	60%	30%	0%
al pant. 2	10%	40%	10%
al pant. 3	30%	10%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 y 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 y 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 2 y 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
9Hm ³	8Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{179}{50} = 3.58$

2) Agua almacenada en el pantano 3: 5

3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{781}{100} = 7.81$

4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{36}{5} = 7.2$

5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{73}{10} = 7.3$

6) Agua almacenada en el pantano 3: 7

7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{15}{2} = 7.5$

8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{37}{5} = 7.4$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
150 alumnos	350 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{725}{2} = 362.5$

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{3529}{10} = 352.9$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{1802}{5} = 360.4$

4) Alumnos en el curso 2: 160

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{1793}{5} = 358.6$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{1762}{5} = 352.4$

7) Alumnos en el curso 2: 56

8) Alumnos en el curso 2: 130

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	10K	4K	7K
Pienso marca 2	9K	3K	4K
Pienso marca 3	7K	3K	5K
Pienso marca 4	5K	2K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
118K	47K	80K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 15.

- 1) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-3x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 8$$

$$13x_1 + 8x_2 + 3x_4 = 4$$

$$8x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} 37 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 14 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -40 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 34 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 18 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -40 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 36 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 16 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 63 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26257855

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -3 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -3 & ? & 2 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & 1 \\ 0 & ? & -3 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -3 & 1 \\ 1 & ? & -1 & -2 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -3 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(-2 \ 1 \ 0 \ 2 \ 1), (-3 \ 0 \ 0 \ 2 \ -1), (2 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0),$$

$$(-1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 2), (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 2), (-4 \ 0 \ -1 \ 2 \ 1),$$

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(8 \ -4 \ 0 \ -8)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-4 \ 2 \ 0 \ 4), (-2 \ 1 \ 0 \ 2),$$

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 años . Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	1
Grupo 2	0.7	5
Grupo 3	0.7	9
Grupo 4	0.5	0
Grupo 5	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
94	80	79	63	35

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 5 pasados 2 años

1) El número de individuos en la clase 5 es: 39

2) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{553}{20} = 27.65$

3) El número de individuos en la clase 5 es: 0

4) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{35}{2} = 17.5$

5) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{35}{4} = 8.75$

6) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{57}{2} = 28.5$

7) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{131}{3} = 43.6667$

8) El número de individuos en la clase 5 es: 13

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	0%	100%
Fase 2	20%	30%
Fase 3	30%	60%
Fase 4	30%	40%
Fase 5	20%	80%
Fase 6	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 700 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
11	6	7	19	2	20

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3544}{5} = 708.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 1120 y en la fase 2 el número es de 14 007.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{56}{5} = 11.2$ y en la fase 2 el número es de 147.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3533}{5} = 706.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 140 y en la fase 2 el número es de 14.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7077}{10} = 707.7 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3544}{5} = 708.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1783}{5} = 356.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	30%	10%	0%
al pant. 2	20%	60%	50%
al pant. 3	40%	30%	30%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 1. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 1.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
7Hm ³	9Hm ³	3Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{37}{5} = 7.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{47}{5} = 9.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{93}{10} = 9.3$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{91}{10} = 9.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{719}{100} = 7.19$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{249}{50} = 4.98$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{46}{5} = 9.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 2 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
550 alumnos	500 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{657}{2} = 328.5$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{3131}{10} = 313.1$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 3: } 264$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1501}{5} = 300.2$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 3: } 275$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{3197}{10} = 319.7$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1594}{5} = 318.8$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{3309}{10} = 330.9$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	2K	1K	1K
Pienso marca 2	4K	2K	3K
Pienso marca 3	5K	2K	5K
Pienso marca 4	3K	1K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
17K	6K	6K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 6.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 1$$

$$-x_1 - x_2 - 4x_3 - 3x_4 - 4x_5 = -4$$

$$x_1 + 2x_2 + 7x_3 + x_4 - x_5 = -1$$

$$2x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 - 8x_5 = -4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 35 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 53 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -42 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -12 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 52 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ -38 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 26258884

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 2 & ? & -1 \\ 0 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & -2 \\ 1 & ? & -2 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ 0 & ? & -2 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -2 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ -2 \ 1 \ -2)$, $(1 \ 0 \ -1 \ 2)$, $(-3 \ -1 \ 2 \ -2)$, $(-2 \ -1 \ 1 \ 0)$, $(0 \ -1 \ 0 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(9 \ 6 \ -4)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ -2 \ -2)$, $(-2 \ -4 \ -4)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 10 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2
Grupo 2	0	3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
82	86

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 10 meses

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{15}{2} = 7.5$
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{211}{5} = 42.2$
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: 44
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{46}{3} = 15.3333$
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{43}{50} = 0.86$
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{82}{5} = 16.4$
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{43}{5} = 8.6$
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: 101

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	0%	100%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	50%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 900 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
4	15	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{315}{2} = 157.5 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{239}{20} = 11.95.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 15750 y en la fase 3 el número es de $\frac{239}{20} = 11.95$.

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4516}{5} = 903.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{44}{5} = 8.8.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2268}{5} = 453.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{33}{10} = 3.3.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 99 y en la fase 3 el número es de $\frac{35}{2} = 17.5$.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4514}{5} = 902.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{11}{2} = 5.5.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2266}{5} = 453.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{33}{5} = 6.6.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6762}{5} = 1352.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{22}{5} = 4.4.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	80%	10%	10%
El pantano 2 transvasa:	30%	50%	10%
El pantano 3 transvasa:	0%	60%	40%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
6Hm ³	4Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{19}{2} = 9.5$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{46}{5} = 9.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{47}{5} = 9.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{37}{10} = 3.7$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: 9
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{51}{10} = 5.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{91}{10} = 9.1$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{249}{100} = 2.49$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
400 alumnos	250 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 3: $\frac{481}{2} = 240.5$

2) Alumnos en el curso 3: 264

3) Alumnos en el curso 3: $\frac{2529}{10} = 252.9$

4) Alumnos en el curso 3: $\frac{2619}{10} = 261.9$

5) Alumnos en el curso 3: $\frac{2673}{10} = 267.3$

6) Alumnos en el curso 3: $\frac{315}{2} = 157.5$

7) Alumnos en el curso 3: 225

8) Alumnos en el curso 3: 200

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	6K	5K	3K
Pienso marca 2	31K	39K	9K
Pienso marca 3	7K	9K	2K
Pienso marca 4	13K	16K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
152K	182K	49K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 12.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-4x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0$$

$$8x_1 + 3x_3 - 7x_4 = -2$$

$$-4x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -12 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 28 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -11 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -12 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 27 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26259101

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 2 & ? & -1 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 2 \\ -3 & ? & 1 & -4 \\ 2 & -1 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -3 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 2 & -3 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 2 & ? & 3 & 2 \\ -2 & 0 & ? & -2 \\ 2 & -1 & 2 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ 2 \ 2 \ 2)$, $(-2 \ 0 \ -2 \ 1)$, $(2 \ 0 \ 2 \ 1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-2 \ 0 \ -2)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 0 \ 2)$, $(4 \ 0 \ 4)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}^{-1} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	4
Grupo 2	0	4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
70	92

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 8 meses

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: 14
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{17}{2} = 8.5$
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{23}{25} = 0.92$
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: 28
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{46}{5} = 9.2$
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{113}{2} = 56.5$
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{324}{5} = 64.8$
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{95}{3} = 31.6667$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	20%
Fase 2	20%	70%
Fase 3	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 700 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
9	7	17

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3527}{5} = 705.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{5} = 3.4.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1777}{5} = 355.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{2} = 8.5.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1253}{10} = 125.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{83}{10} = 8.3.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7027}{5} = 1405.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{10} = 1.7.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1786}{5} = 357.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{5} = 3.4.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{14081}{10} = 1408.1 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{10} = 1.7.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{119063}{10} = 11906.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{83}{10} = 8.3.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7027}{5} = 1405.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{2} = 8.5.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	50%	20%	0%
al pant. 2	0%	70%	10%
al pant. 3	40%	10%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
30%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
7Hm ³	5Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{93}{10} = 9.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{851}{100} = 8.51$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{293}{100} = 2.93$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{46}{5} = 9.2$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{39}{5} = 7.8$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: 9
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: 5
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{91}{10} = 9.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
300 alumnos	400 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

- 1) Alumnos en el curso 3: 276
- 2) Alumnos en el curso 3: $\frac{3183}{10} = 318.3$
- 3) Alumnos en el curso 3: $\frac{3041}{10} = 304.1$
- 4) Alumnos en el curso 3: $\frac{3213}{10} = 321.3$
- 5) Alumnos en el curso 3: $\frac{3033}{10} = 303.3$
- 6) Alumnos en el curso 3: $\frac{1501}{5} = 300.2$
- 7) Alumnos en el curso 3: 310
- 8) Alumnos en el curso 3: 150

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	3K	7K	3K
harinas vegetales	7K	11K	26K	11K
harinas de pescado	7K	9K	22K	10K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
72K	264K	230K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 19.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$6x_1 + 2x_3 + x_4 = 5$$

$$2x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 3$$

$$-4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 12 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 26 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -17 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 23 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -12 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 27 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -11 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 26502686

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & 0 \\ -1 & ? & -3 & 0 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 3 & 0 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & -2 \\ 1 & ? & -1 & 1 \\ -1 & -2 & ? & -1 \\ 1 & 2 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -2 & 2 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ -1 \ 1 \ -1 \ 2)$, $(-2 \ 1 \ -1 \ 2 \ 0)$, $(-2 \ -2 \ 2 \ -1 \ 1)$, $(1 \ -2 \ 0 \ 0 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(7 \ 3 \ 7 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(-3 \ -3 \ 4 \ -1)$, $(-2 \ -2 \ 2 \ -1)$, $(-4 \ -4 \ 4 \ -2)$, $(-1 \ -1 \ 0 \ -1)$, $(1 \ 1 \ -2 \ 0)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -6 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 6 \\ -3 & -3 & 8 \\ -5 & -7 & 15 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 años . Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	2
Grupo 2	0.1	4
Grupo 3	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
77	30	6

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasado 1 año

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: 11
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: 6
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{77}{2} = 38.5$
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{13}{2} = 6.5$
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: 20
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{49}{3} = 16.3333$
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: 5
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: 15

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	70%
Fase 2	30%	30%
Fase 3	20%	30%
Fase 4	40%	60%
Fase 5	100%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
1700	2000

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
15	17	12	20	1

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 3709 y en la fase 5 el número es de $\frac{1}{10} = 0.1$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3727}{2} = 1863.5$ y en la fase 5 el número es de $\frac{4}{5} = 0.8$.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{72003}{2} = 36001.5$ y en la fase 5 el número es de 12.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7403}{2} = 3701.5$ y en la fase 5 el número es de 12.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es 3712 y en la fase 5 el número es de $\frac{1}{2} = 0.5$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es 3712 y en la fase 5 el número es de $\frac{3}{10} = 0.3$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{77}{2} = 38.5$ y en la fase 5 el número es de 12.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es 3709 y en la fase 5 el número es de $\frac{7}{10} = 0.7$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	20%	30%	30%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	40%	40%	0%	10%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	0%	20%	50%	20%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	0%	80%	10%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	70%	20%

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	20%	30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 al 5. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 al 5 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 2 al 5.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 2 al 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
1Hm ³	4Hm ³	4Hm ³	1Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{51}{50} = 1.02$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{63}{50} = 1.26$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: 4
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{41}{10} = 4.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: 1
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{54}{25} = 2.16$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{3}{10} = 0.3$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
50 alumnos	50 alumnos	250 alumnos	200 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{407}{5} = 81.4$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } 770$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{337}{5} = 67.4$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{431}{5} = 86.2$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } 80$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{733}{10} = 73.3$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{709}{10} = 70.9$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } 50$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	1K	3K	2K
Pienso marca 2	4K	3K	10K
Pienso marca 3	2K	2K	5K
Pienso marca 4	5K	4K	13K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
49K	44K	124K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=5
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-5x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = -5$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 12x_4 = -2$$

$$-7x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 8x_4 = -2$$

$$x_1 - x_2 - x_3 + 3x_4 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -15 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 11 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 14 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26509005

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -2 \\ -1 & ? & 0 & 3 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -2 & 1 & ? & 3 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 2 & ? & -3 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -3 & 5 \\ -1 & ? & 2 & -3 \\ 0 & 1 & ? & -3 \\ 0 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ -1 \ -2 \ 2)$, $(-2 \ 0 \ 1 \ 0)$, $(-2 \ -2 \ 1 \ 2)$, $(-4 \ -2 \ 2 \ 2)$, $(1 \ 0 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-2 \ -2 \ 2)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 2 \ -2)$, $(-1 \ 1 \ 0)$, $(-3 \ -1 \ 2)$, $(1 \ 3 \ -2)$, $(-2 \ 2 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	2
Grupo 2	0.5	3
Grupo 3	0.4	2
Grupo 4	0.4	1
Grupo 5	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
87	30	69	17	61

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 5 pasadas 2 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 5 es: 61
- 2) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{244}{25} = 9.76$
- 3) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{40}{3} = 13.3333$
- 4) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{276}{25} = 11.04$
- 5) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{26}{3} = 8.66667$
- 6) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{122}{5} = 24.4$
- 7) El número de individuos en la clase 5 es: 17
- 8) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{215}{2} = 107.5$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	90%
Fase 2	30%	40%
Fase 3	20%	40%
Fase 4	100%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
300	1600

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
15	17	17	16

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5727}{2} = 2863.5 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{51}{5} = 10.2.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 304 y en la fase 2 el número es de $\frac{93}{5} = 18.6$.

3) El número de individuos en la fase 1 es 1909 y en la fase 2 el número es de $\frac{34}{5} = 6.8$.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$14960 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{1381779}{50} = 27635.6.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{646}{5}$

$$= 129.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{13959}{50} = 279.18.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3827}{2} = 1913.5 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{17}{5} = 3.4.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es 1909 y en la fase 2 el número es de $\frac{17}{2} = 8.5$.

8) El número de individuos en la fase 1 es 3809 y en la fase 2 el número es de $\frac{68}{5} = 13.6$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	40%	60%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	60%	20%	0%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	40%	40%	10%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	40%	40%

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 1. En concreto:

○ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en el pantano 1.

○ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 1.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
7Hm ³	7Hm ³	9Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{71}{100} = 0.71$

2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{37}{5} = 7.4$

3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{36}{5} = 7.2$

4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{291}{100} = 2.91$

5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{71}{10} = 7.1$

6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{43}{10} = 4.3$

7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{8}{5} = 1.6$

8) Agua almacenada en el pantano 4: 7

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 4: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
500 alumnos	450 alumnos	50 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{3031}{10} = 303.1$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{3133}{10} = 313.3$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1536}{5} = 307.2$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } 323$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1641}{5} = 328.2$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{643}{2} = 321.5$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } 80$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{641}{2} = 320.5$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	10K	4K	3K
Pienso marca 2	1K	1K	1K
Pienso marca 3	2K	1K	0K
Pienso marca 4	5K	2K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
17K	8K	8K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 5.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-8x_2 - 6x_3 - 6x_4 - 8x_5 = 4$$

$$-4x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$4x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26509441

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & 1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & -2 & -3 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -2 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -2 & ? & 0 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-3 \ 0 \ 3 \ -3 \ 1)$, $(-3 \ 2 \ 3 \ -1 \ 0)$, $(-1 \ 0 \ 2 \ -2 \ 2)$,
 $(-2 \ 0 \ 1 \ -1 \ -1)$, $(-2 \ 1 \ 2 \ 1 \ 1)$, $(-1 \ 1 \ 1 \ -2 \ -1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(1 \ -3 \ 9 \ 7)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ -2 \ 2 \ 2)$, $(-3 \ 2 \ 1 \ 0)$, $(1 \ -1 \ 1 \ 1)$, $(-4 \ 2 \ 4 \ 2)$, $(-2 \ 1 \ 2 \ 1)$, $(-1 \ 0 \ 3 \ 2)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	3
Grupo 2	0.2	7
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
41	60	83

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 2 meses

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: 92
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{101}{5} = 20.2$
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: 543
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: 6
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: 89
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: 93
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: 57
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: 45

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	80%
Fase 2	10%	20%
Fase 3	10%	30%
Fase 4	20%	60%
Fase 5	100%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
500	1000

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
7	8	4	8	1

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\ 063}{10} = 1506.3 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 1500 y en la fase 4 el número es de $\frac{14}{5} = 2.8$.

3) El número de individuos en la fase 1 es 5000 y en la fase 4 el número es de $\frac{14}{5} = 2.8$.

4) El número de individuos en la fase 1 es 15 y en la fase 4 el número es de $\frac{14}{5} = 2.8$.

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\ 049}{10} = 1504.9 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{28}{5} = 5.6.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{22\ 549}{10} = 2254.9 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7521}{5} = 1504.2 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{32}{5} = 6.4.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7521}{5} = 1504.2 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{28}{5} = 5.6.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	90%	0%	0%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	20%	50%	0%	10%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	30%	60%	0%	10%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	10%	60%	10%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	0%	100%

Por otro lado, los pantanos 3 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en ellos mismos según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
8Hm ³	9Hm ³	6Hm ³	6Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{229}{100} = 2.29$
- 3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{33}{10} = 3.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{31}{10} = 3.1$
- 5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{63}{10} = 6.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{37}{20} = 1.85$
- 7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 8) Agua almacenada en el pantano 4: 6

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
450 alumnos	200 alumnos	100 alumnos	500 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2518}{5} = 503.6$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2583}{5} = 516.6$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } 110$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{805}{2} = 402.5$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } 125$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{5279}{10} = 527.9$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{5253}{10} = 525.3$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1017}{2} = 508.5$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	6K	3K	2K
Pienso marca 2	13K	7K	4K
Pienso marca 3	10K	6K	3K
Pienso marca 4	8K	4K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
80K	41K	27K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 5$$

$$-x_1 - 2x_2 - x_4 = 3$$

$$-5x_1 + 7x_2 - 3x_3 + x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 16 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -72 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 11 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 55 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 15 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 36 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26509957

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & -2 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 1 & -2 \\ 0 & 2 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 1 \\ 1 & ? & -1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(-2 \ 1 \ 2 \ 2), (0 \ 2 \ 2 \ -2), (-1 \ -1 \ -1 \ -2),$$

son independientes?

$$1) \ 1 \quad 2) \ 2 \quad 3) \ 3$$

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-6 \ -2 \ -3)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-1 \ -1 \ -1), (-2 \ -2 \ -2),$$

$$1) \ \text{Si} \quad 2) \ \text{No}$$

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 2 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0	4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
69	52

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasado 1 mes

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: 208
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: 6
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: 114
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{69}{10} = 6.9$
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{169}{2} = 84.5$
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: 115
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: 73
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{68}{3} = 22.6667$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	70%
Fase 2	0%	100%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1200 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
9	20	15

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 24 000 y en la fase 3 el número es de $\frac{63}{10} = 6.3$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es 180 y en la fase 3 el número es de 20.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{18\ 063}{10} = 1806.3$ y en la fase 3 el número es de 9.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es 240 y en la fase 3 el número es de $\frac{63}{10} = 6.3$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{12\ 081}{10} = 1208.1$ y en la fase 3 el número es de 3.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{12\ 027}{5} = 2405.4$ y en la fase 3 el número es de 6.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6036}{5} = 1207.2$ y en la fase 3 el número es de 3.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6027}{5} = 1205.4$ y en la fase 3 el número es de $\frac{15}{2} = 7.5$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	30%	50%	0%
al pant. 2	10%	50%	10%
al pant. 3	30%	0%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
30%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
8Hm ³	3Hm ³	3Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{47}{10} = 4.7$

2) Agua almacenada en el pantano 1: 5

3) Agua almacenada en el pantano 1: 8

4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{151}{50} = 3.02$

5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{167}{50} = 3.34$

6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{313}{100} = 3.13$

7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{41}{5} = 8.2$

8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{81}{10} = 8.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
100 alumnos	300 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{1551}{5} = 310.2$

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{1641}{5} = 328.2$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{3189}{10} = 318.9$

4) Alumnos en el curso 2: 255

5) Alumnos en el curso 2: 66

6) Alumnos en el curso 2: 108

7) Alumnos en el curso 2: 120

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{1534}{5} = 306.8$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	2K	2K	3K
Pienso marca 2	6K	5K	12K
Pienso marca 3	1K	1K	2K
Pienso marca 4	1K	1K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
22K	21K	46K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=5

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 8$$

$$3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 = -4$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 14 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -23 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26511833

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -3 & 1 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -3 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 0 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ -1 \ -2 \ 2)$, $(0 \ -2 \ 1 \ 0)$, $(-2 \ -2 \ -4 \ 4)$, $(-1 \ 0 \ 1 \ -1)$, $(-1 \ -1 \ 0 \ -1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-4 \ 6 \ 9)$ es combinación lineal de la uplas

$(4 \ 2 \ 0)$, $(2 \ 1 \ 0)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot X - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	1
Grupo 2	0.5	2
Grupo 3	0.1	4
Grupo 4	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
60	44	11	80

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 3 pasadas 5 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{160}{3} = 53.3333$
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 88
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: 96
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{185}{3} = 61.6667$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{101}{3} = 33.6667$
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{11}{2} = 5.5$
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: 22
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 99

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	50%
Fase 2	0%	100%
Fase 3	0%	100%
Fase 4	50%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1900 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
1	13	11	20

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9507}{10} = 950.7$ y en la fase 4 el número es de 14.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{38009}{10} = 3800.9$ y en la fase 4 el número es de 12.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{28503}{5} = 5700.6$ y en la fase 4 el número es de 16.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9503}{5} = 1900.6$ y en la fase 4 el número es de 18.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4753}{5} = 950.6$ y en la fase 4 el número es de 8.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3801}{10} = 380.1$ y en la fase 4 el número es de 21.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{38001}{10} = 3800.1$ y en la fase 4 el número es de 21.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{57009}{10} = 5700.9$ y en la fase 4 el número es de 18.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	80%	10%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	0%	50%	40%	10%
El pantano 3 transvasa:	0%	40%	30%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	30%	70%

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
30%	20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
6Hm ³	1Hm ³	1Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{3}{2} = 1.5$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{91}{100} = 0.91$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{53}{25} = 2.12$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{8}{5} = 1.6$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{6}{5} = 1.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: 1
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{13}{10} = 1.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{7}{5} = 1.4$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
450 alumnos	250 alumnos	250 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 2: 267

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{2507}{10} = 250.7$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{1393}{5} = 278.6$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{341}{2} = 170.5$

5) Alumnos en el curso 2: 108

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{2763}{10} = 276.3$

7) Alumnos en el curso 2: 188

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{503}{2} = 251.5$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	8K	23K	10K	4K
harinas vegetales	2K	6K	3K	1K
harinas de pescado	3K	8K	3K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
85K	24K	29K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 9.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-7x_1 + 3x_2 - 2x_4 + x_5 = 5$$

$$-5x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 3x_5 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -33 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -27 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -18 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -28 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -35 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26513627

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & 1 & 1 & 0 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & -4 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & -4 & ? & 0 \\ 0 & -4 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 1 & ? & -1 & -2 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(-1 \ 0 \ -2 \ 0), (-2 \ 2 \ -1 \ -2), (0 \ -1 \ 2 \ 1),$$

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(2 \ -4 \ 7)$ es combinación lineal de la uplas

$$(2 \ -1 \ 0), (-2 \ 0 \ -2),$$

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0.2	4
Grupo 3	0.4	7
Grupo 4	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
92	21	32	42

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 5 años

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 63
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{39}{2} = 19.5$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{32}{5} = 6.4$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 84
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 50
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: 21
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{155}{2} = 77.5$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	40%
Fase 2	30%	30%
Fase 3	20%	80%
Fase 4	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 300 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
16	14	5	2

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3024}{5} = 604.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{5} = 4.2.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1572}{5} = 314.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{3}{2} = 1.5.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{806}{5} = 161.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{5}{2} = 2.5.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{54}{5} = 10.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{5} = 4.2.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3048}{5} = 609.6$ y en la fase 3 el número es de 3.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1564}{5} = 312.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{3}{2} = 1.5.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{806}{5} = 161.2$ y en la fase 3 el número es de 3.

8) El número de individuos en la fase 1 es 600 y en la fase 3 el número es de $\frac{21}{5} = 4.2$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	10%	20%	0%	0%
al pant. 2	10%	40%	30%	0%
al pant. 3	60%	0%	30%	20%
al pant. 4	0%	40%	20%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
30%	20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 4. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 4 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 4 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
4Hm ³	9Hm ³	8Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{24}{5} = 4.8$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{41}{5} = 8.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{81}{10} = 8.1$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{443}{50} = 8.86$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{31}{10} = 3.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{287}{50} = 5.74$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: 6
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{51}{10} = 5.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
450 alumnos	200 alumnos	200 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{2291}{10} = 229.1$

2) Alumnos en el curso 2: 216

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{415}{2} = 207.5$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{1152}{5} = 230.4$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{451}{2} = 225.5$

6) Alumnos en el curso 2: 315

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{1063}{5} = 212.6$

8) Alumnos en el curso 2: 120

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	10K	3K	5K	5K
harinas vegetales	21K	7K	10K	16K
harinas de pescado	6K	2K	3K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
85K	192K	54K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - 4x_5 = -2$$

$$2x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 15 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 26514456

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ 2 & -3 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 1 & ? & 1 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & 1 & -2 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 2 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ -1 & 1 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 1 & -2 \\ 1 & -1 & ? & 1 \\ -1 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ -2 \ 1 \ 0)$, $(0 \ -2 \ 2 \ -2)$, $(-2 \ -1 \ 0 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(3 \ 8 \ 1)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ -1 \ 0)$, $(2 \ 2 \ -1)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -5 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0
Grupo 2	0.4	4
Grupo 3	0.1	4
Grupo 4	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
8	10	37	41

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 4 pasados 10 meses

1) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{2}{5} = 0.4$

2) El número de individuos en la clase 4 es: 88

3) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{71}{2} = 35.5$

4) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{41}{100} = 0.41$

5) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{41}{10} = 4.1$

6) El número de individuos en la clase 4 es: 61

7) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{230}{3} = 76.6667$

8) El número de individuos en la clase 4 es: 60

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	0%	100%
Fase 2	20%	70%
Fase 3	10%	30%
Fase 4	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 800 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
17	4	18	6

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$4320 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{240\,087}{50} = 4801.74.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12\,153}{10} = 1215.3 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4051}{5} = 810.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{216}{5} = 43.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{2487}{50} = 49.74.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 48 y en la fase 2 el número es de $\frac{87}{5} = 17.4$.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8119}{10} = 811.9 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{8153}{10} = 815.3$ y en la fase 2 el número es de 2.

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8119}{10} = 811.9 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	60%	0%	20%	0%
El pantano 2 transvasa:	30%	60%	0%	10%
El pantano 3 transvasa:	0%	0%	80%	20%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	10%	70%

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 4. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 4 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 4 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
3Hm ³	1Hm ³	9Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{73}{50} = 1.46$
- 2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{13}{10} = 1.3$
- 3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{3}{2} = 1.5$
- 4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{11}{10} = 1.1$
- 5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{7}{5} = 1.4$
- 6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{139}{50} = 2.78$
- 7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{6}{5} = 1.2$
- 8) Agua almacenada en el pantano 4: 1

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 4: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
350 alumnos	350 alumnos	500 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 4: 245

2) Alumnos en el curso 4: $\frac{4727}{10} = 472.7$

3) Alumnos en el curso 4: 500

4) Alumnos en el curso 4: 210

5) Alumnos en el curso 4: $\frac{4747}{10} = 474.7$

6) Alumnos en el curso 4: $\frac{4561}{10} = 456.1$

7) Alumnos en el curso 4: $\frac{929}{2} = 464.5$

8) Alumnos en el curso 4: $\frac{2278}{5} = 455.6$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	5K	4K	10K	19K
harinas vegetales	8K	5K	13K	24K
harinas de pescado	1K	2K	5K	10K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
22K	31K	8K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 5.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-9x_1 + 8x_2 - 3x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 0$$

$$-5x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = -3$$

$$4x_1 - 5x_2 - x_4 + x_5 = -3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 12 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26515229

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 2 & 1 & ? & -1 \\ -1 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 2 & ? & -1 \\ -1 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -2 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ -1 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & -1 \\ 3 & -2 & ? & 2 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 2 \\ 1 & ? & -1 & 1 \\ -1 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(0 \ -1 \ -1 \ -1), \ (-1 \ 0 \ 1 \ -2), \ (-2 \ -1 \ -1 \ -2),$$

son independientes?

$$1) \ 1 \quad 2) \ 2 \quad 3) \ 3$$

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-2 \ 2 \ -9)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-2 \ -1 \ 0), \ (1 \ -2 \ 0), \ (-2 \ -1 \ -1),$$

$$1) \ \text{Si} \quad 2) \ \text{No}$$

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0.4	0
Grupo 3	0.1	5
Grupo 4	0.6	4
Grupo 5	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
13	62	45	94	18

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 2 años

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{36}{5} = 7.2$
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{147}{2} = 73.5$
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{13}{25} = 0.52$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: 3
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{7}{2} = 3.5$
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 0
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: 18
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 64

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	80%
Fase 2	20%	40%
Fase 3	10%	90%
Fase 4	50%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
100	1600

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
19	5	11	19

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8557}{5} = 1711.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{22}{5} = 4.4.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{25633}{10} = 2563.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{11}{10} = 1.1.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3439019}{100} = 34390.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{172}{25} = 6.88.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{36229}{100} = 362.29 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{172}{25} = 6.88.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4326}{5} = 865.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{11}{5} = 2.2.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3249}{10} = 324.9$ y en la fase 3 el número es de 2.

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{17133}{10} = 1713.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{22}{5} = 4.4.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8576}{5} = 1715.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{11}{2} = 5.5.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	30%	20%	0%	0%
al pant. 2	0%	40%	30%	0%
al pant. 3	50%	0%	60%	60%
al pant. 4	0%	20%	0%	40%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 4. En concreto:

○ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 4.

○ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
1Hm ³	8Hm ³	1Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{3}{2} = 1.5$
- 2) Agua almacenada en el pantano 4: 1
- 3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{7}{5} = 1.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{19}{10} = 1.9$
- 5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{9}{10} = 0.9$
- 6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{131}{100} = 1.31$
- 7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{6}{5} = 1.2$
- 8) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{11}{10} = 1.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
450 alumnos	0 alumnos	150 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 3: 45

2) Alumnos en el curso 3: $\frac{758}{5} = 151.6$

3) Alumnos en el curso 3: $\frac{791}{5} = 158.2$

4) Alumnos en el curso 3: $\frac{1513}{10} = 151.3$

5) Alumnos en el curso 3: $\frac{1619}{10} = 161.9$

6) Alumnos en el curso 3: $\frac{319}{2} = 159.5$

7) Alumnos en el curso 3: $\frac{513}{2} = 256.5$

8) Alumnos en el curso 3: $\frac{1589}{10} = 158.9$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	4K	0K	2K
harinas vegetales	2K	10K	2K	5K
harinas de pescado	4K	21K	5K	11K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
22K	55K	118K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-3x_1 - 4x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = -5$$

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = 5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26517184

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 2 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -2 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 2 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 3 & ? & -1 & 2 \\ -4 & 2 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -2 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 0 \ -1 \ 2 \ -2)$, $(-1 \ -2 \ -2 \ -1 \ -1)$,
 $(2 \ -1 \ -2 \ 0 \ -2)$, $(0 \ -2 \ 0 \ 1 \ -1)$, $(-3 \ -2 \ -1 \ -3 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-6 \ 0 \ 3 \ -6)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 0 \ -1 \ 2)$, $(4 \ 0 \ -2 \ 4)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & -1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
75	42

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 6 años

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{191}{3} = 63.6667$
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: 72
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: 35
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{15}{2} = 7.5$
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{3}{4} = 0.75$
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{249}{2} = 124.5$
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{57}{2} = 28.5$
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: 73

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	90%
Fase 2	30%	40%
Fase 3	10%	60%
Fase 4	0%	100%
Fase 5	90%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
200	1300

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
14	4	17	19	6

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7563}{5} = 1512.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{17}{2} = 8.5.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7563}{5} = 1512.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{153}{10} = 15.3.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7563}{5} = 1512.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{51}{10} = 5.1.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7542}{5} = 1508.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{153}{10} = 15.3.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 90 y en la fase 3 el número es de $\frac{67}{10} = 6.7$.

6) El número de individuos en la fase 1 es 11600 y en la fase 3 el número es de $\frac{67}{10} = 6.7$.

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7549}{5} = 1509.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{51}{5} = 10.2.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{11292}{5} = 2258.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{51}{10} = 5.1.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	30%	40%	0%	0%	0%
al pant. 2	0%	30%	30%	0%	0%
al pant. 3	40%	0%	20%	20%	0%
al pant. 4	0%	20%	10%	50%	0%
al pant. 5	0%	0%	20%	0%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	10%	20%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 1. En concreto:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en el pantano 1.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 1.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
3Hm ³	5Hm ³	7Hm ³	7Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{33}{10} = 3.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{17}{5} = 3.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{16}{5} = 3.2$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{86}{25} = 3.44$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{7}{2} = 3.5$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{31}{10} = 3.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{18}{5} = 3.6$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{19}{5} = 3.8$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
300 alumnos	400 alumnos	50 alumnos	0 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 4: $\frac{62}{5} = 12.4$

2) Alumnos en el curso 4: 17

3) Alumnos en el curso 4: $\frac{59}{10} = 5.9$

4) Alumnos en el curso 4: $\frac{57}{2} = 28.5$

5) Alumnos en el curso 4: $\frac{159}{5} = 31.8$

6) Alumnos en el curso 4: 240

7) Alumnos en el curso 4: $\frac{83}{5} = 16.6$

8) Alumnos en el curso 4: $\frac{59}{5} = 11.8$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	0K	2K	3K	1K
harinas vegetales	3K	3K	5K	1K
harinas de pescado	3K	4K	7K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
16K	39K	50K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 13.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 5) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$6x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 5$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 = -1$$

$$-5x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 7x_4 = -4$$

$$3x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -32 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 18 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 26519656

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & -2 \\ 0 & ? & 1 & -4 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ 2 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 1 & -3 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 2 & ? & -2 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(-1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1), (-2 \ -2 \ -2 \ 2 \ -2), (-2 \ 2 \ -2 \ -1 \ 1),$$

$$, (0 \ -2 \ -2 \ 0 \ 1), (0 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1), (-3 \ 3 \ -2 \ -1 \ 2),$$

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-6 \ 3 \ 0 \ 3)$ es combinación lineal de la uplas

$$(0 \ 2 \ 4 \ 2), (2 \ -2 \ -2 \ -2), (0 \ 1 \ 2 \ 1), (-2 \ 3 \ 4 \ 3),$$

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 4 \\ -4 & 0 & 3 \\ -7 & -1 & 5 \end{pmatrix}^{-1} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 10 \\ -5 & -6 & -6 \\ 9 & 6 & 13 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0
Grupo 2	0.4	4
Grupo 3	0.4	3
Grupo 4	0.1	4
Grupo 5	0.2	3
Grupo 6	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
77	82	18	8	3	53

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasadas 2 semanas

1) El número de individuos en la clase 2 es: 9

2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{263}{3} = 87.6667$

3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{123}{5} = 24.6$

4) El número de individuos en la clase 2 es: 0

5) El número de individuos en la clase 2 es: 183

6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{231}{10} = 23.1$

7) El número de individuos en la clase 2 es: 1

8) El número de individuos en la clase 2 es: 53

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	70%
Fase 2	30%	40%
Fase 3	10%	90%
Fase 4	40%	40%
Fase 5	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 700 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
13	10	4	13	8

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3591}{10} = 359.1 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{36}{5} = 7.2.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3552}{5} = 710.4 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{36}{5} = 7.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3539}{5} = 707.8 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{293}{5} = 58.6 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{34}{5} = 6.8.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10591}{10} = 1059.1 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{147013}{25} = 5880.52 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{96}{25} = 3.84.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1483}{25} = 59.32 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{96}{25} = 3.84.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7091}{10} = 709.1 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	70%	10%	0%	0%	0%
al pant. 2	0%	50%	40%	0%	0%
al pant. 3	30%	0%	30%	0%	0%
al pant. 4	0%	0%	20%	30%	20%
al pant. 5	0%	0%	10%	60%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
30%	10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 al 5. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 al 5 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 2 al 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
4Hm ³	4Hm ³	1Hm ³	7Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: 1
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{153}{100} = 1.53$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{13}{10} = 1.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{8}{5} = 1.6$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{7}{5} = 1.4$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{32}{25} = 1.28$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{11}{10} = 1.1$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{6}{5} = 1.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 5: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
500 alumnos	100 alumnos	400 alumnos	450 alumnos	350 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 5: $\frac{741}{2} = 370.5$

2) Alumnos en el curso 5: 100

3) Alumnos en el curso 5: $\frac{3607}{10} = 360.7$

4) Alumnos en el curso 5: $\frac{657}{2} = 328.5$

5) Alumnos en el curso 5: $\frac{3603}{10} = 360.3$

6) Alumnos en el curso 5: $\frac{1814}{5} = 362.8$

7) Alumnos en el curso 5: $\frac{713}{2} = 356.5$

8) Alumnos en el curso 5: 405

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	5K	10K	8K	2K
harinas vegetales	2K	4K	3K	0K
harinas de pescado	0K	1K	1K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
67K	26K	5K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 2 sea igual a 1.

- 1) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-4x_1 - 5x_2 + 5x_3 = -4$$

$$4x_1 + 9x_3 = -4$$

$$-x_1 + x_2 - 5x_3 = 4$$

$$-x_2 + 3x_3 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda). Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -64 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} -63 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 82 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 31001044

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -2 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ 1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 2 & ? & -1 & 0 \\ 1 & -1 & ? & -2 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 2 \\ -1 & ? & -1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & -2 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & -2 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(-1 \ 0 \ 1 \ 1 \ -1), (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2), (-2 \ -2 \ 0 \ 2 \ -1),$$

$$, (1 \ 0 \ 2 \ 2 \ 1), (-4 \ -4 \ 0 \ 4 \ -2), (-1 \ -1 \ -2 \ 0 \ -1),$$

son independientes?

$$1) \ 1 \quad 2) \ 2 \quad 3) \ 3 \quad 4) \ 4 \quad 5) \ 5 \quad 6) \ 6$$

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(5 \ -2 \ 7 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-2 \ -3 \ -4 \ 0), (-3 \ 0 \ -3 \ 0), (-1 \ -2 \ -2 \ 0)$$

$$, (2 \ -1 \ 1 \ 0), (-2 \ -4 \ -4 \ 0), (-1 \ -1 \ -2 \ 0),$$

$$1) \ \text{Si} \quad 2) \ \text{No}$$

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -7 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	3
Grupo 2	0.2	10
Grupo 3	0	5

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
30	99	41

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasada 1 semana

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: 127
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: 117
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{47}{2} = 23.5$
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: 90
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: 11
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: 6
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{99}{5} = 19.8$
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{38}{3} = 12.6667$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	60%
Fase 2	40%	50%
Fase 3	10%	90%
Fase 4	0%	100%
Fase 5	70%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
700	1300

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
16	20	18	1	16

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20\ 064}{5} = 4012.8 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20\ 056}{5} = 4011.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\ 056}{5} = 2011.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{72}{5} = 14.4.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20\ 048}{5} = 4009.6 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{48}{5} = 9.6.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1616}{5} = 323.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{29}{5} = 5.8.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{107\ 516}{5} = 21\ 503.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{29}{5} = 5.8.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\ 048}{5} = 2009.6 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5056}{5} = 1011.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{32}{5} = 6.4.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	50%	10%	0%	0%	0%
al pant. 2	0%	50%	10%	0%	0%
al pant. 3	50%	30%	50%	10%	0%
al pant. 4	0%	0%	10%	40%	50%
al pant. 5	0%	0%	30%	30%	50%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
10%	20%	10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 al 5. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 al 5 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 2 al 5.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 2 al 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
6Hm ³	6Hm ³	4Hm ³	9Hm ³	5Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{63}{10} = 6.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{513}{100} = 5.13$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{5} = 4.6$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{26}{5} = 5.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: 6
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{32}{5} = 6.4$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
500 alumnos	450 alumnos	500 alumnos	500 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 4: 450

2) Alumnos en el curso 4: $\frac{2524}{5} = 504.8$

3) Alumnos en el curso 4: $\frac{5029}{10} = 502.9$

4) Alumnos en el curso 4: 350

5) Alumnos en el curso 4: $\frac{5043}{10} = 504.3$

6) Alumnos en el curso 4: $\frac{2534}{5} = 506.8$

7) Alumnos en el curso 4: $\frac{2538}{5} = 507.6$

8) Alumnos en el curso 4: 224

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	1K	1K	2K
Pienso marca 2	2K	3K	4K
Pienso marca 3	2K	2K	4K
Pienso marca 4	6K	8K	13K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
35K	43K	73K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -2$$

$$-x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 = -4$$

$$5x_1 + 6x_2 + 9x_3 - 7x_4 = -6$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 5x_4 = -4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -24 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 45607118

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -3 & 0 \\ 1 & ? & -2 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 2 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 2 & ? & 1 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 2 \ 0 \ 0)$, $(-1 \ 4 \ 1 \ -1)$, $(1 \ 0 \ -2 \ -2)$, $(-1 \ 2 \ -1 \ -3)$, $(2 \ -2 \ -1 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-6 \ 7 \ -4)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 2 \ -1)$, $(-4 \ 3 \ 2)$, $(1 \ 1 \ -2)$, $(2 \ -2 \ -1)$, $(-2 \ 1 \ 1)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0
Grupo 2	0.4	3
Grupo 3	0.5	8
Grupo 4	0.2	3
Grupo 5	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
30	45	93	88	62

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasado 1 mes

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 138
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 163
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{13}{3} = 4.33333$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{186}{5} = 37.2$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{80}{3} = 26.6667$
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 18
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: 135
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 19

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	30%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	20%	60%
Fase 4	80%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
800	1600

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
15	10	15	3

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7227}{2} = 3613.5 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 4809 y en la fase 4 el número es de $\frac{3}{5} = 0.6$.

3) El número de individuos en la fase 1 es 81 y en la fase 4 el número es de $\frac{48}{5} = 9.6$.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4827}{2} = 2413.5 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{3}{10} = 0.3.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2427}{2} = 1213.5 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es 16809 y en la fase 4 el número es de $\frac{48}{5} = 9.6$.

7) El número de individuos en la fase 1 es 3612 y en la fase 4 el número es de $\frac{6}{5} = 1.2$.

8) El número de individuos en la fase 1 es 1212 y en la fase 4 el número es de $\frac{3}{5} = 0.6$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	90%	50%	0%	0%
al pant. 2	0%	30%	0%	0%
al pant. 3	10%	10%	50%	30%
al pant. 4	0%	0%	0%	50%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
30%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 4. En concreto:

○ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 4.

○ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
9Hm ³	8Hm ³	1Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{46}{5} = 9.2$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{97}{10} = 9.7$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{332}{25} = 13.28$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{89}{10} = 8.9$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{827}{100} = 8.27$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: 9
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{19}{2} = 9.5$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{48}{5} = 9.6$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 4), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
50 alumnos	100 alumnos	50 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{593}{5} = 118.6$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1413}{10} = 141.3$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1449}{10} = 144.9$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{688}{5} = 137.6$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{205}{2} = 102.5$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } 60$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{652}{5} = 130.4$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } 149$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	1K	0K	1K
Pienso marca 2	8K	4K	3K
Pienso marca 3	5K	3K	2K
Pienso marca 4	5K	2K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
56K	29K	22K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 9.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=5, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-3x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 = 5$$

$$4x_1 + 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 45924977

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -4 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ -1 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -3 & 2 & 0 \\ -2 & ? & -2 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ -3 & 3 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 2 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ 3 & 2 & ? & 0 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 1 & -1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 2 & -3 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 2 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ -2 \ 2 \ -1 \ -2)$, $(-1 \ -1 \ 1 \ -2 \ 0)$, $(-1 \ -2 \ 1 \ 1 \ 0)$, $(-3 \ 0 \ -1 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(7 \ -5 \ 2 \ -2)$ es combinación lineal de la uplas

$(-3 \ 2 \ 0 \ 1)$, $(2 \ -1 \ -2 \ -1)$, $(1 \ 2 \ 2 \ -2)$, $(-1 \ 1 \ -2 \ 0)$, $(-2 \ -1 \ -4 \ 2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 0 & -4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & -1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & * \\ -2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	4
Grupo 2	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
54	64

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 3 años

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{185}{3} = 61.6667$
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{199}{3} = 66.3333$
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: 11
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{32}{5} = 6.4$
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: 74
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{27}{5} = 5.4$
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{65}{3} = 21.6667$
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{197}{3} = 65.6667$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	80%
Fase 2	10%	80%
Fase 3	30%	40%
Fase 4	10%	80%
Fase 5	100%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
200	200

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
12	18	7	5	9

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2036}{5} = 407.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{9}{2} = 4.5.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2042}{5} = 408.4 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{186}{5} = 37.2$ y en la fase 5 el número es de 4.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{493}{25} = 19.72 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{66}{25} = 2.64.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3036}{5} = 607.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{43\,503}{25} = 1740.12 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{66}{25} = 2.64.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1054}{5} = 210.8 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{27}{10} = 2.7.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2042}{5} = 408.4 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{18}{5} = 3.6.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	80%	10%	0%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	0%	40%	10%	50%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	0%	60%	30%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	20%	70%	0%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	0%	80%

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	30%	10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 1. En concreto:

○ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en el pantano 1.

○ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 1.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
4Hm ³	8Hm ³	8Hm ³	4Hm ³	6Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{22}{5} = 4.4$

2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{192}{25} = 7.68$

3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{78}{25} = 3.12$

4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{41}{10} = 4.1$

5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{23}{5} = 4.6$

6) Agua almacenada en el pantano 4: 4

7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{9}{2} = 4.5$

8) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{21}{5} = 4.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
250 alumnos	100 alumnos	350 alumnos	50 alumnos	150 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{661}{10} = 66.1$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{673}{10} = 67.3$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{719}{10} = 71.9$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } 210$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } 63$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } 78$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{272}{5} = 54.4$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{312}{5} = 62.4$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	4K	16K	5K
Pienso marca 2	1K	4K	1K
Pienso marca 3	4K	17K	6K
Pienso marca 4	3K	10K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
26K	99K	27K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 - 5x_3 - 2x_4 = 0$$

$$-3x_1 - 8x_2 + x_3 + 8x_4 = -10$$

$$-2x_1 + x_2 - x_4 = 2$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -47 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -45 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ -13 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -43 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 48051791

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) $\begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & -2 \\ 6 & ? & 2 & 3 \\ 4 & 1 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -3 & -3 & ? \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -1 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -2 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 1 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ -2 \ -1 \ 0)$, $(-4 \ -4 \ -2 \ 0)$, $(-1 \ 1 \ -1 \ 1)$, $(-3 \ -2 \ 1 \ -1)$, $(1 \ 0 \ -2 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-4 \ 1 \ 3)$ es combinación lineal de la uplas

$(-4 \ 4 \ 4)$, $(-2 \ 2 \ 2)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -5 & -2 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0.3	3
Grupo 3	0.2	2
Grupo 4	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
94	1	25	81

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 10 meses

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{38}{3} = 12.6667$
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{144}{5} = 28.8$
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{153}{10} = 15.3$
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{1647}{100} = 16.47$
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{147}{10} = 14.7$
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{82}{3} = 27.3333$
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{207}{100} = 2.07$
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: 30

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	50%
Fase 2	10%	50%
Fase 3	10%	90%
Fase 4	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 2000 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
1	4	3	17

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3403}{10} = 340.3 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2240009}{100}$

$$= 22400.1 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{1700099}{100} = 17001..$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10007}{10} = 1000.7 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10003}{5} = 2000.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5003}{5} = 1000.6$ y en la fase 2 el número es de 2.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20007}{10} = 2000.7 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{22409}{100}$

$$= 224.09 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{17099}{100} = 170.99.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20003}{5} = 4000.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	50%	10%	0%	0%
al pant. 2	0%	20%	10%	0%
al pant. 3	20%	30%	30%	10%
al pant. 4	0%	20%	50%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
20%	30%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
3Hm ³	2Hm ³	4Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{2}{5} = 0.4$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{1}{5} = 0.2$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: 1
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: 2
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{5}{2} = 2.5$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
250 alumnos	300 alumnos	100 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 2: 245

2) Alumnos en el curso 2: 267

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{627}{2} = 313.5$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{1549}{5} = 309.8$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{1516}{5} = 303.2$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{3013}{10} = 301.3$

7) Alumnos en el curso 2: 147

8) Alumnos en el curso 2: 210

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	4K	6K	1K	9K
harinas vegetales	5K	4K	2K	11K
harinas de pescado	2K	5K	0K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
43K	53K	23K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 7.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 3x_4 - 5x_5 = -1$$

$$x_1 + 5x_3 + 2x_4 - 3x_5 = -2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 11 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 49314852

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 2 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 2 & -1 \\ 1 & ? & 2 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 1 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 1 \ 2 \ -2 \ 0)$, $(2 \ 1 \ -1 \ 1 \ -2)$, $(-3 \ -2 \ 1 \ 0 \ 4)$, $(-1 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2)$, $(-3 \ -2 \ -2 \ 3 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(3 \ 9 \ 2 \ 9)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 2 \ 1 \ 0)$, $(0 \ -1 \ 2 \ -1)$, $(2 \ 0 \ -1 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 6 & 2 & -5 \\ -9 & -3 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 8 & 3 & -5 \\ -13 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	2
Grupo 2	0.2	6
Grupo 3	0.5	2
Grupo 4	0.1	2
Grupo 5	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
53	89	43	84	25

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 3 meses

1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{92}{3} = 30.6667$

2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{106}{5} = 21.2$

3) El número de individuos en la clase 2 es: 106

4) El número de individuos en la clase 2 es: 58

5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{319}{3} = 106.333$

6) El número de individuos en la clase 2 es: 107

7) El número de individuos en la clase 2 es: 46

8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{178}{5} = 35.6$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	50%
Fase 2	50%	50%
Fase 3	30%	60%
Fase 4	10%	70%
Fase 5	30%	40%
Fase 6	90%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 5	Fase 6
1400	1900

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
3	10	20	1	19	4

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 6 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1329}{10} = 132.9$ y en la fase 6 el número es de 8.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{342009}{10} = 34200.9$ y en la fase 6 el número es de 8.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{16512}{5} = 3302.4$ y en la fase 6 el número es de $\frac{18}{5} = 3.6$.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{33021}{10} = 3302.1$ y en la fase 6 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{33027}{10} = 3302.7$ y en la fase 6 el número es de $\frac{18}{5} = 3.6$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{24759}{5} = 4951.8$ y en la fase 6 el número es de 2.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{16527}{10} = 1652.7$ y en la fase 6 el número es de $\frac{2}{5} = 0.4$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{16521}{10} = 1652.1$ y en la fase 6 el número es de $\frac{2}{5} = 0.4$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	50%	0%	20%	0%
El pantano 2 transvasa:	10%	50%	0%	40%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	40%	30%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	10%	70%

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
10%	20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 3 y 4. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 3 y 4 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 3 y 4.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 3 y 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
9Hm ³	2Hm ³	7Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{46}{5} = 9.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{93}{10} = 9.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: 9
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{118}{25} = 4.72$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{91}{10} = 9.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{47}{10} = 4.7$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{73}{10} = 7.3$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
200 alumnos	100 alumnos	50 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1041}{10} = 104.1$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{225}{2} = 112.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{592}{5} = 118.4$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1029}{10} = 102.9$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{523}{5} = 104.6$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{552}{5} = 110.4$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } 180$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } 116$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	13K	11K	19K	4K
harinas vegetales	10K	8K	14K	3K
harinas de pescado	16K	13K	22K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
79K	59K	95K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - x_2 - x_3 - 4x_5 - 4x_6 = -2$$

$$-9x_1 - 5x_2 - 8x_3 - 3x_5 + x_6 = -5$$

$$15x_1 + 8x_2 + 13x_3 - x_4 - 4x_5 + 4x_6 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -13 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -19 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -23 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -21 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 50642637

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -2 & -2 \\ -2 & ? & 2 & 2 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -2 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 3 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -2 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 2 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ -1 & -2 & ? & 0 \\ -1 & -3 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 1 \ 2 \ -1)$, $(1 \ -2 \ 0 \ 2)$, $(-1 \ -2 \ 2 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(9 \ -4 \ -7)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 2 \ -4)$, $(-1 \ 1 \ -2)$, $(-4 \ 2 \ 2)$, $(-2 \ 1 \ 1)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -7 & 5 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 años . Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	2
Grupo 2	0.3	1
Grupo 3	0	3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
14	49	29

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 4 años

1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{37}{3} = 12.3333$

2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{33}{2} = 16.5$

3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{145}{3} = 48.3333$

4) El número de individuos en la clase 3 es: 29

5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{87}{10} = 8.7$

6) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{261}{100} = 2.61$

7) El número de individuos en la clase 3 es: 28

8) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{42}{25} = 1.68$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	0%	100%
Fase 2	0%	100%
Fase 3	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 2000 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
12	2	9

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5048}{5} = 1009.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{2}{5} = 0.4.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\,036}{5} = 2007.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{2}{5} = 0.4.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{20\,036}{5} = 4007.2$ y en la fase 2 el número es de 1.

4) El número de individuos en la fase 1 es 4000 y en la fase 2 el número es de 18000.

5) El número de individuos en la fase 1 es 180 y en la fase 2 el número es de 12.

6) El número de individuos en la fase 1 es 76 y en la fase 2 el número es de 180.

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\,048}{5} = 3009.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es 7600 y en la fase 2 el número es de 18000.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	30%	0%	0%
al pant. 2	20%	30%	20%
al pant. 3	40%	70%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
3Hm ³	2Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{9}{10} = 0.9$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{11}{5} = 2.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: 2
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{19}{10} = 1.9$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{32}{25} = 1.28$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: 1

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada alumno en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
550 alumnos	400 alumnos	350 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{2029}{5} = 405.8$

2) Alumnos en el curso 2: 245

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{4297}{10} = 429.7$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{2019}{5} = 403.8$

5) Alumnos en el curso 2: 342

6) Alumnos en el curso 2: 330

7) Alumnos en el curso 2: 429

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{2123}{5} = 424.6$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	3K	5K	7K
harinas vegetales	1K	8K	13K	11K
harinas de pescado	0K	3K	5K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
64K	137K	47K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=5, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = -2$$

$$3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 71035685

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ -2 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ -2 & ? & -3 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 1 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ -3 & -2 & ? & 0 \\ 2 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 0 \ -2 \ -2)$, $(2 \ 1 \ 2 \ -1)$, $(-2 \ -1 \ -2 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-6 \ -5 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(-4 \ -3 \ -1)$, $(-2 \ -1 \ -2)$, $(-4 \ -2 \ -4)$, $(-2 \ -2 \ 1)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 51 & -29 \\ 74 & -42 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * \\ -1 & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2
Grupo 2	0.1	1
Grupo 3	0.3	3
Grupo 4	0.1	1
Grupo 5	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
29	28	96	94	56

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 5 pasados 6 meses

1) El número de individuos en la clase 5 es: 19

2) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{74}{3} = 24.6667$

3) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{72}{25} = 2.88$

4) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{118}{3} = 39.3333$

5) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{14}{25} = 0.56$

6) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{28}{5} = 5.6$

7) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{52}{3} = 17.3333$

8) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{51}{2} = 25.5$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	80%
Fase 2	10%	90%
Fase 3	0%	100%
Fase 4	90%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
1000	1100

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
16	4	1	12

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{21048}{5} = 4209.6 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{36}{5} = 7.2.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{21064}{5} = 4212.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es 14200 y en la fase 4 el número es de $\frac{11}{5} = 2.2$.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{31556}{5} = 6311.2 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 252 y en la fase 4 el número es de $\frac{11}{5} = 2.2$.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10556}{5} = 2111.2 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{48}{5} = 9.6.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{15806}{5} = 3161.2$ y en la fase 4 el número es de 6.

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{21064}{5} = 4212.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{42}{5} = 8.4.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	40%	0%	60%	0%
El pantano 2 transvasa:	20%	40%	10%	20%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	70%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	0%	80%

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
30%	30%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en ellos mismos según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
6Hm ³	3Hm ³	7Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{14}{5} = 2.8$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: 3
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{247}{100} = 2.47$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{17}{5} = 3.4$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{16}{5} = 3.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{33}{10} = 3.3$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{18}{5} = 3.6$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{7}{2} = 3.5$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 4), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
250 alumnos	400 alumnos	500 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{125}{3} = 41.6667$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } 272$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } 400$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{4689}{10} = 468.9$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{4707}{10} = 470.7$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{4529}{10} = 452.9$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{4601}{10} = 460.1$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{4549}{10} = 454.9$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	4K	6K	9K
Pienso marca 2	8K	14K	11K
Pienso marca 3	5K	8K	10K
Pienso marca 4	6K	9K	14K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
23K	35K	52K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 4.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 3$$

$$-4x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 2x_4 - 9x_5 = 8$$

$$x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 16 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, 4, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 71359068

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -2 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 1 & 1 & -1 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 1 & -2 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -2 & -1 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ 2 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -2 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 1 \ -1 \ 2)$, $(2 \ 1 \ 1 \ 0)$, $(-1 \ 1 \ -2 \ 2)$, $(1 \ 1 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-8 \ 0 \ 6)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 1 \ -2)$, $(0 \ -1 \ -1)$, $(1 \ 0 \ -1)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot X + \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	1
Grupo 2	0.7	0
Grupo 3	1.	3
Grupo 4	0.5	1
Grupo 5	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
26	33	2	34	51

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 2 años

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: 56
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: 19
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: 66

4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{29}{2} = 14.5$

5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{195}{4} = 48.75$

6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{1373}{10} = 137.3$

7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{551}{10} = 55.1$

8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{160}{3} = 53.3333$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	60%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	20%	50%
Fase 4	100%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
100	1100

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
7	20	8	17

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6021}{5} = 1204.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 204 y en la fase 3 el número es de $\frac{92}{5} = 18.4$.

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6028}{5} = 1205.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es 48 y en la fase 3 el número es de $\frac{222}{25} = 8.88$.

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6063}{10} = 606.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es 6240 y en la fase 3 el número es de $\frac{222}{25} = 8.88$.

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6021}{5} = 1204.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{4}{5} = 0.8.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6063}{10} = 606.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{32}{5} = 6.4.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	60%	30%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	40%	30%	0%	10%
El pantano 3 transvasa:	0%	30%	50%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	10%	90%

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
20%	10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 1. En concreto:

○ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 1.

○ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 1.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
9Hm ³	2Hm ³	2Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: 2
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{11}{5} = 2.2$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{5}{2} = 2.5$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{453}{100} = 4.53$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{13}{5} = 2.6$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
100 alumnos	200 alumnos	150 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 4: $\frac{2053}{5} = 410.6$

2) Alumnos en el curso 4: 120

3) Alumnos en el curso 4: $\frac{100}{9} = 11.1111$

4) Alumnos en el curso 4: $\frac{4001}{10} = 400.1$

5) Alumnos en el curso 4: $\frac{4187}{10} = 418.7$

6) Alumnos en el curso 4: $\frac{2051}{5} = 410.2$

7) Alumnos en el curso 4: $\frac{2002}{5} = 400.4$

8) Alumnos en el curso 4: 108

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	6K	7K	3K
Pienso marca 2	7K	8K	3K
Pienso marca 3	3K	4K	2K
Pienso marca 4	7K	8K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
69K	79K	30K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 4 sea igual a 4.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - 5x_2 - 5x_3 + 2x_4 + x_5 = -4$$

$$-6x_1 - 5x_2 - 8x_3 - x_4 = -3$$

$$-5x_1 - 3x_3 - 3x_4 - x_5 = 1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 14 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 22 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 8 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 22 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 13 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 21 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 71361202

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -4 & -1 & 1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -2 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 1 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & -3 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ -3 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 2 & ? & -1 & -1 \\ -1 & -1 & ? & 1 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 2 & ? & -1 \\ 0 & -2 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 2 \ 2 \ 1)$, $(-1 \ 0 \ 0 \ 0)$, $(1 \ 2 \ 2 \ 0)$, $(-2 \ -2 \ 2 \ -1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(9 \ 9 \ -9)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ -3 \ 2)$, $(-1 \ -2 \ 1)$, $(1 \ 1 \ -1)$, $(0 \ -1 \ 0)$, $(-2 \ -4 \ 2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 6 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	2
Grupo 2	0.1	2
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
60	24	57

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 1 pasadas 2 semanas

1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{132}{5} = 26.4$

2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{185}{2} = 92.5$

3) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{172}{3} = 57.3333$

4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{268}{3} = 89.3333$

5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{81}{2} = 40.5$

6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{391}{3} = 130.333$

7) El número de individuos en la clase 1 es: 168

8) El número de individuos en la clase 1 es: 46

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	40%
Fase 2	20%	30%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 2000 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
12	1	6

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1398}{25} = 55.92 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{5257}{100} = 52.57.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\,036}{5} = 2007.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{1}{5} = 0.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5036}{5} = 1007.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{1}{2} = 0.5.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5042}{5} = 1008.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{1}{5} = 0.2.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{624}{5} = 124.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{53}{10} = 5.3.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\,048}{5} = 3009.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{4}{5} = 0.8.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{135\,048}{25}$

$$= 5401.92 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{480\,457}{100} = 4804.57.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es 600 y en la fase 2 el número es de 4800.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	40%	20%	10%
El pantano 2 transvasa:	10%	80%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	50%	20%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
2Hm ³	9Hm ³	7Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{19}{50} = 0.38$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{14}{5} = 2.8$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{7}{20} = 0.35$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{9}{2} = 4.5$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{1}{5} = 0.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: 7
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{71}{10} = 7.1$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{2}{5} = 0.4$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
450 alumnos	100 alumnos	150 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{1067}{10} = 106.7$

2) Alumnos en el curso 2: 430

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{223}{2} = 111.5$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{215}{2} = 107.5$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{1309}{10} = 130.9$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{1011}{10} = 101.1$

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{508}{5} = 101.6$

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{1121}{10} = 112.1$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	30K	13K	22K	17K
harinas vegetales	50K	22K	37K	27K
harinas de pescado	23K	10K	17K	13K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
138K	231K	106K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 6.

- 1) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 5$$

$$-5x_1 + 7x_2 - 7x_3 - 3x_4 = -3$$

$$x_1 - 5x_2 + 2x_3 + x_4 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 6 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 71361275

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 3 \\ 1 & ? & 1 & -3 \\ 0 & -1 & ? & 2 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 0 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 2 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -2 & 1 \\ 0 & -1 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 2 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 1 \ 2 \ 2)$, $(2 \ 0 \ 0 \ -2)$, $(1 \ 0 \ -2 \ -1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(8 \ -4 \ 5)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ -1 \ 0)$, $(-2 \ 2 \ -1)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 20 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	5
Grupo 2	0.7	3
Grupo 3	0.3	6
Grupo 4	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
14	7	81	22

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 5 meses

1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{7}{5} = 1.4$

2) El número de individuos en la clase 2 es: 30

3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{16}{3} = 5.33333$

4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{7}{10} = 0.7$

5) El número de individuos en la clase 2 es: 54

6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{284}{3} = 94.6667$

7) El número de individuos en la clase 2 es: 70

8) El número de individuos en la clase 2 es: 35

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	30%
Fase 2	20%	50%
Fase 3	20%	70%
Fase 4	20%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1800 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
7	11	4	15

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{54\,007}{2} = 27\,003.5 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{59}{10} = 5.9.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9021}{5} = 1804.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9021}{5} = 1804.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{547}{2} = 273.5 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{59}{10} = 5.9.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{27\,063}{10} = 2706.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{36\,063}{10} = 3606.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{4}{5} = 0.8.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18\,028}{5} = 3605.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18\,063}{10} = 1806.3 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{4}{5} = 0.8.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	30%	0%	0%	0%
al pant. 2	10%	50%	10%	0%
al pant. 3	60%	0%	70%	50%
al pant. 4	0%	10%	0%	30%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
20%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
4Hm ³	7Hm ³	3Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: 5
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{47}{20} = 2.35$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{22}{5} = 4.4$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{167}{50} = 3.34$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{201}{50} = 4.02$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{71}{10} = 7.1$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: 7

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
400 alumnos	250 alumnos	250 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1027}{2} = 513.5$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1035}{2} = 517.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2508}{5} = 501.6$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } 225$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } 80$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } 180$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{5117}{10} = 511.7$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{5213}{10} = 521.3$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	31K	0K	18K	31K
harinas vegetales	44K	1K	26K	45K
harinas de pescado	1K	1K	1K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
297K	431K	19K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 3) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 - 5x_5 = 0$$

$$3x_1 + 2x_2 - 7x_3 + x_4 - 6x_5 = 0$$

$$x_1 + x_2 - 4x_3 - 4x_4 - x_5 = 0$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 15 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 9 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ -5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 13 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -11 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 71369146

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & 0 \\ 1 & ? & 2 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -2 \\ 0 & ? & 2 & 1 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ -2 & 1 & ? & 0 \\ -2 & 2 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ 2 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 2 \ 1 \ -2 \ -1)$, $(0 \ -1 \ 1 \ 0 \ 0)$, $(-1 \ -2 \ -2 \ -2 \ 1)$, $(1 \ 2 \ -1 \ -1 \ 1)$, $(1 \ -1 \ -2 \ 1 \ 0)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(7 \ 1 \ 7 \ 9)$ es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -1 \ -2 \ -2)$, $(2 \ 1 \ -2 \ -1)$, $(-2 \ 0 \ -1 \ 0)$, $(-2 \ 1 \ 1 \ 2)$, $(1 \ -1 \ -2 \ 1)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & -1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 24 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0
Grupo 2	0.4	2
Grupo 3	0.9	4
Grupo 4	0.1	2
Grupo 5	0.1	3
Grupo 6	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
9	19	44	98	53	1

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 5 pasados 8 años

1) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{130}{3} = 43.3333$

2) El número de individuos en la clase 5 es: 41

3) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{53}{100} = 0.53$

4) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{27}{2} = 13.5$

5) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{53}{10} = 5.3$

6) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{211}{3} = 70.3333$

7) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{99}{25} = 3.96$

8) El número de individuos en la clase 5 es: 64

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	60%
Fase 2	10%	70%
Fase 3	0%	100%
Fase 4	20%	80%
Fase 5	40%	60%
Fase 6	20%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 5	Fase 6
200	1200

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
3	7	10	6	16	2

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{14\ 021}{10} = 1402.1 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{2} = 3.5.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{14\ 021}{10} = 1402.1 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{5} = 1.4.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{143}{5} = 28.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7009}{5} = 1401.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{21}{5} = 4.2.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3512}{5} = 702.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{49}{10} = 4.9.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\ 512}{5} = 2102.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{10} = 0.7.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{28\ 003}{5} = 5600.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7012}{5} = 1402.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{49}{10} = 4.9.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	60%	30%	0%	0%
al pant. 2	10%	40%	20%	0%
al pant. 3	10%	10%	60%	10%
al pant. 4	0%	0%	0%	90%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 al 4. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 al 4 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 2 al 4.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 2 al 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
6Hm ³	1Hm ³	7Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{128}{25} = 5.12$

2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{71}{10} = 7.1$

3) Agua almacenada en el pantano 4: 8

4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{206}{25} = 8.24$

5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{32}{5} = 6.4$

6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{591}{100} = 5.91$

7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{41}{5} = 8.2$

8) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{81}{10} = 8.1$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 30% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
50 alumnos	500 alumnos	500 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

- 1) Alumnos en el curso 2: 209
- 2) Alumnos en el curso 2: 515
- 3) Alumnos en el curso 2: 80
- 4) Alumnos en el curso 2: $\frac{2571}{5} = 514.2$
- 5) Alumnos en el curso 2: $\frac{2514}{5} = 502.8$
- 6) Alumnos en el curso 2: $\frac{2559}{5} = 511.8$
- 7) Alumnos en el curso 2: $\frac{5311}{10} = 531.1$
- 8) Alumnos en el curso 2: 526

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	2K	6K	10K
Pienso marca 2	1K	2K	4K
Pienso marca 3	3K	7K	13K
Pienso marca 4	1K	4K	7K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
20K	52K	94K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - x_2 + 13x_3 - 11x_4 - 4x_5 = -4$$

$$-4x_1 - 5x_2 + x_3 + 2x_5 = -1$$

$$5x_1 + 2x_2 + 6x_3 - 5x_4 - 2x_5 = 1$$

$$-5x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 + x_5 = -2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -39 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -11 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 17 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -42 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 23 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -31 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 71723816

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -2 \\ -1 & ? & -1 & 3 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & -1 \\ -3 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 0 \ -2 \ 1)$, $(1 \ 1 \ -1 \ -1)$, $(-1 \ 0 \ 0 \ 0)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(3 \ 6 \ 6)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 2 \ 2)$, $(2 \ 4 \ 4)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$\left(X + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.7	1
Grupo 2	0.1	4
Grupo 3	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
62	18	64

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 3 meses

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 33
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{113}{2} = 56.5$
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: 72
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: 83
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{9}{5} = 1.8$
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 71
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{111}{2} = 55.5$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{32}{5} = 6.4$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	40%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1000 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
8	10	5

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 107 y en la fase 2 el número es de $\frac{108}{5} = 21.6$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5032}{5} = 1006.4$ y en la fase 2 el número es de 7.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7528}{5} = 1505.6$ y en la fase 2 el número es de 3.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7536}{5} = 1507.2$ y en la fase 2 el número es de 6.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es 10502 y en la fase 2 el número es de $\frac{10008}{5} = 2001.6$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5036}{5} = 1007.2$ y en la fase 2 el número es de 4.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5024}{5} = 1004.8$ y en la fase 2 el número es de 8.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es 54 y en la fase 2 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	30%	10%	0%
al pant. 2	0%	40%	10%
al pant. 3	70%	50%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 3. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
9Hm ³	2Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{153}{100} = 1.53$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{6}{5} = 1.2$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{11}{5} = 2.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{171}{100} = 1.71$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: 2

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
200 alumnos	300 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 2: 330

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{1548}{5} = 309.6$

3) Alumnos en el curso 2: 128

4) Alumnos en el curso 2: 333

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{1528}{5} = 305.6$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{605}{2} = 302.5$

7) Alumnos en el curso 2: 320

8) Alumnos en el curso 2: 120

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	7K	22K	3K
Pienso marca 2	1K	6K	1K
Pienso marca 3	6K	20K	3K
Pienso marca 4	4K	13K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
73K	250K	37K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 17.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = -4$$

$$-x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 1$$

$$3x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 6x_4 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 75938545

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 3 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -2 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ 3 & 0 & ? & 1 \\ 2 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 0 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 2 & ? & -2 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 1 & ? & -2 & 3 \\ 1 & 1 & ? & 2 \\ 1 & 1 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(0 \ -2 \ 0 \ -2 \ -2), (0 \ -2 \ 1 \ -1 \ -2), (0 \ -4 \ 0 \ -4 \ -4),$$

$$(0 \ -4 \ 0 \ -1 \ -3), (0 \ -2 \ 0 \ 1 \ -1), (0 \ -4 \ 0 \ 2 \ -2),$$

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-3 \ 5 \ 7 \ 9)$ es combinación lineal de la uplas

$$(0 \ -4 \ 2 \ -2), (0 \ -2 \ 1 \ -1),$$

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & * \\ 1 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 4 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3
Grupo 2	0.3	0
Grupo 3	0.7	3
Grupo 4	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
83	20	10	87

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasada 1 semana

1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{29}{3} = 9.66667$

2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{83}{10} = 8.3$

3) El número de individuos en la clase 2 es: 95

4) El número de individuos en la clase 2 es: 2

5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{350}{3} = 116.667$

6) El número de individuos en la clase 2 es: 60

7) El número de individuos en la clase 2 es: 76

8) El número de individuos en la clase 2 es: 15

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	60%
Fase 2	30%	70%
Fase 3	30%	60%
Fase 4	20%	50%
Fase 5	50%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
500	700

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
20	12	6	20	6

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 618 y en la fase 3 el número es de $\frac{24}{5} = 4.8$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es 14 200 y en la fase 3 el número es de 9.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es 1216 y en la fase 3 el número es de $\frac{24}{5} = 4.8$.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es 72 y en la fase 3 el número es de 9.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es 1218 y en la fase 3 el número es de $\frac{6}{5} = 1.2$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es 1214 y en la fase 3 el número es de $\frac{24}{5} = 4.8$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es 1216 y en la fase 3 el número es de $\frac{21}{5} = 4.2$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es 1212 y en la fase 3 el número es de $\frac{24}{5} = 4.8$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	90%	0%	0%	0%	0%
al pant. 2	10%	40%	20%	0%	0%
al pant. 3	0%	0%	40%	10%	0%
al pant. 4	0%	50%	30%	70%	30%
al pant. 5	0%	0%	0%	20%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
10%	30%	20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
2Hm ³	7Hm ³	6Hm ³	1Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{253}{50} = 5.06$

2) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{91}{10} = 9.1$

3) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{93}{10} = 9.3$

4) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{46}{5} = 9.2$

5) Agua almacenada en el pantano 5: 9

6) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{57}{10} = 5.7$

7) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{28}{5} = 5.6$

8) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{429}{100} = 4.29$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
250 alumnos	50 alumnos	400 alumnos	50 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 3: 125

2) Alumnos en el curso 3: 418

3) Alumnos en el curso 3: $\frac{329}{2} = 164.5$

4) Alumnos en el curso 3: $\frac{1285}{9} = 142.778$

5) Alumnos en el curso 3: $\frac{2028}{5} = 405.6$

6) Alumnos en el curso 3: $\frac{16882}{81} = 208.42$

7) Alumnos en el curso 3: $\frac{4153}{10} = 415.3$

8) Alumnos en el curso 3: $\frac{4171}{10} = 417.1$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	5K	8K	7K
harinas vegetales	0K	1K	1K	1K
harinas de pescado	1K	7K	6K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
79K	12K	77K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 12.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=5, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$3x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -3$$

$$-9x_1 - 3x_2 + 8x_3 - x_4 = 8$$

$$-x_1 + x_3 + 5x_4 = 5$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 18 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ -20 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 12 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 11 \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} \rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 77233413

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -1 & 1 \\ -2 & ? & 1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 3 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 3 & -1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -2 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -2 & ? & -1 & 1 \\ 2 & -3 & ? & -1 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ 2 \ 0 \ 1 \ -2)$, $(2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)$, $(2 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0)$, $(0 \ 2 \ -1 \ 1 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(0 \ 0 \ 0 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 2 \ -1 \ 1)$, $(2 \ 4 \ -2 \ 2)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} .X. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 7 \\ -6 & -8 & -11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & * \\ -2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & * \\ 2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3
Grupo 2	0.1	0
Grupo 3	0.4	1
Grupo 4	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
65	64	56	36

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 2 años

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 0
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{37}{2} = 18.5$
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: 92
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{28}{5} = 5.6$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 95
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{32}{5} = 6.4$
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{220}{3} = 73.3333$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 61

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	40%
Fase 2	50%	50%
Fase 3	20%	50%
Fase 4	10%	80%
Fase 5	30%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
300	1200

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
14	18	16	6	7

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{539}{5} = 107.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{28}{5} = 5.6.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3806}{5} = 761.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{36}{5} = 7.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{11\,299}{5} = 2259.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{36}{5} = 7.2.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8353}{50} = 167.06 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{1078}{25} = 43.12.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{11\,313}{5} = 2262.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{63}{5} = 12.6.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{406\,514}{25}$

$$= 16\,260.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{102\,028}{25} = 4081.12.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7563}{5} = 1512.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{81}{5} = 16.2.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3813}{5} = 762.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{54}{5} = 10.8.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	40%	30%	10%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	0%	40%	20%	30%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	30%	60%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	10%	20%	60%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	20%	60%

Por otro lado, los pantanos 3 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 3 al 5. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 3 al 5 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 3 al 5.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 3 al 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
8Hm ³	2Hm ³	9Hm ³	1Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{11}{5} = 2.2$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{27}{10} = 2.7$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{5}{2} = 2.5$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{26}{5} = 5.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{13}{5} = 2.6$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 5: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
350 alumnos	100 alumnos	400 alumnos	150 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{699}{5} = 139.8$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1407}{10} = 140.7$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{743}{5} = 148.6$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } 300$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{573}{5} = 114.6$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } 138$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } 123$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1473}{10} = 147.3$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	1K	2K	2K
Pienso marca 2	3K	7K	7K
Pienso marca 3	2K	6K	7K
Pienso marca 4	4K	7K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
21K	42K	40K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 9.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 2x_3 + 10x_4 = 1$$

$$-x_2 - x_3 + 3x_4 = 4$$

$$-4x_1 - 13x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 3$$

$$3x_1 + 11x_2 + 4x_3 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 42 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -45 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 39 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -5 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77245940

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -1 \\ 1 & ? & -1 & -1 \\ -1 & 3 & ? & 3 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & -1 \\ -2 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -2 \\ -1 & ? & 1 & 2 \\ -1 & -1 & ? & 1 \\ -1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 2 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ -3 & 2 & ? & -3 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 2 \ 1 \ -1)$, $(2 \ -1 \ 2 \ 1)$, $(0 \ 2 \ 2 \ 1)$, $(0 \ 1 \ 0 \ 1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-2 \ 2 \ -4)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 0 \ 2)$, $(0 \ 1 \ 0)$, $(-1 \ 1 \ -2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0
Grupo 2	0.1	2
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
89	79	19

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 3 meses

1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{113}{2} = 56.5$

2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{257}{10} = 25.7$

3) El número de individuos en la clase 1 es: 55

4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{61}{2} = 30.5$

5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{254}{3} = 84.6667$

6) El número de individuos en la clase 1 es: 57

7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{40}{3} = 13.3333$

8) El número de individuos en la clase 1 es: 158

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	90%
Fase 2	10%	60%
Fase 3	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 600 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
18	8	13

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4572}{5} = 914.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{39}{5} = 7.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1563}{5} = 312.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{13}{10} = 1.3.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4554}{5} = 910.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{52}{5} = 10.4.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3063}{5} = 612.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{117}{10} = 11.7.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6081}{5} = 1216.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{13}{10} = 1.3.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6054}{5} = 1210.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{13}{10} = 1.3.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es 78 y en la fase 3 el número es de $\frac{37}{5} = 7.4$.

8) El número de individuos en la fase 1 es 7800 y en la fase 3 el número es de $\frac{37}{5} = 7.4$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	60%	0%	0%
al pant. 2	0%	70%	0%
al pant. 3	40%	0%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 3. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
1Hm ³	2Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{81}{10} = 8.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: 8
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{127}{25} = 5.08$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{41}{5} = 8.2$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{83}{10} = 8.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: 6
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{28}{5} = 5.6$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
300 alumnos	0 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

- 1) Alumnos en el curso 2: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 2) Alumnos en el curso 2: $\frac{23}{2} = 11.5$
- 3) Alumnos en el curso 2: 26
- 4) Alumnos en el curso 2: 18
- 5) Alumnos en el curso 2: $\frac{159}{5} = 31.8$
- 6) Alumnos en el curso 2: $\frac{283}{10} = 28.3$
- 7) Alumnos en el curso 2: 0
- 8) Alumnos en el curso 2: $\frac{122}{5} = 24.4$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	5K	5K	5K	2K
harinas vegetales	3K	3K	4K	1K
harinas de pescado	11K	12K	12K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
54K	36K	129K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 12.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_3 - x_4 = -1$$

$$3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 77372265

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ -2 & -1 & ? & 0 \\ -2 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 3 \\ 1 & ? & 0 & -4 \\ 1 & 1 & ? & -5 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 2 & ? & -1 & -1 \\ -1 & -2 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 3 & ? & 3 & 0 \\ 2 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -2 & ? & 3 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 4 & ? & -2 & 0 \\ -3 & 0 & ? & 0 \\ 2 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 2 \ 0 \ 0)$, $(2 \ 2 \ 0 \ 2)$, $(-2 \ -1 \ 1 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(2 \ 0 \ -6)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 1 \ 1)$, $(1 \ 1 \ -1)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 19 & 12 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -31 & -13 \\ -74 & -31 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 25 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	1
Grupo 2	0.8	5
Grupo 3	0.5	8
Grupo 4	0.1	1
Grupo 5	0	4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
92	98	86	21	76

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 3 pasadas 5 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{392}{5} = 78.4$
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 135
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: 130
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: 95
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 59
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{344}{5} = 68.8$
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: 2
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 27

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	70%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	10%	50%
Fase 4	80%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
600	1200

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
2	12	16	2

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 12000 y en la fase 4 el número es de $\frac{42}{5} = 8.4$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{13506}{5} = 2701.2$ y en la fase 4 el número es de $\frac{8}{5} = 1.6$.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{13506}{5} = 2701.2$ y en la fase 4 el número es de $\frac{3}{5} = 0.6$.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9009}{5} = 1801.8$ y en la fase 4 el número es de $\frac{7}{5} = 1.4$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9007}{5} = 1801.4$ y en la fase 4 el número es de 1.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9009}{5} = 1801.8$ y en la fase 4 el número es de $\frac{6}{5} = 1.2$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es 36 y en la fase 4 el número es de $\frac{42}{5} = 8.4$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9007}{5} = 1801.4$ y en la fase 4 el número es de $\frac{1}{5} = 0.2$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	10%	0%	0%	0%
al pant. 2	60%	60%	0%	0%
al pant. 3	10%	30%	70%	60%
al pant. 4	0%	10%	20%	30%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
30%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 4. En concreto:

○ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en el pantano 4.

○ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en el pantano 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
2Hm ³	1Hm ³	7Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

1) Agua almacenada en el pantano 4: 5

2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{219}{100} = 2.19$

3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{81}{10} = 8.1$

4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{42}{5} = 8.4$

5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{23}{10} = 2.3$

6) Agua almacenada en el pantano 4: 8

7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{31}{10} = 3.1$

8) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{83}{10} = 8.3$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
300 alumnos	500 alumnos	50 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 2: 420

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{2649}{5} = 529.8$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{1087}{2} = 543.5$

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{5017}{10} = 501.7$

5) Alumnos en el curso 2: 395

6) Alumnos en el curso 2: 315

7) Alumnos en el curso 2: 945

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{5181}{10} = 518.1$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	4K	19K	19K	10K
harinas vegetales	3K	19K	20K	10K
harinas de pescado	2K	13K	14K	7K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
122K	123K	85K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 2 sea igual a 3.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-4x_1 - 4x_2 - x_4 - x_5 = 5$$

$$x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 4$$

$$5x_1 - x_3 + 2x_4 + x_5 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77373237

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -2 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & 1 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & -1 & ? & 0 \\ 1 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -3 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -2 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -2 & 1 & ? & -4 \\ 1 & -1 & -2 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ -1 \ 2 \ -2 \ 1)$, $(0 \ 0 \ -2 \ 2 \ 1)$, $(2 \ 0 \ 2 \ 0 \ 0)$,
 $(-3 \ -2 \ -4 \ 1 \ 2)$, $(-1 \ -2 \ -2 \ 1 \ 2)$, $(2 \ -2 \ 1 \ -2 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(6 \ 7 \ 6 \ 4)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 0 \ 0 \ -2)$, $(2 \ -1 \ 2 \ -2)$, $(-1 \ 1 \ -2 \ 0)$, $(2 \ 1 \ 2 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & -1 & -6 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -6 & 2 \\ 11 & 13 & -4 \\ -4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & -1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & 2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 12 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	4
Grupo 2	0.5	3
Grupo 3	0.1	5
Grupo 4	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
83	77	37	12

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 3 pasadas 3 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{98}{3} = 32.6667$
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 72
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{91}{2} = 45.5$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{37}{2} = 18.5$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 99
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 42
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{77}{2} = 38.5$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 67

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	60%
Fase 2	10%	80%
Fase 3	40%	50%
Fase 4	0%	100%
Fase 5	30%	70%
Fase 6	80%	0%

Además, los individuos en las últimas 3 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5	Fase 6
300	1100	1700

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
19	15	12	7	3	3

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 6 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{11\ 331}{100} = 113.31 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{136}{25} = 5.44.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{31\ 133}{10} = 3113.3 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\ 557}{5} = 3111.4 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{3}{2} = 1.5.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{987}{10} = 98.7 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{27}{10} = 2.7.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{31\ 171}{10} = 3117.1 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{27}{10} = 2.7.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\ 633}{10} = 1563.3 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{3}{5} = 0.6.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1724\ 171}{100} = 17241.7 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{136}{25} = 5.44.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{31\ 133}{10} = 3113.3 \text{ y en la fase 6 el número es de } \frac{3}{2} = 1.5.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	70%	0%	0%	0%	0%
al pant. 2	10%	30%	10%	0%	0%
al pant. 3	0%	0%	30%	0%	0%
al pant. 4	0%	70%	20%	60%	60%
al pant. 5	0%	0%	20%	30%	40%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	30%	30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 3 al 5. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 3 al 5 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 3 al 5.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 3 al 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
4Hm ³	6Hm ³	5Hm ³	8Hm ³	2Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{51}{10} = 5.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{26}{5} = 5.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: 5
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{13}{5} = 2.6$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: 0
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{53}{10} = 5.3$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: 2
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{43}{50} = 0.86$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 70% termina el grado y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 5), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
100 alumnos	200 alumnos	150 alumnos	250 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1773}{10} = 177.3$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{822}{5} = 164.4$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 3: } 173$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 3: } 167$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 3: } 90$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1663}{10} = 166.3$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 3: } 120$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{351}{2} = 175.5$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	3K	5K	0K
Pienso marca 2	10K	17K	1K
Pienso marca 3	1K	2K	0K
Pienso marca 4	9K	15K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
32K	54K	3K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 5.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - x_4 + 2x_5 + x_6 = 4$$

$$-3x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 7x_5 + 4x_6 = -4$$

$$-x_1 + 3x_2 - x_3 - 10x_4 + 13x_5 + 8x_6 = -4$$

$$-4x_1 + 6x_2 - 10x_3 + 2x_4 + x_5 - x_6 = 8$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -20 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -27 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 25 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -22 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 19 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -25 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77375997

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ -1 & -1 & ? & -2 \\ -1 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 3 & -2 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 1 & ? & 1 \\ -1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -4 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ 0 & -1 & ? & -2 \\ 0 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 1 \ -1 \ 2 \ 0)$, $(0 \ -2 \ -1 \ -1 \ -2)$, $(2 \ 0 \ 2 \ 1 \ 1)$, $(0 \ 0 \ -2 \ 2 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(3 \ 2 \ -7 \ -7)$ es combinación lineal de la uplas

$(0 \ 0 \ 0 \ -2)$, $(0 \ 0 \ 0 \ -1)$, $(1 \ -2 \ 1 \ 2)$, $(-1 \ 2 \ -1 \ -3)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	2
Grupo 2	0.8	6
Grupo 3	0.3	3
Grupo 4	0.3	0
Grupo 5	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
16	80	71	25	11

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 4 meses

1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{194}{3} = 64.6667$

2) El número de individuos en la clase 2 es: 59

3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{36}{5} = 7.2$

4) El número de individuos en la clase 2 es: 28

5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{2241}{10} = 224.1$

6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{14}{3} = 4.66667$

7) El número de individuos en la clase 2 es: 24

8) El número de individuos en la clase 2 es: 32

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	60%
Fase 2	10%	80%
Fase 3	10%	30%
Fase 4	0%	100%
Fase 5	20%	50%
Fase 6	80%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 5	Fase 6
500	1300

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
1	7	10	2	19	16

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{36007}{10} = 3600.7 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18003}{5} = 3600.6 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4503}{5} = 900.6 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9004}{5} = 1800.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{1}{5} = 0.2.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 30300 y en la fase 4 el número es de 3.

6) El número de individuos en la fase 1 es 288 y en la fase 4 el número es de 3.

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18007}{10} = 1800.7 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{27007}{10} = 2700.7 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	40%	30%	10%	0%
El pantano 2 transvasa:	20%	40%	30%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	10%	60%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	40%	60%

Por otro lado, los pantanos 2 al 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4
10%	10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 4. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 4 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 4 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
6Hm ³	7Hm ³	3Hm ³	3Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{67}{10} = 6.7$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{38}{5} = 7.6$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: 6
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{63}{10} = 6.3$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{13}{2} = 6.5$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: 5
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{33}{5} = 6.6$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 80% termina el grado y el 20% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 70% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
300 alumnos	400 alumnos	450 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2563}{10} = 256.3$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1347}{5} = 269.4$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } 276$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } 365$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1297}{5} = 259.4$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2721}{10} = 272.1$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1301}{5} = 260.2$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } 260$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	40K	8K	53K	8K
harinas vegetales	46K	10K	61K	9K
harinas de pescado	95K	19K	126K	19K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
375K	432K	891K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=5
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 3) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 - x_2 + 3x_4 + 4x_5 - 5x_6 = 5$$

$$-x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 + 4x_5 + 5x_6 = -5$$

$$2x_1 - x_3 + 4x_4 - 2x_5 + 2x_6 = 1$$

$$5x_1 - 3x_3 + 8x_4 + 4x_5 + 4x_6 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 24 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 11 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77376870

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ -5 & -2 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -1 & 2 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -3 & ? & 2 \\ 0 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 2 & 1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 4 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -2 & ? & -1 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-4 \ 0 \ 0 \ 2)$, $(-2 \ 0 \ 0 \ 1)$, $(-2 \ 0 \ 2 \ 2)$, $(0 \ -1 \ 0 \ -1)$, $(0 \ 1 \ 2 \ 0)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-8 \ 4 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ -1 \ 0)$, $(4 \ -2 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * \\ -2 & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0.1	4
Grupo 3	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
61	59	67

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 6 meses

1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{71}{10} = 7.1$

2) El número de individuos en la clase 1 es: 12

3) El número de individuos en la clase 1 es: 15

4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{2336}{5} = 467.2$

5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{173}{2} = 86.5$

6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{73}{10} = 7.3$

7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{283}{2} = 141.5$

8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{325}{3} = 108.333$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	0%	100%
Fase 2	10%	20%
Fase 3	70%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 100 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
3	18	3

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 3 y en la fase 3 el número es de $\frac{9}{2} = 4.5$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1027}{10} = 102.7$ y en la fase 3 el número es de $\frac{3}{10} = 0.3$.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{759}{5} = 151.8$ y en la fase 3 el número es de $\frac{9}{5} = 1.8$.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es 300 y en la fase 3 el número es de $\frac{9}{2} = 4.5$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{762}{5} = 152.4$ y en la fase 3 el número es de $\frac{21}{10} = 2.1$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{509}{5} = 101.8$ y en la fase 3 el número es de $\frac{27}{10} = 2.7$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2027}{10} = 202.7$ y en la fase 3 el número es de $\frac{6}{5} = 1.2$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1009}{5} = 201.8$ y en la fase 3 el número es de $\frac{9}{10} = 0.9$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	40%	0%	0%
al pant. 2	0%	60%	10%
al pant. 3	40%	10%	60%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 3. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
7Hm ³	9Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{42}{5} = 8.4$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{41}{5} = 8.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{77}{10} = 7.7$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: 8
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{49}{10} = 4.9$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{141}{25} = 5.64$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{81}{10} = 8.1$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{17}{2} = 8.5$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 80% termina el grado, el 10% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
50 alumnos	50 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{336}{5} = 67.2$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{55}{7} = 7.85714$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{311}{5} = 62.2$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{663}{10} = 66.3$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } 45$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{501}{10} = 50.1$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{100}{7} = 14.2857$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{50}{7} = 7.14286$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	2K	1K	1K
harinas vegetales	2K	6K	1K	3K
harinas de pescado	1K	3K	2K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
11K	29K	17K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 5$$

$$2x_1 + 7x_2 + 3x_4 = -4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -14 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 21 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77378362

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 1 & -2 & ? & -2 \\ -1 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & -2 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 2 \\ -1 & ? & 0 & -3 \\ -1 & 1 & ? & -2 \\ -1 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 1 & 1 \\ 2 & -1 & ? & 2 \\ 2 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -2 & ? & 0 & -1 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & -1 \\ 1 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 2)$, $(-2 \ -2 \ 1 \ -1 \ -1)$, $(1 \ -1 \ 1 \ 0 \ 0)$, $(0 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1)$, $(-1 \ 2 \ -1 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(3 \ 6 \ 0 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ -4 \ 0 \ 0)$, $(-1 \ -2 \ 0 \ 0)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 & -5 & 4 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & -9 & 7 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 2 años . Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
44	32

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasado 1 año

1) El número de individuos en la clase 1 es: 1

2) El número de individuos en la clase 1 es: 64

3) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{11}{3} = 3.66667$

4) El número de individuos en la clase 1 es: 108

5) El número de individuos en la clase 1 es: 66

6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{34}{3} = 11.3333$

7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{299}{3} = 99.6667$

8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{22}{5} = 4.4$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	30%
Fase 2	0%	100%
Fase 3	30%	60%
Fase 4	20%	80%
Fase 5	10%	90%
Fase 6	30%	0%

Además, los individuos en las últimas 3 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5	Fase 6
100	800	1100

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
16	15	10	17	7	20

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2048}{5} = 409.6 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{68}{5} = 13.6.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\,048}{5} = 3009.6 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{16\,294}{25} = 651.76 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1\,284\,894}{25} = 51\,395.8 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20\,056}{5} = 4011.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{14}{5} = 2.8.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\,056}{5} = 2011.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{20\,056}{5} = 4011.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{49}{10} = 4.9.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{10\,048}{5} = 2009.6 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{7}{10} = 0.7.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	80%	10%	0%	0%	0%
al pant. 2	0%	20%	10%	0%	0%
al pant. 3	0%	40%	50%	0%	0%
al pant. 4	0%	20%	20%	40%	20%
al pant. 5	0%	0%	0%	40%	60%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	30%	30%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 4 y 5. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 4 y 5 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 4 y 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
1Hm ³	3Hm ³	6Hm ³	1Hm ³	2Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: 6
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{17}{10} = 1.7$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{79}{100} = 0.79$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{18}{25} = 0.72$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{63}{10} = 6.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{61}{10} = 6.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
450 alumnos	50 alumnos	250 alumnos	200 alumnos	0 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 2: 57

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{408}{5} = 81.6$

3) Alumnos en el curso 2: 375

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{501}{10} = 50.1$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{151}{2} = 75.5$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{303}{5} = 60.6$

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{653}{10} = 65.3$

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{127}{2} = 63.5$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	6K	2K	0K
Pienso marca 2	7K	1K	2K
Pienso marca 3	4K	1K	1K
Pienso marca 4	6K	1K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
38K	8K	11K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 5) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 + 10x_2 - 2x_3 - x_5 = 6$$

$$5x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 + x_6 = -2$$

$$-2x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2$$

$$4x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 + x_6 = -4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 15 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -11 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 11 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77379355

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & -2 & -2 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 1 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 2 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ 1 & ? & 2 & -2 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -2 & ? & 0 & 3 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & -3 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-4 \ -1 \ -2 \ -1)$, $(-1 \ 2 \ 1 \ 0)$, $(2 \ 1 \ 1 \ 2)$, $(-2 \ 0 \ -1 \ 1)$, $(-3 \ 1 \ 0 \ -2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(6 \ -1 \ 9)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 1 \ 2)$, $(2 \ -2 \ 0)$, $(-1 \ 1 \ 2)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -7 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 6 & 7 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3
Grupo 2	0.1	2
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
36	76	99

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasadas 5 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: 103
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: 80
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{22}{3} = 7.33333$
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: 67
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{18}{5} = 3.6$
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: 85
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{38}{5} = 7.6$
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{159}{2} = 79.5$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	80%
Fase 2	50%	50%
Fase 3	20%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 800 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
18	16	3

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6063}{5} = 1212.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{3}{2} = 1.5.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4072}{5} = 814.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es 24 y en la fase 3 el número es de $\frac{52}{5} = 10.4$.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2063}{5} = 412.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{3}{10} = 0.3.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 8320 y en la fase 3 el número es de $\frac{388}{25} = 15.52$.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6063}{5} = 1212.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{416}{5} = 83.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{388}{25} = 15.52.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4072}{5} = 814.4 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{3}{10} = 0.3.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	60%	30%	0%
al pant. 2	30%	40%	10%
al pant. 3	10%	10%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
30%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
6Hm ³	1Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

$$1) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{627}{100} = 6.27$$

$$2) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{31}{5} = 6.2$$

$$3) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{63}{10} = 6.3$$

$$4) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{723}{100} = 7.23$$

$$5) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{61}{10} = 6.1$$

$$6) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{57}{10} = 5.7$$

$$7) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{13}{2} = 6.5$$

$$8) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{32}{5} = 6.4$$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
400 alumnos	500 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{2857}{10} = 285.7$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{557}{2} = 278.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1419}{5} = 283.8$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 3: } 432$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{535}{2} = 267.5$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{2733}{10} = 273.3$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1252}{5} = 250.4$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{2921}{10} = 292.1$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	28K	53K	9K
Pienso marca 2	29K	56K	9K
Pienso marca 3	23K	45K	7K
Pienso marca 4	22K	42K	7K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
158K	306K	49K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 1 sea igual a 0.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 1$$

$$-x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 4$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 + 7x_4 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 14 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 13 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 11 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77379999

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -2 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & -3 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 4 \ 3 \ -2 \ 2)$, $(-1 \ -4 \ 0 \ 0 \ 2)$, $(1 \ 2 \ -1 \ 1 \ -2)$,
 $(0 \ -2 \ -1 \ 1 \ 0)$, $(-2 \ 0 \ 1 \ 0 \ 2)$, $(-2 \ 2 \ 2 \ -1 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(0 \ 0 \ 0 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 2 \ 2 \ -1)$, $(-4 \ 4 \ 4 \ -2)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 2 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	4
Grupo 2	0	4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
47	90

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 2 años

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{47}{10} = 4.7$
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{11\ 054}{5} = 2210.8$
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{17}{2} = 8.5$
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{49}{2} = 24.5$
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{47}{100} = 0.47$
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{115}{3} = 38.3333$
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: 33
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{157}{3} = 52.3333$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	80%
Fase 2	0%	100%
Fase 3	20%	60%
Fase 4	10%	90%
Fase 5	10%	90%
Fase 6	60%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 700 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
11	2	1	7	16	7

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12541}{100} = 125.41 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{33}{25} = 1.32.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1253011}{100} = 12530.1 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{33}{25} = 1.32.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1794}{5} = 358.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{7}{2} = 3.5.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3533}{5} = 706.6 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{14}{5} = 2.8.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{501}{10} = 50.1 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{3}{5} = 0.6.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7077}{10} = 707.7 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{14}{5} = 2.8.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3533}{5} = 706.6 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{28}{5} = 5.6.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3544}{5} = 708.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	30%	50%	0%
El pantano 2 transvasa:	30%	40%	10%
El pantano 3 transvasa:	0%	20%	70%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
10%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
6Hm ³	2Hm ³	2Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{13}{5} = 2.6$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: 2
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{207}{50} = 4.14$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{5}{2} = 2.5$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{133}{50} = 2.66$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{10} = 2.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
50 alumnos	150 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{807}{5} = 161.4$

2) Alumnos en el curso 2: $\frac{777}{5} = 155.4$

3) Alumnos en el curso 2: $\frac{1323}{8} = 165.375$

4) Alumnos en el curso 2: 60

5) Alumnos en el curso 2: 126

6) Alumnos en el curso 2: 164

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{57}{2} = 28.5$

8) Alumnos en el curso 2: $\frac{799}{5} = 159.8$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	6K	3K	1K
Pienso marca 2	6K	2K	1K
Pienso marca 3	5K	2K	1K
Pienso marca 4	7K	3K	2K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
62K	26K	14K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 3) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 5x_5 = 4$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 = -2$$

$$x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 37 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 19 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} 39 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 40 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 52 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -17 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 54 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77380386

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 2 & ? & 1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 2 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 1 & ? & -1 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 2 & ? & -1 \\ 2 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 2 \ 2 \ 1 \ -2)$, $(2 \ -1 \ 1 \ 2 \ 1)$, $(-1 \ -1 \ -1 \ 2 \ 0)$, $(0 \ 2 \ 0 \ 0 \ -2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-8 \ 1 \ -2 \ 1)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ 4 \ 4 \ 2)$, $(-3 \ 2 \ 4 \ 1)$, $(-4 \ 0 \ 4 \ 0)$, $(-1 \ 2 \ 2 \ 1)$, $(-2 \ 0 \ 2 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & * & 2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & * \\ 1 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 18 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.5	3
Grupo 2	0.4	3
Grupo 3	0.8	7
Grupo 4	0.3	7
Grupo 5	0.4	2
Grupo 6	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
98	15	39	28	73	27

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 5 pasadas 3 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{219}{10} = 21.9$
- 2) El número de individuos en la clase 5 es: 20
- 3) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{25}{3} = 8.33333$
- 4) El número de individuos en la clase 5 es: 40
- 5) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{5}{3} = 1.66667$
- 6) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{42}{5} = 8.4$
- 7) El número de individuos en la clase 5 es: 52
- 8) El número de individuos en la clase 5 es: 30

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	50%
Fase 2	30%	40%
Fase 3	20%	80%
Fase 4	20%	80%
Fase 5	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1100 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
12	11	3	8	5

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8286}{5} = 1657.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{9}{2} = 4.5.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5536}{5} = 1107.2$ y en la fase 5 el número es de 2.

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2786}{5} = 557.2 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{3}{2} = 1.5.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{11036}{5} = 2207.2$ y en la fase 5 el número es de 2.

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{287}{5} = 57.4 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{32}{5} = 6.4.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{27512}{5} = 5502.4 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{32}{5} = 6.4.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{11048}{5} = 2209.6 \text{ y en la fase 5 el número es de } \frac{9}{2} = 4.5.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{11036}{5} = 2207.2$ y en la fase 5 el número es de 1.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	30%	0%	50%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	0%	50%	30%	0%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	40%	0%	50%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	0%	50%	50%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	10%	60%

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
20%	10%	10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 3 al 5. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 3 al 5 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 3 al 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
4Hm ³	8Hm ³	6Hm ³	8Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{32}{5} = 6.4$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{31}{5} = 6.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{61}{10} = 6.1$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{283}{50} = 5.66$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{33}{5} = 6.6$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{13}{2} = 6.5$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: 6
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{63}{10} = 6.3$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 60% termina el grado y el 40% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 5), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
300 alumnos	200 alumnos	450 alumnos	250 alumnos	350 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2103}{10} = 210.3$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2199}{10} = 219.9$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{405}{2} = 202.5$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{2019}{10} = 201.9$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } 218$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } 158$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{422}{7} = 60.2857$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } 66$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	27K	17K	12K
Pienso marca 2	8K	5K	4K
Pienso marca 3	19K	12K	8K
Pienso marca 4	11K	7K	5K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
282K	178K	125K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 17.

- 1) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$\begin{aligned} -7x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= -2 \\ -3x_1 + 2x_2 - 6x_3 &= -8 \\ -2x_1 + x_2 &= 5 \\ -7x_1 + 4x_2 - x_3 &= -3 \end{aligned}$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha). Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -24 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77381351

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 1 & ? & 1 & -3 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & -3 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 1 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -2 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -2 & ? & 2 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & 1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(2 \ 2 \ 2 \ -1 \ -1), (-4 \ -1 \ -1 \ -1 \ 3), (2 \ -1 \ -1 \ -1 \ -1) \\ , (-2 \ -2 \ -2 \ -2 \ 2), (2 \ 2 \ -2 \ -2 \ 2), (-1 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0),$$

son independientes?

$$1) \ 1 \quad 2) \ 2 \quad 3) \ 3 \quad 4) \ 4 \quad 5) \ 5 \quad 6) \ 6$$

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-6 \ 2 \ -6 \ 2)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-3 \ 3 \ 3 \ -1), (-2 \ 2 \ -2 \ -2), (2 \ -1 \ -1 \ -1), (-1 \ 2 \ 2 \ -2),$$

$$1) \ \text{Si} \quad 2) \ \text{No}$$

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \\ -7 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 2 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	9
Grupo 2	0	9

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2
91	14

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 1 pasada 1 semana

1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{13}{3} = 4.33333$

2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{123}{2} = 61.5$

3) El número de individuos en la clase 1 es: 945

4) El número de individuos en la clase 1 es: 20

5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{190}{3} = 63.33333$

6) El número de individuos en la clase 1 es: 23

7) El número de individuos en la clase 1 es: 2

8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{91}{10} = 9.1$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	50%
Fase 2	20%	40%
Fase 3	40%	60%
Fase 4	20%	60%
Fase 5	40%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
400	1100

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
13	12	15	11	1

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7513}{5} = 1502.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{30\,091}{10} = 3009.1 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{9}{2} = 4.5.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{27\,513}{5} = 5502.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{15\,117}{10} = 1511.7 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{2} = 10.5.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{30\,091}{10} = 3009.1 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{27}{2} = 13.5.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{22\,617}{10} = 2261.7 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{21}{2} = 10.5.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{88}{5} = 17.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{24}{5} = 4.8.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{15\,091}{10} = 1509.1$ y en la fase 3 el número es de 3.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	40%	20%	0%	0%	0%
al pant. 2	10%	40%	30%	0%	0%
al pant. 3	30%	0%	30%	40%	0%
al pant. 4	0%	30%	0%	40%	20%
al pant. 5	0%	0%	30%	20%	60%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
30%	10%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 5. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 5 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 5 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 5 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
6Hm ³	5Hm ³	4Hm ³	5Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{3}{2} = 1.5$
- 2) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{8}{5} = 1.6$
- 3) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{7}{5} = 1.4$
- 4) Agua almacenada en el pantano 5: 1
- 5) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{17}{10} = 1.7$
- 6) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{11}{10} = 1.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{141}{50} = 2.82$

$$8) \text{ Agua almacenada en el pantano 5: } \frac{61}{50} = 1.22$$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 90% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
250 alumnos	250 alumnos	0 alumnos	150 alumnos	350 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1683}{10} = 168.3$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } 0$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{781}{5} = 156.2$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{824}{5} = 164.8$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{849}{5} = 169.8$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1743}{10} = 174.3$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1661}{10} = 166.1$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{315}{2} = 157.5$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	19K	5K	12K	8K
harinas vegetales	3K	1K	1K	2K
harinas de pescado	7K	2K	4K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
104K	13K	37K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-5x_1 + 3x_2 - 10x_3 = -3$$

$$-4x_1 + 3x_2 - 10x_3 - 10x_4 = -8$$

$$-2x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -3$$

$$4x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -46 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -5 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 77381951

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -2 & -4 \\ -1 & ? & 1 & 1 \\ -1 & 1 & ? & 1 \\ -1 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ -2 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -2 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 0 \ 1 \ -1)$, $(-1 \ 1 \ 1 \ 0)$, $(1 \ -1 \ -1 \ 1)$, $(-2 \ -1 \ 3 \ -2)$, $(1 \ 2 \ -2 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-5 \ -4 \ 6)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 0 \ 0)$, $(2 \ 0 \ 0)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
29	64

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 5 meses

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{269}{2} = 134.5$
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{217}{2} = 108.5$
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{29}{10} = 2.9$
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: 11
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: 78
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: 93
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{61}{3} = 20.3333$
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: 58

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	40%
Fase 2	20%	20%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1400 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
20	18	2

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 2814 y en la fase 2 el número es de $\frac{9}{5} = 1.8$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es 2800 y en la fase 2 el número es de 8.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es 36 y en la fase 2 el número es de $\frac{94}{5} = 18.8$.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es 1414 y en la fase 2 el número es de $\frac{81}{5} = 16.2$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es 2116 y en la fase 2 el número es de $\frac{81}{5} = 16.2$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es 2808 y en la fase 2 el número es de $\frac{94}{5} = 18.8$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es 1418 y en la fase 2 el número es de $\frac{18}{5} = 3.6$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es 2116 y en la fase 2 el número es de 9.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	50%	0%	30%
El pantano 2 transvasa:	10%	60%	20%
El pantano 3 transvasa:	0%	20%	70%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 y 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 y 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 2 y 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
2Hm ³	4Hm ³	4Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{7}{5} = 1.4$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{51}{50} = 1.02$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{13}{5} = 2.6$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{5}{2} = 2.5$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{12}{5} = 2.4$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{31}{10} = 3.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 100% pasa al siguiente curso.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% termina el grado, el 20% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
450 alumnos	50 alumnos	150 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{311}{5} = 62.2$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{709}{10} = 70.9$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{261}{5} = 52.2$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{371}{5} = 74.2$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{293}{5} = 58.6$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{284}{5} = 56.8$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } 450$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{294}{5} = 58.8$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	15K	2K	7K
Pienso marca 2	6K	1K	3K
Pienso marca 3	2K	0K	1K
Pienso marca 4	5K	0K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
40K	2K	21K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 9.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-4x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 3x_4 = -1$$

$$-8x_1 - 8x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -6$$

$$-x_3 + x_4 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -5 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77382818

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ -2 & ? & -1 & 0 \\ -2 & 1 & ? & 0 \\ 3 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -3 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 1 & 1 & 2 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 2 & 1 & ? & 2 \\ 1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 2 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -2 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ -1 \ -2 \ 2 \ -2)$, $(0 \ -2 \ -4 \ 0 \ -4)$, $(1 \ -1 \ -2 \ -2 \ -2)$,
 $(2 \ -1 \ 1 \ 2 \ -2)$, $(1 \ -2 \ -1 \ 4 \ -4)$, $(-2 \ -2 \ -4 \ 4 \ -4)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5 6) 6

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(0 \ 0 \ 0 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ -1 \ 1 \ 2)$, $(4 \ -2 \ 2 \ 4)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 5 & -6 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & 1 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	1
Grupo 2	0.3	1
Grupo 3	0.1	0
Grupo 4	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
100	91	29	21

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 4 meses

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 9
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: 49
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{261}{100} = 2.61$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: 29
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 62
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{32}{3} = 10.6667$
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{87}{10} = 8.7$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 7

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	50%
Fase 2	10%	30%
Fase 3	10%	80%
Fase 4	10%	90%
Fase 5	0%	100%
Fase 6	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1800 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
13	16	4	17	6	16

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1944013}{100}$
 = 19440.1 y en la fase 2 el número es de $\frac{1441031}{100} = 14410.3$.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{18039}{5} = 3607.8$ y en la fase 2 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{19453}{100}$
 = 194.53 y en la fase 2 el número es de $\frac{15431}{100} = 154.31$.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9039}{5} = 1807.8$ y en la fase 2 el número es de $\frac{72}{5} = 14.4$.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{36091}{10} = 3609.1$ y en la fase 2 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9039}{5} = 1807.8$ y en la fase 2 el número es de 8.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9117}{10} = 911.7$ y en la fase 2 el número es de $\frac{64}{5} = 12.8$.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2893}{10} = 289.3$ y en la fase 2 el número es de $\frac{161}{10} = 16.1$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	30%	20%	0%
al pant. 2	0%	40%	10%
al pant. 3	50%	0%	90%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
5Hm ³	2Hm ³	2Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{37}{10} = 3.7$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{51}{10} = 5.1$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: 5
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{29}{10} = 2.9$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{283}{100} = 2.83$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{341}{100} = 3.41$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{43}{10} = 4.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{177}{100} = 1.77$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
550 alumnos	150 alumnos	100 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{5677}{10} = 567.7$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{139}{2} = 69.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{2035}{9} = 226.111$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1585}{9} = 176.111$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{2771}{5} = 554.2$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } 255$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{5713}{10} = 571.3$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{5693}{10} = 569.3$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	2K	1K	0K
harinas vegetales	5K	5K	3K	1K
harinas de pescado	2K	4K	2K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
9K	29K	17K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 3 sea igual a 3.

- 1) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=5
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 - 3x_2 - 6x_3 - 5x_4 + 5x_5 = -5$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 + 4x_5 = -3$$

$$-5x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 6x_4 - 5x_5 = 8$$

$$12x_1 - 7x_2 - 14x_3 - x_4 + 2x_5 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 35 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -30 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} 32 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 25 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 27 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 77383332

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

- 1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 1 & -2 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 1 & -2 & ? & 2 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 3 & -2 \\ 1 & ? & 1 & -1 \\ -2 & -1 & ? & 1 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & -2 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ -2 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 2 \ 0 \ 2)$, $(1 \ -1 \ -2 \ -2)$, $(1 \ -1 \ -1 \ -2)$, $(1 \ 0 \ -1 \ -2)$, $(-3 \ 2 \ 1 \ 4)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-9 \ 5 \ -4)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 1 \ 1)$, $(-1 \ -1 \ -1)$, $(2 \ 0 \ 2)$, $(1 \ 0 \ 1)$, $(2 \ 1 \ 2)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 8 & -10 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.4	2
Grupo 2	0.3	5
Grupo 3	0.3	3
Grupo 4	0	4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
39	36	88	56

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 4 meses

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 90
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{67}{2} = 33.5$
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{43}{2} = 21.5$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{198}{25} = 7.92$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 67
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{132}{5} = 26.4$
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{117}{25} = 4.68$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 2

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	50%
Fase 2	30%	70%
Fase 3	30%	50%
Fase 4	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1800 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
15	8	16	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 5409 y en la fase 4 el número es de $\frac{11}{10} = 1.1$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5421}{2} = 2710.5$ y en la fase 4 el número es de $\frac{44}{5} = 8.8$.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3621}{2} = 1810.5$ y en la fase 4 el número es de $\frac{11}{2} = 5.5$.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es 912 y en la fase 4 el número es de $\frac{33}{5} = 6.6$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7227}{2} = 3613.5$ y en la fase 4 el número es de $\frac{11}{5} = 2.2$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es 2709 y en la fase 4 el número es de $\frac{33}{10} = 3.3$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es 19806 y en la fase 4 el número es de 8.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es 204 y en la fase 4 el número es de 8.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:
al pant. 1	30%	0%	0%	0%
al pant. 2	20%	80%	0%	0%
al pant. 3	40%	0%	60%	20%
al pant. 4	0%	20%	0%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en el pantano 4. En concreto:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en el pantano 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
3Hm ³	6Hm ³	4Hm ³	5Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{18}{5} = 3.6$
- 2) Agua almacenada en el pantano 4: 5
- 3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{26}{5} = 5.2$
- 4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{27}{5} = 5.4$
- 5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{19}{5} = 3.8$
- 6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{51}{10} = 5.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 8) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{9}{2} = 4.5$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 80% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
150 alumnos	350 alumnos	400 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 3: 400

2) Alumnos en el curso 3: $\frac{4307}{10} = 430.7$

3) Alumnos en el curso 3: 325

4) Alumnos en el curso 3: $\frac{801}{2} = 400.5$

5) Alumnos en el curso 3: 402

6) Alumnos en el curso 3: $\frac{4083}{10} = 408.3$

7) Alumnos en el curso 3: 212

8) Alumnos en el curso 3: $\frac{2118}{5} = 423.6$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	2K	1K	3K
Pienso marca 2	8K	6K	13K
Pienso marca 3	1K	1K	2K
Pienso marca 4	4K	1K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
29K	13K	45K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 3) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1$$

$$-x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 7x_4 - 10x_5 = 0$$

$$-6x_1 - x_2 - 9x_3 + 5x_4 - 7x_5 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 37 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 24 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 62 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 55 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 16 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 63 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 54 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 21 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 63 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77383443

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -4 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 4 & -3 & ? & -1 \\ -5 & 6 & -2 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & -4 & -2 \\ 2 & ? & -3 & -2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & -3 \\ 1 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -3 & -1 \\ 0 & ? & 1 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 0 & ? & -1 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -2 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & -1 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 2 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 2 \ 1 \ 1 \ 1)$, $(1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)$, $(2 \ -2 \ 0 \ 1 \ 1)$, $(-2 \ 2 \ -2 \ 0 \ 1)$, $(0 \ 1 \ 1 \ 2 \ -2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(5 \ -2 \ -5 \ 1)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 1 \ -2 \ 2)$, $(0 \ 1 \ 1 \ 2)$, $(-2 \ 2 \ -2 \ 0)$, $(0 \ 0 \ 1 \ 1)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 24 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	1
Grupo 2	0.2	1
Grupo 3	0.6	2
Grupo 4	0.4	0
Grupo 5	0.1	3
Grupo 6	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período.

Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
24	77	95	71	92	59

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 3 pasadas 4 semanas

1) El número de individuos en la clase 3 es: 95

2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{113}{2} = 56.5$

3) El número de individuos en la clase 3 es: 77

4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{241}{3} = 80.3333$

5) El número de individuos en la clase 3 es: 19

6) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{77}{5} = 15.4$

7) El número de individuos en la clase 3 es: 89

8) El número de individuos en la clase 3 es: 35

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	40%
Fase 2	20%	30%
Fase 3	10%	90%
Fase 4	10%	70%
Fase 5	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1500 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
16	17	12	15	13

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{11\ 322}{5} = 2264.4$ y en la fase 4 el número es de 3.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3814}{5} = 762.8$ y en la fase 4 el número es de 3.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7556}{5} = 1511.2$ y en la fase 4 el número es de $\frac{9}{2} = 4.5$.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{7556}{5} = 1511.2$ y en la fase 4 el número es de 9.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1007}{5} = 201.4$ y en la fase 4 el número es de $\frac{69}{5} = 13.8$.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{686\ 314}{25} = 27452.6$ y en la fase 4 el número es de $\frac{147}{20} = 7.35$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{11\ 314}{5} = 2262.8$ y en la fase 4 el número es de 12.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{13\ 853}{50} = 277.06$ y en la fase 4 el número es de $\frac{147}{20} = 7.35$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	70%	0%	20%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	20%	60%	0%	20%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	20%	20%	30%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	0%	90%	0%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	20%	50%

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
10%	10%	10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 4 y 5. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 4 y 5 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 4 y 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
6Hm ³	1Hm ³	9Hm ³	1Hm ³	4Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{43}{10} = 4.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{22}{25} = 0.88$
- 3) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{47}{20} = 2.35$
- 4) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{9}{5} = 1.8$
- 5) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{41}{10} = 4.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 5: 4
- 7) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 8) Agua almacenada en el pantano 5: $\frac{303}{100} = 3.03$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
450 alumnos	350 alumnos	100 alumnos	100 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{3643}{10} = 364.3$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } 372$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1798}{5} = 359.6$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } 275$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } 369$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } 350$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1804}{5} = 360.8$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{3513}{10} = 351.3$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	1K	2K	2K	3K
harinas vegetales	1K	3K	3K	7K
harinas de pescado	8K	12K	13K	8K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
23K	41K	117K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - x_3 = -4$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$5x_1 - 3x_2 - x_3 = -3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha). Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -18 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix} \rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -15 \\ ? \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77383953

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 0 \\ 1 & ? & 2 & -1 \\ 1 & 1 & ? & -2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 9 & ? & 2 & 4 \\ 4 & 0 & ? & 2 \\ 2 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -2 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ -2 & 0 & ? & 0 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 1 \ 2 \ -1)$, $(0 \ 2 \ -1 \ 2)$, $(-1 \ 2 \ -2 \ 2)$, $(-2 \ 2 \ 4 \ -2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(7 \ 7 \ -1)$ es combinación lineal de la uplas

$(-2 \ -2 \ 0)$, $(2 \ 0 \ 1)$, $(0 \ -4 \ 2)$, $(0 \ -2 \ 1)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 8 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	4
Grupo 2	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
59	100

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 4 años

1) El número de individuos en la clase 2 es: 19

2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{59}{10} = 5.9$

3) El número de individuos en la clase 2 es: 18

4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{25}{3} = 8.33333$

5) El número de individuos en la clase 2 es: 10

6) El número de individuos en la clase 2 es: 2

7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{116}{3} = 38.6667$

8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{274}{3} = 91.3333$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	60%
Fase 2	20%	70%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1200 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
17	12	10

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6051}{5} = 1210.2$ y en la fase 3 el número es de 1.

2) El número de individuos en la fase 1 es 10 080 y en la fase 3 el número es de $\frac{399}{50} = 7.98$.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6119}{10} = 611.9$ y en la fase 3 el número es de 5.

4) El número de individuos en la fase 1 es 120 y en la fase 3 el número es de $\frac{42}{5} = 8.4$.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6119}{10} = 611.9$ y en la fase 3 el número es de 2.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{504}{5} = 100.8$ y en la fase 3 el número es de $\frac{399}{50} = 7.98$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6051}{5} = 1210.2$ y en la fase 3 el número es de 9.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{12119}{10} = 1211.9$ y en la fase 3 el número es de 7.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	80%	0%	10%
El pantano 2 transvasa:	50%	20%	10%
El pantano 3 transvasa:	0%	0%	80%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
10%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
6Hm ³	4Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 3: 1

2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{11}{10} = 1.1$

3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{7}{5} = 1.4$

4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{9}{25} = 0.36$

5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{47}{25} = 1.88$

6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{6}{5} = 1.2$

7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{3}{2} = 1.5$

8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{3}{5} = 0.6$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
550 alumnos	150 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{317}{2} = 158.5$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1557}{10} = 155.7$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1519}{10} = 151.9$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } 155$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{319}{2} = 159.5$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{812}{5} = 162.4$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1817}{6} = 302.833$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1687}{10} = 168.7$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	1K	0K	2K
harinas vegetales	8K	8K	3K	13K
harinas de pescado	5K	4K	1K	7K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
15K	120K	60K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por diferentes cuestiones, deseamos que el número de sacos del pienso 3 sea igual a 5.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=5
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-4x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -2$$

$$6x_1 - 7x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 4$$

$$5x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 19 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 15 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 17 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 77384930

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -2 \\ 1 & ? & 0 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 1 & -1 & -3 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 2 & 2 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ 1 & -1 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -2 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 2 \ 2 \ -1 \ 0)$, $(2 \ -2 \ 1 \ 0 \ -2)$, $(1 \ 2 \ 2 \ -2 \ 0)$, $(2 \ -1 \ 2 \ -1 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-4 \ -2 \ 8 \ 2)$ es combinación lineal de la uplas

$(-4 \ 0 \ 0 \ -4)$, $(-2 \ 0 \ 0 \ -2)$, $(0 \ -2 \ 2 \ 0)$,
 $(0 \ -2 \ 0 \ -2)$, $(-2 \ 2 \ -2 \ -2)$, $(-2 \ -2 \ 0 \ -4)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -2 & -3 \\ -3 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	3
Grupo 2	0.4	2
Grupo 3	0	1

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
83	57	64

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 2 meses

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: 95
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{57}{25} = 2.28$
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{20}{3} = 6.66667$
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{57}{5} = 11.4$
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{427}{5} = 85.4$
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: 54
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: 9
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: 7

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	70%
Fase 2	40%	50%
Fase 3	40%	60%
Fase 4	40%	50%
Fase 5	30%	60%
Fase 6	90%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 900 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
4	4	19	17	20	5

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9012}{5} = 1802.4$ y en la fase 5 el número es de 16.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{227}{5} = 45.4$ y en la fase 5 el número es de $\frac{21}{2} = 10.5$.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2264}{5} = 452.8$ y en la fase 5 el número es de 2.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4512}{5} = 902.4$ y en la fase 5 el número es de 12.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{22502}{5} = 4500.4$ y en la fase 5 el número es de $\frac{21}{2} = 10.5$.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4514}{5} = 902.8$ y en la fase 5 el número es de 12.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4512}{5} = 902.4$ y en la fase 5 el número es de 2.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2268}{5} = 453.6$ y en la fase 5 el número es de 18.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	80%	0%	10%
El pantano 2 transvasa:	0%	90%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	60%	40%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
2Hm ³	8Hm ³	4Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{23}{50} = 0.46$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{112}{25} = 4.48$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{43}{10} = 4.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{22}{5} = 4.4$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{19}{50} = 0.38$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: 1
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{41}{10} = 4.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado y el 40% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 50% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
200 alumnos	100 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 3: 240

2) Alumnos en el curso 3: $\frac{4193}{10} = 419.3$

3) Alumnos en el curso 3: 260

4) Alumnos en el curso 3: 219

5) Alumnos en el curso 3: $\frac{2029}{5} = 405.8$

6) Alumnos en el curso 3: $\frac{2032}{5} = 406.4$

7) Alumnos en el curso 3: $\frac{821}{2} = 410.5$

8) Alumnos en el curso 3: 216

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	1K	4K	5K
Pienso marca 2	1K	11K	15K
Pienso marca 3	0K	2K	3K
Pienso marca 4	1K	8K	10K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
9K	80K	105K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 14.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=5
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=3, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 - 4x_4 - 4x_5 = -4$$

$$-x_1 - x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 3$$

$$5x_1 - 4x_2 + 4x_3 - x_4 - 3x_5 = 1$$

$$5x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 9x_4 + 5x_5 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -24 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -20 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -20 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 24 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -21 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77386619

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & 1 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -2 & 1 & ? & 0 \\ -2 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -2 & ? & 0 & 1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 1 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 0 & -2 \\ -2 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 1 & ? & -2 & -1 \\ -1 & -1 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(2 \ -1 \ 1 \ 1), (2 \ -2 \ -2 \ 1), (-1 \ -2 \ 2 \ 1), (1 \ -1 \ 2 \ -2),$$

son independientes?

$$1) 1 \quad 2) 2 \quad 3) 3 \quad 4) 4$$

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-9 \ 7 \ -2)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-2 \ 2 \ 1), (1 \ -1 \ 2),$$

$$1) \text{ Si} \quad 2) \text{ No}$$

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 2 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2
41	59

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasada 1 semana

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: 0
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{28}{3} = 9.33333$
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: 28
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: 26
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{59}{10} = 5.9$
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{41}{10} = 4.1$
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{205}{3} = 68.3333$
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: 62

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	50%
Fase 2	20%	70%
Fase 3	40%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1100 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
18	11	9

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{504}{5} = 100.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{131}{10} = 13.1.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2813}{5} = 562.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2831}{5} = 566.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2831}{5} = 566.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{27}{10} = 2.7.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{2804}{5} = 560.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{9}{2} = 4.5.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{49\,509}{5} = 9901.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{131}{10} = 13.1.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5563}{5} = 1112.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{81}{10} = 8.1.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{5554}{5} = 1110.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{27}{10} = 2.7.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	30%	40%	10%
El pantano 2 transvasa:	30%	70%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	0%	80%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
6Hm ³	1Hm ³	3Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{231}{100} = 2.31$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{17}{5} = 3.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{33}{10} = 3.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{27}{10} = 2.7$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: 3
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{16}{5} = 3.2$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{31}{10} = 3.1$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% termina el grado y el 30% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
100 alumnos	300 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

- 1) Alumnos en el curso 1: 80
- 2) Alumnos en el curso 1: $\frac{514}{5} = 102.8$
- 3) Alumnos en el curso 1: $\frac{1093}{10} = 109.3$
- 4) Alumnos en el curso 1: $\frac{507}{5} = 101.4$
- 5) Alumnos en el curso 1: $\frac{209}{2} = 104.5$
- 6) Alumnos en el curso 1: $\frac{1101}{10} = 110.1$
- 7) Alumnos en el curso 1: $\frac{1021}{10} = 102.1$
- 8) Alumnos en el curso 1: 140

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	10K	8K	5K	1K
harinas vegetales	15K	12K	8K	2K
harinas de pescado	3K	3K	2K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
107K	163K	38K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 15.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=5, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -4$$

$$4x_1 + 8x_2 + 8x_3 - 5x_4 = -6$$

$$4x_2 + 2x_3 - x_4 = 2$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ -7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -9 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 77386956

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ 2 & ? & 0 & 1 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 2 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 2 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -2 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 2 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 5 & 2 & ? & -3 \\ -2 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-4 \ 2 \ 4 \ -4 \ 0)$, $(-1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0)$, $(-2 \ 1 \ 2 \ -2 \ 0)$, $(-1 \ -1 \ -2 \ 0 \ 0)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(4 \ -4 \ 0 \ -4)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 1 \ 0 \ 1)$, $(-2 \ 2 \ 0 \ 2)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot X - \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} * & -1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & * \\ -2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 5 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	2
Grupo 2	0.2	1
Grupo 3	0.3	2
Grupo 4	0.3	1
Grupo 5	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
24	55	1	2	66

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 2 años

1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{2813}{100} = 28.13$

2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{5039}{10} = 503.9$

3) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{2493}{100} = 24.93$

4) El número de individuos en la clase 1 es: 70

5) El número de individuos en la clase 1 es: 7

6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{163}{3} = 54.3333$

7) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{143}{10} = 14.3$

8) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{136}{3} = 45.3333$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	90%
Fase 2	10%	20%
Fase 3	20%	40%
Fase 4	20%	60%
Fase 5	90%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
1500	1800

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
11	12	7	6	13

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{33\,077}{10} = 3307.7 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 32400 y en la fase 2 el número es de $\frac{183}{10} = 18.3$.

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{16\,533}{5} = 3306.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{66\,099}{10} = 6609.9 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{18}{5} = 3.6.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es 429 y en la fase 2 el número es de $\frac{183}{10} = 18.3$.

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{66\,099}{10} = 6609.9 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{8283}{5} = 1656.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{12}{5} = 2.4.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{24\,794}{5} = 4958.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{18}{5} = 3.6.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:	Pant. 4 trans.:	Pant. 5 trans.:
al pant. 1	10%	0%	0%	0%	0%
al pant. 2	70%	30%	20%	0%	0%
al pant. 3	0%	50%	30%	0%	0%
al pant. 4	0%	10%	30%	60%	10%
al pant. 5	0%	0%	10%	30%	40%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
10%	20%	30%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 4 y 5. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 4 y 5 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 4 y 5.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 4 y 5.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
4Hm ³	8Hm ³	2Hm ³	6Hm ³	5Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

1) Agua almacenada en el pantano 1: 4

$$2) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{41}{10} = 4.1$$

$$3) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{17}{10} = 1.7$$

$$4) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{22}{5} = 4.4$$

$$5) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{43}{10} = 4.3$$

$$6) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{1}{25} = 0.04$$

$$7) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{2}{5} = 0.4$$

$$8) \text{ Agua almacenada en el pantano 1: } \frac{13}{5} = 2.6$$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 5: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 40% del total de alumnos en el grado (en todos los cursos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
100 alumnos	300 alumnos	0 alumnos	150 alumnos	350 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 1: 64

2) Alumnos en el curso 1: $\frac{623}{5} = 124.6$

3) Alumnos en el curso 1: 500

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{542}{5} = 108.4$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{501}{5} = 100.2$

6) Alumnos en el curso 1: 80

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{1193}{10} = 119.3$

8) Alumnos en el curso 1: $\frac{1289}{10} = 128.9$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	2K	4K	11K
Pienso marca 2	0K	1K	2K
Pienso marca 3	1K	2K	6K
Pienso marca 4	2K	0K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
10K	9K	38K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 11.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=4
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-4x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 3$$

$$-2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4$$

$$8x_1 - 9x_2 - 5x_3 - 10x_4 = -1$$

$$-5x_1 - x_3 - x_4 = 0$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$4) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77387454

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -3 & -8 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 1 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -5 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 2 \\ 0 & ? & 1 & -2 \\ -1 & 1 & ? & -3 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -1 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 1 \\ 1 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ -3 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$$(2 \ 2 \ 1 \ 2 \ 2), (0 \ -2 \ -1 \ 2 \ -2),$$

$$(0 \ -4 \ -2 \ 4 \ -4), (0 \ -2 \ 0 \ -2 \ -2), (-2 \ -4 \ -2 \ 0 \ -4),$$

son independientes?

$$1) \ 1 \quad 2) \ 2 \quad 3) \ 3 \quad 4) \ 4 \quad 5) \ 5$$

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(2 \ 1 \ 2 \ 1)$ es combinación lineal de la uplas

$$(-1 \ -2 \ 0 \ 2), (-2 \ -2 \ 1 \ 0), (-2 \ -1 \ -2 \ -1),$$

$$1) \ \text{Si} \quad 2) \ \text{No}$$

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 0 & -8 \\ -2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 9 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	1
Grupo 2	0.3	1
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
75	14	63

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasadas 6 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{63}{50} = 1.26$
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{267}{10} = 26.7$
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: 57
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: 14
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: 51
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: 38
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: 75

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 5 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	50%
Fase 2	20%	60%
Fase 3	20%	80%
Fase 4	0%	100%
Fase 5	90%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 4	Fase 5
600	900

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5
11	16	5	9	18

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{24\,399}{100} = 243.99 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{192}{25} = 7.68.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1\,860\,099}{100} = 18\,601. \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{192}{25} = 7.68.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7\,544}{5} = 1\,508.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{9}{10} = 0.9.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3\,783}{5} = 756.6 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{18}{5} = 3.6.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3\,794}{5} = 758.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{81}{10} = 8.1.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{3\,783}{5} = 756.6 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{63}{10} = 6.3.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2\,733}{10} = 273.3$ y en la fase 4 el número es de 4.

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{7\,544}{5} = 1\,508.8 \text{ y en la fase 4 el número es de } \frac{27}{10} = 2.7.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 5 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4	al pant. 5
El pantano 1 transvasa:	50%	10%	0%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	40%	40%	0%	0%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	20%	50%	0%	20%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	20%	60%	0%
El pantano 5 transvasa:	0%	0%	0%	30%	50%

Por otro lado, los pantanos 2 al 5 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3	Pant. 4	Pant. 5
10%	10%	10%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en ellos mismos según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4	Pantano 5
6Hm ³	1Hm ³	8Hm ³	6Hm ³	6Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{68}{25} = 2.72$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{22}{5} = 4.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: 8
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{81}{10} = 8.1$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{91}{25} = 3.64$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{83}{10} = 8.3$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{41}{5} = 8.2$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{23}{5} = 4.6$

Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 5 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 5: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4	Curso 5
50 alumnos	150 alumnos	150 alumnos	500 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 4: 179

2) Alumnos en el curso 4: 248

3) Alumnos en el curso 4: $\frac{5171}{10} = 517.1$

4) Alumnos en el curso 4: 290

5) Alumnos en el curso 4: $\frac{5061}{10} = 506.1$

6) Alumnos en el curso 4: 500

7) Alumnos en el curso 4: $\frac{2607}{5} = 521.4$

8) Alumnos en el curso 4: 506

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	10K	1K	2K
Pienso marca 2	1K	1K	0K
Pienso marca 3	14K	4K	2K
Pienso marca 4	15K	2K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
156K	31K	27K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 13.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=2, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 + x_2 - 10x_3 - x_4 = -8$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 2$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = 2$$

$$-x_1 + 2x_3 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} -15 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} -19 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -16 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 77387587

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 1 & ? & -1 \\ -1 & 2 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & -1 \\ -2 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 2 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 1 & -1 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & 2 & 0 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 2 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ -1 & -1 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 2 \\ 4 & ? & -3 & -2 \\ 2 & 0 & ? & -1 \\ -2 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-2 \ 0 \ 1 \ -2)$, $(2 \ 2 \ 2 \ -1)$, $(-4 \ 0 \ 2 \ -4)$, $(-1 \ -1 \ -1 \ 1)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(8 \ 6 \ -2)$ es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -2 \ 2)$, $(-2 \ -4 \ 3)$, $(2 \ 2 \ -1)$, $(0 \ -4 \ 4)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 25 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	3
Grupo 2	0.4	5
Grupo 3	0.7	1
Grupo 4	0.8	0
Grupo 5	0	3

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
21	13	44	41	64

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 4 pasadas 5 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{188}{3} = 62.6667$
- 2) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{154}{5} = 30.8$
- 3) El número de individuos en la clase 4 es: 41
- 4) El número de individuos en la clase 4 es: 44
- 5) El número de individuos en la clase 4 es: 81
- 6) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{37}{2} = 18.5$
- 7) El número de individuos en la clase 4 es: $\frac{287}{10} = 28.7$
- 8) El número de individuos en la clase 4 es: 103

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	0%	100%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	50%	50%
Fase 4	100%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 3	Fase 4
1300	1900

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
6	16	19	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{24018}{5} = 4803.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{64}{5} = 12.8.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es 45600 y en la fase 2 el número es de 6.

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{16021}{5} = 3204.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{72}{5} = 14.4.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{24018}{5} = 4803.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{8}{5} = 1.6.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{24027}{5} = 4805.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{56}{5} = 11.2.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es 352 y en la fase 2 el número es de 6.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{16018}{5} = 3203.6$ y en la fase 2 el número es de 8.

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{32027}{5} = 6405.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{16}{5} = 3.2.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	60%	10%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	10%	70%	0%	20%
El pantano 3 transvasa:	0%	60%	40%	0%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	30%	70%

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
30%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto los pantanos 1 y 2 reciben agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

⊙ El pantano 2 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
4Hm ³	8Hm ³	8Hm ³	5Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{26}{5} = 5.2$
- 2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{22}{5} = 4.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{53}{10} = 5.3$
- 4) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{86}{25} = 3.44$
- 5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{51}{10} = 5.1$
- 6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{104}{25} = 4.16$
- 7) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{18}{5} = 3.6$
- 8) Agua almacenada en el pantano 4: 5

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 4 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
550 alumnos	200 alumnos	50 alumnos	500 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{5197}{10} = 519.7$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{5149}{10} = 514.9$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } 89$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{375}{2} = 187.5$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2528}{5} = 505.6$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } 80$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{5013}{10} = 501.3$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2522}{5} = 504.4$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	3K	3K	4K	1K
harinas vegetales	17K	10K	25K	7K
harinas de pescado	2K	1K	3K	1K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
24K	132K	16K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=2
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-x_1 - 4x_2 - 5x_3 + x_4 + x_5 = -1$$

$$5x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -12 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -9 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -9 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 11 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77388323

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & 0 & 2 & 0 \\ -1 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & -1 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & -2 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ -1 & -1 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 2 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 2 & ? & -3 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ -3 & 2 & ? & 2 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 1 \\ -1 & ? & 0 & 1 \\ 2 & -1 & ? & -1 \\ -2 & 1 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 1 & ? & -2 & 0 \\ -1 & -1 & ? & 0 \\ 2 & 1 & -2 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -2 \ -1 \ 1)$, $(-2 \ -1 \ 1 \ 1)$, $(0 \ 1 \ -2 \ -1)$, $(2 \ -1 \ -2 \ 0)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(8 \ 7 \ 9)$ es combinación lineal de la uplas

$(-3 \ -1 \ 2)$, $(-1 \ 1 \ 1)$, $(1 \ 1 \ 1)$, $(2 \ 2 \ -1)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2
34	21

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasados 5 meses

1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{81}{2} = 40.5$

2) El número de individuos en la clase 2 es: 0

3) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{21}{10} = 2.1$

4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{75}{2} = 37.5$

5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{17}{5} = 3.4$

6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{298}{3} = 99.3333$

7) El número de individuos en la clase 2 es: 75

8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{59}{3} = 19.6667$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	70%
Fase 2	10%	90%
Fase 3	90%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1600 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
3	12	17

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12009}{5} = 2401.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{36}{5} = 7.2.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6363}{25}$

$$= 254.52 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{9541}{50} = 190.82.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1363}{5} = 272.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{21}{10} = 2.1.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{16021}{10} = 1602.1 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{18}{5} = 3.6.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{636003}{25}$

$$= 25440.1 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{952021}{50} = 19040.4.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{32021}{10} = 3202.1$ y en la fase 2 el número es de 6.

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12012}{5} = 2402.4 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{48}{5} = 9.6.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{4009}{5} = 801.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{18}{5} = 3.6.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	80%	30%	0%
al pant. 2	10%	40%	30%
al pant. 3	10%	0%	70%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 y 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 y 3 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 2 y 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
8Hm ³	1Hm ³	8Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{89}{10} = 8.9$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{81}{10} = 8.1$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{43}{5} = 8.6$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{67}{10} = 6.7$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{41}{5} = 8.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{17}{2} = 8.5$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{42}{5} = 8.4$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{87}{10} = 8.7$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 8 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
100 alumnos	50 alumnos	50 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 2: $\frac{649}{10} = 64.9$

2) Alumnos en el curso 2: 31

3) Alumnos en el curso 2: 45

4) Alumnos en el curso 2: $\frac{269}{5} = 53.8$

5) Alumnos en el curso 2: $\frac{309}{5} = 61.8$

6) Alumnos en el curso 2: $\frac{637}{10} = 63.7$

7) Alumnos en el curso 2: $\frac{297}{5} = 59.4$

8) Alumnos en el curso 2: 90

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	19K	16K	24K
Pienso marca 2	3K	3K	4K
Pienso marca 3	22K	21K	29K
Pienso marca 4	26K	22K	33K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
110K	94K	140K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 6.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=3

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - x_2 - 3x_3 + 5x_4 = -1$$

$$2x_1 - x_2 + 5x_3 + 4x_4 = -3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -9 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -11 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} 1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77388349

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & -2 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ -3 & -1 & ? & -1 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -2 \\ 1 & ? & 1 & -2 \\ 1 & 0 & ? & -2 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

5) $\begin{pmatrix} ? & 1 & -1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 1 \\ 3 & ? & -3 & 2 \\ 2 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-4 \ -3 \ 2 \ -1 \ 2)$, $(-2 \ -1 \ 0 \ -1 \ 0)$, $(0 \ 2 \ 1 \ -1 \ 0)$, $(2 \ 2 \ -2 \ 0 \ -2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(9 \ 7 \ 4 \ -8)$ es combinación lineal de la uplas

$(-1 \ 0 \ -1 \ 0)$, $(-2 \ 0 \ -2 \ 0)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X - \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & -4 \\ -2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & -2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 18 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	5
Grupo 2	0.2	7
Grupo 3	0.2	2
Grupo 4	0.3	3
Grupo 5	0.7	4
Grupo 6	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
21	57	99	25	39	59

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 6 meses

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: 73
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{21}{50} = 0.42$
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{8}{3} = 2.66667$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{267}{2} = 133.5$
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: 134
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 150
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{99}{5} = 19.8$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{99}{25} = 3.96$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	80%
Fase 2	40%	50%
Fase 3	0%	100%
Fase 4	10%	50%
Fase 5	40%	50%
Fase 6	50%	0%

Además, los individuos en las últimas 2 fases ponen huevos según se indica en esta otra tabla (en miles):

Fase 5	Fase 6
300	1600

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
14	18	17	20	14	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{14\ 306}{5} = 2861.2$ y en la fase 4 el número es de 2.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{109\ 007}{5} = 21801.4$ y en la fase 4 el número es de 25.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1052}{5} = 210.4$ y en la fase 4 el número es de 25.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{14\ 313}{5} = 2862.6$ y en la fase 4 el número es de 10.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{19\ 049}{5} = 3809.8$ y en la fase 4 el número es de 8.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{28\ 542}{5} = 5708.4$ y en la fase 4 el número es de 14.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9563}{5} = 1912.6$ y en la fase 4 el número es de 2.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9549}{5} = 1909.8$ y en la fase 4 el número es de 18.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	90%	0%	10%	0%
El pantano 2 transvasa:	0%	40%	0%	60%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	40%	10%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	40%	50%

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
30%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 4. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 4 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 al 4 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
4Hm ³	8Hm ³	3Hm ³	4Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{351}{100} = 3.51$
- 2) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{41}{10} = 4.1$
- 3) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{427}{100} = 4.27$
- 4) Agua almacenada en el pantano 4: 4
- 5) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 4: $\frac{43}{10} = 4.3$
- 7) Agua almacenada en el pantano 4: 2
- 8) Agua almacenada en el pantano 4: 1

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 4: el 60% termina el grado, el 10% repite curso y el 30% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 20% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
200 alumnos	100 alumnos	450 alumnos	450 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

1) Alumnos en el curso 1: 130

2) Alumnos en el curso 1: 150

3) Alumnos en el curso 1: 100

4) Alumnos en el curso 1: $\frac{2301}{10} = 230.1$

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{1122}{5} = 224.4$

6) Alumnos en el curso 1: $\frac{2039}{10} = 203.9$

7) Alumnos en el curso 1: $\frac{2259}{10} = 225.9$

8) Alumnos en el curso 1: 126

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	1K	15K	19K
Pienso marca 2	1K	19K	24K
Pienso marca 3	0K	7K	9K
Pienso marca 4	3K	13K	16K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
9K	155K	196K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 9.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 + 3x_5 = 3$$

$$9x_1 - 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 6x_5 = -3$$

$$-4x_1 - 4x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 0$$

$$x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = -3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -15 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -13 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 1 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -8 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} -3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77579555

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & -2 \\ 2 & 0 & ? & 1 \\ 3 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 2 & ? & -1 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 1 & ? & -1 & 1 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 3 & 1 \\ 1 & ? & -1 & 0 \\ -1 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -2 & 2 \\ -1 & ? & 3 & -3 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 2 & 0 \\ -3 & -2 & ? & 1 \\ -2 & -1 & 3 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 2 \ 2 \ 0 \ -1)$, $(-2 \ -3 \ -2 \ 2 \ -1)$, $(0 \ -1 \ 0 \ 2 \ -2)$, $(-1 \ 0 \ 1 \ 1 \ -1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-4 \ -4 \ -4 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(4 \ 4 \ 4 \ 0)$, $(2 \ 2 \ 2 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\left(X + \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & 1 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & * & 2 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & * \\ -2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 15 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	0
Grupo 2	0.1	8
Grupo 3	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
69	77	10

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 5 meses

1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{77}{10} = 7.7$

2) El número de individuos en la clase 3 es: 93

3) El número de individuos en la clase 3 es: 108

4) El número de individuos en la clase 3 es: 123

5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{221}{3} = 73.6667$

6) El número de individuos en la clase 3 es: 1

7) El número de individuos en la clase 3 es: 80

8) El número de individuos en la clase 3 es: 39

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	70%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	20%	80%
Fase 4	10%	90%
Fase 5	10%	20%
Fase 6	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1300 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
19	13	5	17	14	17

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 5 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{201519}{25}$
 = 8060.76 y en la fase 5 el número es de $\frac{2117}{100} = 21.17$.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{13133}{10} = 1313.3$ y en la fase 5 el número es de $\frac{21}{5} = 4.2$.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{13171}{10} = 1317.1$ y en la fase 5 el número es de $\frac{49}{5} = 9.8$.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9807}{5} = 1961.4$ y en la fase 5 el número es de $\frac{42}{5} = 8.4$.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3326}{5} = 665.2$ y en la fase 5 el número es de $\frac{56}{5} = 11.2$.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{2034}{25} = 81.36$ y en la fase 5 el número es de $\frac{2117}{100} = 21.17$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6557}{5} = 1311.4$ y en la fase 5 el número es de $\frac{42}{5} = 8.4$.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{1124}{5} = 224.8$ y en la fase 5 el número es de $\frac{251}{10} = 25.1$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	60%	10%	20%
El pantano 2 transvasa:	0%	70%	20%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	90%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 2 y 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 2 y 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 2 y 3.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
9Hm ³	8Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{8}{5} = 1.6$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{3}{2} = 1.5$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{11}{10} = 1.1$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{17}{10} = 1.7$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{6}{5} = 1.2$
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: 4
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: 1
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{7}{5} = 1.4$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 100% termina el grado.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 7 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
200 alumnos	350 alumnos	400 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 3: $\frac{4039}{10} = 403.9$

2) Alumnos en el curso 3: 315

3) Alumnos en el curso 3: $\frac{4043}{10} = 404.3$

4) Alumnos en el curso 3: $\frac{2047}{5} = 409.4$

5) Alumnos en el curso 3: 162

6) Alumnos en el curso 3: $\frac{335}{7} = 47.8571$

7) Alumnos en el curso 3: $\frac{2009}{5} = 401.8$

8) Alumnos en el curso 3: $\frac{200}{7} = 28.5714$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	3K	3K	7K
Pienso marca 2	14K	17K	36K
Pienso marca 3	11K	13K	28K
Pienso marca 4	2K	3K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
36K	41K	90K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 7.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=1, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-5x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 6x_4 - x_5 = -2$$

$$-x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5$$

$$-x_1 + 3x_2 + 7x_3 - 10x_4 - x_5 = -5$$

$$10x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 + x_5 = -6$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 22 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -13 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -13 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -4 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77646112

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -2 & 2 & 0 \\ -1 & ? & -2 & 1 \\ 0 & -1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -3 & ? & 1 & 2 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 1 \\ -1 & ? & 1 & -2 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ -1 & ? & -3 & -1 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 1 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 1 \\ 3 & ? & -1 & -1 \\ -2 & 0 & ? & 1 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -2 & ? & 1 & -2 \\ 5 & -3 & ? & 7 \\ 1 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 2 \ -2 \ 2 \ 0)$, $(1 \ -2 \ -2 \ -1 \ 1)$, $(2 \ -2 \ -1 \ 0 \ 2)$, $(0 \ 2 \ 0 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(2 \ 9 \ 2 \ 8)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ -1 \ 2 \ -2)$, $(0 \ 2 \ 0 \ 2)$, $(2 \ -3 \ 2 \ -4)$, $(2 \ 1 \ 2 \ 0)$, $(-2 \ 3 \ -2 \ 4)$, $(0 \ 4 \ 0 \ 4)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} * & 2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & * & * \\ -2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & * & * \\ -1 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 5 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 25 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 5 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.3	3
Grupo 2	0.1	5
Grupo 3	0.1	3
Grupo 4	0.2	3
Grupo 5	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5
41	46	77	63	48

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 5 pasadas 5 semanas

1) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{48}{5} = 9.6$

2) El número de individuos en la clase 5 es: 54

3) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{167}{2} = 83.5$

4) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{125}{2} = 62.5$

5) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{115}{3} = 38.3333$

6) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{63}{5} = 12.6$

7) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{239}{3} = 79.6667$

8) El número de individuos en la clase 5 es: $\frac{304}{3} = 101.333$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	20%	70%
Fase 2	40%	60%
Fase 3	20%	80%
Fase 4	10%	90%
Fase 5	20%	60%
Fase 6	90%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 2000 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
10	10	18	12	2	16

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 6 pasado 1 mes?

- 1) El número de individuos en la fase 1 es 321 y en la fase 6 el número es de $\frac{14}{5} = 2.8$.
- 2) El número de individuos en la fase 1 es 2007 y en la fase 6 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.
- 3) El número de individuos en la fase 1 es 3006 y en la fase 6 el número es de 8.
- 4) El número de individuos en la fase 1 es 2007 y en la fase 6 el número es de $\frac{24}{5} = 4.8$.
- 5) El número de individuos en la fase 1 es 1006 y en la fase 6 el número es de $\frac{32}{5} = 6.4$.
- 6) El número de individuos en la fase 1 es 32001 y en la fase 6 el número es de $\frac{14}{5} = 2.8$.
- 7) El número de individuos en la fase 1 es 2008 y en la fase 6 el número es de $\frac{8}{5} = 1.6$.
- 8) El número de individuos en la fase 1 es 4008 y en la fase 6 el número es de $\frac{56}{5} = 11.2$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	80%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	40%	50%	0%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	90%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
4Hm ³	7Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{213}{50} = 4.26$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: 3
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{37}{10} = 3.7$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{479}{100} = 4.79$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: 7
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{71}{10} = 7.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{81}{50} = 1.62$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{5} = 4.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado, el 20% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 5 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
500 alumnos	150 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{758}{5} = 151.6$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{325}{2} = 162.5$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 2: } 314$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{852}{5} = 170.4$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1563}{10} = 156.3$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{884}{5} = 176.8$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{1749}{10} = 174.9$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 2: } \frac{844}{5} = 168.8$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	2K	0K	2K	1K
harinas vegetales	7K	4K	5K	4K
harinas de pescado	7K	6K	4K	4K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
22K	68K	63K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 12.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=2, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1
- 4) Pienso 1=5, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$-2x_2 + x_3 + x_4 = 5$$

$$-x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 - 2x_5 = -5$$

$$-4x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 4$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 9 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -5 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77648499

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -2 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ -2 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & 2 & 0 & 3 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ -1 & -1 & ? & -2 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & 0 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 2 & -2 & ? & -1 \\ -1 & 1 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & -1 \\ 0 & ? & -2 & 0 \\ 1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0)$, $(-2 \ -1 \ 2 \ 3 \ -1)$, $(2 \ 0 \ -2 \ -2 \ 1)$, $(2 \ -1 \ 0 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(0 \ 0 \ 0 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(0 \ -1 \ -2 \ -2)$, $(0 \ -2 \ -4 \ -4)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} * & -2 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & * & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 6 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 18 años. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 6 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0.6	1
Grupo 3	0.5	4
Grupo 4	0.1	3
Grupo 5	0.1	3
Grupo 6	0	2

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
76	24	14	82	71	8

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 3 pasados 6 años

- 1) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{42}{5} = 8.4$
- 2) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{126}{25} = 5.04$
- 3) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{114}{25} = 4.56$
- 4) El número de individuos en la clase 3 es: 14
- 5) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{97}{3} = 32.3333$
- 6) El número de individuos en la clase 3 es: 24
- 7) El número de individuos en la clase 3 es: $\frac{37}{2} = 18.5$
- 8) El número de individuos en la clase 3 es: 58

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 6 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	60%
Fase 2	10%	80%
Fase 3	40%	50%
Fase 4	20%	50%
Fase 5	10%	90%
Fase 6	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1200 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4	Fase 5	Fase 6
8	3	12	17	12	18

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es 216 y en la fase 2 el número es de $\frac{51}{10} = 5.1$.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{648}{5}$
 = 129.6 y en la fase 2 el número es de $\frac{13\ 011}{100} = 130.11$.

3) El número de individuos en la fase 1 es 12960 y en la fase 2 el número es de $\frac{1\ 296\ 051}{100} = 12\ 960.5$.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{3032}{5} = 606.4$ y en la fase 2 el número es de $\frac{6}{5} = 1.2$.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{9036}{5} = 1807.2$ y en la fase 2 el número es de $\frac{12}{5} = 2.4$.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6036}{5} = 1207.2$ y en la fase 2 el número es de $\frac{9}{10} = 0.9$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6032}{5} = 1206.4$ y en la fase 2 el número es de $\frac{9}{5} = 1.8$.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{12\ 024}{5} = 2404.8$ y en la fase 2 el número es de $\frac{3}{2} = 1.5$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	60%	20%	0%
El pantano 2 transvasa:	10%	50%	20%
El pantano 3 transvasa:	0%	0%	90%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 10% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
2Hm ³	7Hm ³	4Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{36}{25} = 1.44$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{31}{10} = 3.1$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: 7
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{71}{10} = 7.1$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{27}{10} = 2.7$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{131}{100} = 1.31$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{44}{25} = 1.76$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{5}{2} = 2.5$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 20% repite curso y el 20% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso y el 40% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 90% termina el grado y el 10% repite curso.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
150 alumnos	200 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

1) Alumnos en el curso 1: $\frac{121}{6} = 20.1667$

2) Alumnos en el curso 1: 41

3) Alumnos en el curso 1: $\frac{1557}{10} = 155.7$

4) Alumnos en el curso 1: 138

5) Alumnos en el curso 1: $\frac{767}{5} = 153.4$

6) Alumnos en el curso 1: 80

7) Alumnos en el curso 1: 55

8) Alumnos en el curso 1: 150

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	6K	7K	7K	10K
harinas vegetales	3K	6K	7K	9K
harinas de pescado	5K	8K	9K	12K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
49K	44K	58K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 7.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=3, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=4, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$5x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 + 4x_5 - 2x_6 = -4$$

$$-2x_1 - 2x_2 - 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 3$$

$$4x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 9x_4 + 4x_5 - 3x_6 = -9$$

$$5x_1 + 4x_3 - 4x_4 - 2x_5 + x_6 = -1$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 31 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -15 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 13 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -16 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 10 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -10 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -1 \\ ? \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77648982

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 1 & -1 \\ 1 & -1 & ? & 0 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 1 & ? & 1 & 0 \\ 1 & 0 & ? & 1 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -3 & ? & 1 & 2 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 2 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -2 & ? & -1 & 2 \\ 1 & 0 & ? & -2 \\ -1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ -1 & ? & 2 & 1 \\ 0 & -2 & ? & -2 \\ 0 & 1 & 2 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(0 \ 2 \ 0 \ 1)$, $(2 \ -2 \ 2 \ -2)$, $(-2 \ 4 \ -2 \ 3)$, $(-2 \ 4 \ -2 \ -1)$, $(2 \ -2 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(-4 \ -2 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(1 \ 0 \ 1)$, $(2 \ 0 \ 2)$,

- 1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- 1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 4 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 16 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 4 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0.2	3
Grupo 3	0.4	1
Grupo 4	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
82	27	30	98

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 1 pasados 4 meses

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{167}{3} = 55.6667$
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: 25
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: 93
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{128}{5} = 25.6$
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{154}{3} = 51.3333$
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: 111
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: 47
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: 55

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 4 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	50%
Fase 2	20%	50%
Fase 3	20%	80%
Fase 4	70%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1600 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3	Fase 4
16	3	14	4

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 4 pasados 2 meses?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{8072}{5} = 1614.4$ y en la fase 4 el número es de 2.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{328}{5} = 65.6$ y en la fase 4 el número es de $\frac{62}{5} = 12.4$.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{8072}{5} = 1614.4$ y en la fase 4 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{5124}{25} = 204.96$ y en la fase 4 el número es de $\frac{123}{25} = 4.92$.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{8048}{5} = 1609.6$ y en la fase 4 el número es de $\frac{2}{5} = 0.4$.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{512004}{25} = 20480.2$ y en la fase 4 el número es de $\frac{123}{25} = 4.92$.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{4048}{5} = 809.6$ y en la fase 4 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{8048}{5} = 1609.6$ y en la fase 4 el número es de $\frac{16}{5} = 3.2$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 4 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3	al pant. 4
El pantano 1 transvasa:	60%	20%	0%	0%
El pantano 2 transvasa:	0%	20%	30%	20%
El pantano 3 transvasa:	0%	10%	80%	10%
El pantano 4 transvasa:	0%	0%	50%	50%

Por otro lado, los pantanos 3 y 4 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 3	Pant. 4
10%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 3 y 4. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 3 y 4 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 3 y 4.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3	Pantano 4
6Hm ³	7Hm ³	9Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{91}{10} = 9.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{429}{50} = 8.58$
- 3) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{147}{25} = 5.88$
- 4) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{89}{10} = 8.9$
- 5) Agua almacenada en el pantano 3: 9
- 6) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{71}{10} = 7.1$
- 7) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{93}{10} = 9.3$
- 8) Agua almacenada en el pantano 3: $\frac{46}{5} = 9.2$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 4 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 3: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 4: el 80% termina el grado y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el último curso de estudios (curso 4), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3	Curso 4
350 alumnos	400 alumnos	500 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1063}{5} = 212.6$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2259}{10} = 225.9$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2121}{10} = 212.1$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{411}{2} = 205.5$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{1134}{5} = 226.8$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{2109}{10} = 210.9$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 4: } 350$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 4: } \frac{175}{3} = 58.3333$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	12K	10K	17K	14K
harinas vegetales	4K	3K	6K	5K
harinas de pescado	5K	3K	7K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
34K	11K	12K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 3.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=3, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 4x_5 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_5 = 3$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} -1 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -1 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 5 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -1 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 77688617

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -3 & -2 & 2 \\ 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 2 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 0 & ? & -2 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 2 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -2 & ? & 0 \\ 1 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 2 \ 2 \ 1)$, $(-4 \ -3 \ -1 \ -3)$, $(-2 \ -1 \ 1 \ -2)$, $(2 \ -1 \ 0 \ -1)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(3 \ 3 \ 4)$ es combinación lineal de la uplas

$(0 \ 2 \ 0)$, $(0 \ 1 \ 0)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \left(X + \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

1) $\begin{pmatrix} -2 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	0
Grupo 2	0	0

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2
95	1

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 2 pasadas 10 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{116}{3} = 38.6667$
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: 0
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: 97
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{380}{3} = 126.667$
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{86}{3} = 28.6667$
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{1}{100} = 0.01$
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: 9
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{1}{10} = 0.1$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	10%	50%
Fase 2	40%	60%
Fase 3	80%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1200 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
7	2	20

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 2 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9028}{5} = 1805.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{5} = 1.4.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{120014}{5} = 24002.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{2} = 3.5.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12021}{5} = 2404.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{1}{5} = 0.2.$$

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12028}{5} = 2405.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6028}{5} = 1205.6 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{6}{5} = 1.2.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{1214}{5} = 242.8 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{7}{2} = 3.5.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{12049}{10} = 1204.9 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{9}{5} = 1.8.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{6021}{5} = 1204.2 \text{ y en la fase 2 el número es de } \frac{4}{5} = 0.8.$$

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	40%	20%	0%
al pant. 2	60%	50%	30%
al pant. 3	0%	10%	40%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	20%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
3Hm ³	4Hm ³	5Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasados 2 años.

- 1) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{41}{10} = 4.1$
- 2) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{423}{100} = 4.23$
- 4) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{9}{2} = 4.5$
- 5) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{23}{5} = 4.6$
- 7) Agua almacenada en el pantano 2: $\frac{41}{20} = 2.05$
- 8) Agua almacenada en el pantano 2: 4

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 70% pasa al siguiente curso y el 30% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 90% pasa al siguiente curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 90% termina el grado y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, los propios alumnos, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 6 alumnos en el grado (en todos los cursos), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
150 alumnos	0 alumnos	250 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasados 2 años.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{2529}{10} = 252.9$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{1356}{5} = 271.2$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{2517}{10} = 251.7$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{501}{2} = 250.5$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 3: } 25$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{35}{3} = 11.6667$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 3: } \frac{189}{2} = 94.5$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 3: } 0$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	15K	11K	3K	8K
harinas vegetales	28K	20K	6K	15K
harinas de pescado	11K	8K	2K	6K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
108K	200K	79K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=1, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=2, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=0, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$7x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -1$$

$$-2x_1 - x_2 - 2x_3 = -1$$

$$8x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 8x_4 = -5$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ 7 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -3 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 0 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 8 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 7 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} -4 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017
Relación 4-Matrices para el dni: 78160547

■ **Ejercicio 1**

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

1) $\begin{pmatrix} ? & -5 & 0 & 1 \\ -1 & ? & 0 & -1 \\ 0 & -1 & ? & 1 \\ 1 & -3 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} ? & -2 & -1 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ 1 & 1 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & -2 \\ 0 & ? & -1 & -2 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$ 4)

$\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ -1 & ? & 3 & -1 \\ -1 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 0 & -2 & ? \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & 0 \\ 1 & ? & 1 & 1 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 2 & -1 & 1 & ? \end{pmatrix}$ 6) $\begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 2 \\ -1 & ? & 0 & 0 \\ -1 & 0 & ? & -3 \\ 1 & 0 & -3 & ? \end{pmatrix}$ 7) $\begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -2 \\ -1 & ? & 1 & 2 \\ -1 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix}$

■ **Ejercicio 2**

¿Cuántas de las uplas

$(-1 \ 0 \ -1 \ 0)$, $(2 \ 2 \ 0 \ 1)$, $(1 \ -1 \ 2 \ 2)$,

son independientes?

- 1) 1 2) 2 3) 3

■ **Ejercicio 3**

Comprobar si la upla $(-9 \ 0 \ 0)$ es combinación lineal de la uplas

$(2 \ 0 \ 0)$, $(1 \ 0 \ 0)$,

- 1) Si 2) No

■ **Ejercicio 4**

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -12 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & * \\ * & * \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} * & -2 \\ * & * \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} * & 0 \\ * & * \end{pmatrix}$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 3 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 3 meses. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 3 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.2	0
Grupo 2	0.2	7
Grupo 3	0	4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en cientos):

Clase 1	Clase 2	Clase 3
22	48	28

Determinar el número de individuos (expresados en cientos) que habrá en la clase 2 pasado 1 mes

- 1) El número de individuos en la clase 2 es: 12
- 2) El número de individuos en la clase 2 es: 159
- 3) El número de individuos en la clase 2 es: 0
- 4) El número de individuos en la clase 2 es: 44
- 5) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{48}{5} = 9.6$
- 6) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{319}{3} = 106.333$
- 7) El número de individuos en la clase 2 es: 155
- 8) El número de individuos en la clase 2 es: $\frac{22}{5} = 4.4$

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	40%	60%
Fase 2	20%	70%
Fase 3	100%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1800 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
8	17	11

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9024}{5} = 1804.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{77}{10} = 7.7.$$

2) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{18\ 036}{5} = 3607.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{11}{2} = 5.5.$$

3) El número de individuos en la fase 1 es 198 y en la fase 3 el número es de $\frac{119}{10} = 11.9$.

4) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9028}{5} = 1805.6 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{99}{10} = 9.9.$$

5) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9024}{5} = 1804.8 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{33}{5} = 6.6.$$

6) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{9036}{5} = 1807.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{22}{5} = 4.4.$$

7) El número de individuos en la fase 1 es

$$\frac{13\ 536}{5} = 2707.2 \text{ y en la fase 3 el número es de } \frac{11}{2} = 5.5.$$

8) El número de individuos en la fase 1 es 19800 y en la fase 3 el número es de $\frac{119}{10} = 11.9$.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	Pant. 1 trans.:	Pant. 2 trans.:	Pant. 3 trans.:
al pant. 1	70%	10%	0%
al pant. 2	0%	60%	0%
al pant. 3	20%	30%	80%

(trans.=transvasa).

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
20%	10%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 al 3. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 al 3 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 20% del agua almacenada en los pantanos 1 al 3 (es decir, del agua total almacenada en todos los pantanos).

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
4Hm ³	7Hm ³	1Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{43}{10} = 4.3$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{22}{5} = 4.4$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{9}{2} = 4.5$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{23}{5} = 4.6$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{59}{10} = 5.9$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{47}{10} = 4.7$
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{41}{10} = 4.1$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: 4

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 60% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 30% abandona.

De los alumnos del curso 2: el 60% pasa al siguiente curso, el 30% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 70% termina el grado, el 10% repite curso y el 20% abandona.

Por otro lado, cada año, los alumnos de último curso, de una forma u otra, hacen promoción de la titulación de modo que por cada 9 alumnos en el último curso de estudios (curso 3), se convence a un nuevo alumno para que comience a estudiar la titulación.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
550 alumnos	150 alumnos	300 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

$$1) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{2762}{5} = 552.4$$

$$2) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{265}{3} = 88.3333$$

$$3) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{5707}{10} = 570.7$$

$$4) \text{ Alumnos en el curso 1: } 145$$

$$5) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{1045}{9} = 116.111$$

$$6) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{2873}{5} = 574.6$$

$$7) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{133}{6} = 22.1667$$

$$8) \text{ Alumnos en el curso 1: } \frac{2833}{5} = 566.6$$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
Pienso marca 1	1K	0K	1K
Pienso marca 2	1K	1K	0K
Pienso marca 3	4K	1K	4K
Pienso marca 4	3K	4K	0K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
18K	8K	13K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 10.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 2) Pienso 1=4, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=0, Pienso 4=?
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$x_3 - x_4 = -5$$

$$-2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5$$

$$2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las primeras variables y despejando las últimas (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de derecha a izquierda)
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} 0 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 10 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 2 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -13 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 4 \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ -17 \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 3 \end{pmatrix}$$

Matemáticas - CC. Ambientales - 2016/2017

Relación 4-Matrices para el dni: 78858529

■ Ejercicio 1

Calcular la inversa de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$$1) \begin{pmatrix} ? & -1 & -2 & 0 \\ 1 & ? & 4 & 0 \\ 0 & 0 & ? & -1 \\ 1 & 2 & 4 & ? \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} ? & -1 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} ? & 0 & 1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 1 & 1 & ? & 0 \\ -1 & -2 & -1 & ? \end{pmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{pmatrix} ? & -1 & 1 & -1 \\ 0 & ? & 0 & 1 \\ 1 & -1 & ? & -3 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & -1 & ? & -1 \\ 0 & 0 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 6) \begin{pmatrix} ? & 0 & -1 & 1 \\ 0 & ? & 1 & -2 \\ 1 & 0 & ? & -2 \\ 0 & -1 & 0 & ? \end{pmatrix} \quad 7) \begin{pmatrix} ? & 0 & 0 & -1 \\ 0 & ? & -1 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 2

¿Cuántas de las uplas

$(2 \ 0 \ 0 \ 2)$, $(1 \ -1 \ 0 \ 1)$, $(-1 \ -2 \ 0 \ 1)$, $(0 \ -2 \ -2 \ 2)$,

son independientes?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

■ Ejercicio 3

Comprobar si la upla $(1 \ 3 \ 2)$ es combinación lineal de la uplas

$(-4 \ -4 \ 0)$, $(-2 \ -2 \ 0)$, $(0 \ 0 \ 1)$, $(2 \ 2 \ 1)$, $(-4 \ -4 \ -1)$,

1) Si 2) No

■ Ejercicio 4

Calcular la matriz X despejando en la siguiente ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \left(X - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$1) \begin{pmatrix} -1 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 2 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} * & -1 \\ * & * \end{pmatrix} \quad 5) \begin{pmatrix} * & 1 \\ * & * \end{pmatrix}$$

■ Ejercicio 5

Para estudiar cierta especie animal que se explota en una granja, se divide la población de hembras en 2 grupos o clases según la edad. La edad máxima que alcanzan los individuos de la especie es de 10 semanas. Disponemos además de los siguientes datos de natalidad y supervivencia para estas 2 clases:

	Supervivencia	Natalidad
Grupo 1	0.1	1
Grupo 2	0	4

que indican la cantidad media de hijas que tiene cada hembra y el tanto por uno de hembras que sobreviven de una clase a la siguiente en cada período. Inicialmente tenemos los siguiente individuos en cada clase (expresados en miles):

Clase 1	Clase 2
21	77

Determinar el número de individuos (expresados en miles) que habrá en la clase 1 pasadas 5 semanas

- 1) El número de individuos en la clase 1 es: 32
- 2) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{125}{2} = 62.5$
- 3) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{21}{10} = 2.1$
- 4) El número de individuos en la clase 1 es: 150
- 5) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{16}{3} = 5.33333$
- 6) El número de individuos en la clase 1 es: $\frac{263}{2} = 131.5$
- 7) El número de individuos en la clase 1 es: 155
- 8) El número de individuos en la clase 1 es: 329

■ Ejercicio 6

En una granja se explota cierta especie de insecto que, empezando por la fase de huevo y terminando en la de adulto, pasa a lo largo de su vida por 3 fases diferentes de desarrollo. Cada mes cierto porcentaje de los individuos pasan a la siguiente fase o mueren según se indica en la siguiente tabla:

	Mueren	Pasan a la siguiente fase
Fase 1	30%	50%
Fase 2	20%	80%
Fase 3	90%	0%

Además, cada individuo en la última fase de adulto pone 1200 huevos (en miles).

Inicialmente tenemos los siguientes individuos en cada fase (en miles):

Fase 1	Fase 2	Fase 3
2	10	10

¿Cuántos individuos (en miles) tendremos en las fases 1 y 3 pasado 1 mes?

1) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6007}{5} = 1201.4$ y en la fase 3 el número es de 4.

2) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6008}{5} = 1201.6$ y en la fase 3 el número es de 4.

3) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{602}{5} = 120.4$ y en la fase 3 el número es de 9.

4) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6009}{5} = 1201.8$ y en la fase 3 el número es de 2.

5) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6006}{5} = 1201.2$ y en la fase 3 el número es de 9.

6) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6008}{5} = 1201.6$ y en la fase 3 el número es de 7.

7) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{6009}{5} = 1201.8$ y en la fase 3 el número es de 7.

8) El número de individuos en la fase 1 es $\frac{60002}{5} = 12000.4$ y en la fase 3 el número es de 9.

■ Ejercicio 7

En cierta cuenca hidrográfica tenemos 3 pantanos conectados entre sí y con ríos que les aportan agua y otros en los que desaguan. Puesto que los pantanos están comunicados, cada año se regulan sus niveles realizando trasvases entre ellos según se indica en la siguiente tabla que recoge los porcentajes del agua almacenada en cada pantano que son trasvasados a los demás:

	al pant. 1	al pant. 2	al pant. 3
El pantano 1 transvasa:	30%	10%	50%
El pantano 2 transvasa:	30%	60%	10%
El pantano 3 transvasa:	0%	0%	80%

Por otro lado, los pantanos 2 y 3 pierden un porcentaje del agua que almacenan vertiéndola en los ríos de desagüe. En la siguiente tabla se indican los porcentajes de pérdida de agua que se producen en estos pantanos:

Pant. 2	Pant. 3
10%	30%

Por último, cada año se regulan los pantanos vertiendo en algunos de ellos agua procedente de otros ríos y pantanos. Para determinar el volumen de agua que se vierte en estos pantanos se toma como referencia el agua almacenada en los pantanos 1 y 2. En concreto el pantano 1 recibe agua en función del agua total acumulada conjuntamente en los pantanos 1 y 2 según indicamos a continuación:

- ⊙ El pantano 1 recibe una cantidad de agua equivalente al 30% del agua almacenada en los pantanos 1 y 2.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente volumen de agua en cada pantano:

Pantano 1	Pantano 2	Pantano 3
2Hm ³	5Hm ³	9Hm ³

Determinar el agua que tendremos en cada pantano pasado 1 año.

- 1) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{27}{10} = 2.7$
- 2) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{21}{5} = 4.2$
- 3) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{13}{5} = 2.6$
- 4) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{11}{5} = 2.2$
- 5) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{23}{10} = 2.3$
- 6) Agua almacenada en el pantano 1: 2
- 7) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{5}{2} = 2.5$
- 8) Agua almacenada en el pantano 1: $\frac{12}{5} = 2.4$

■ Ejercicio 8

El grado en Ciencias Ambientales de cierta universidad se imparte en 3 cursos. Los estudios sobre los alumnos que suspenden y aprueban realizados en años anteriores demuestran que:

De los alumnos del curso 1: el 80% pasa al siguiente curso y el 20% repite curso.

De los alumnos del curso 2: el 80% pasa al siguiente curso, el 10% repite curso y el 10% abandona.

De los alumnos del curso 3: el 60% termina el grado, el 30% repite curso y el 10% abandona.

Por otro lado, cada año, comienzan a estudiar la titulación una cantidad equivalente al 60% de los alumnos matriculados en el último curso.

Supongamos que inicialmente tenemos el siguiente número de alumnos en cada curso:

Curso 1	Curso 2	Curso 3
350 alumnos	450 alumnos	200 alumnos

Determinar la cantidad de estudiantes que tendremos en los diferentes cursos pasado 1 año.

- 1) Alumnos en el curso 3: 420
- 2) Alumnos en el curso 3: $\frac{2059}{10} = 205.9$
- 3) Alumnos en el curso 3: $\frac{1042}{5} = 208.4$
- 4) Alumnos en el curso 3: $\frac{1008}{5} = 201.6$
- 5) Alumnos en el curso 3: $\frac{2199}{10} = 219.9$
- 6) Alumnos en el curso 3: $\frac{2377}{10} = 237.7$
- 7) Alumnos en el curso 3: 215
- 8) Alumnos en el curso 3: $\frac{1078}{5} = 215.6$

■ Ejercicio 9

En cierta explotación ganadera se emplean diferentes marcas de piensos. Cada marca combina en diferentes cantidades distintos tipos de harinas según vemos en la siguiente tabla en la que se indica la cantidad de kilos de cada compuesto que contiene un saco de cada marca:

	Pienso marca 1	Pienso marca 2	Pienso marca 3	Pienso marca 4
harinas animales	55K	38K	6K	5K
harinas vegetales	65K	45K	7K	6K
harinas de pescado	36K	25K	4K	3K

Los técnicos de la explotación determinan que la alimentación semanal de cada animal debe contener la siguiente composición:

harinas animales	harinas vegetales	harinas de pescado
110K	130K	72K

¿Cuántos sacos de cada marca debemos mezclar para alcanzar esa composición óptima teniendo en cuenta que además, por cuestiones de almacenamiento, deseamos que el número total de sacos para cada animal sea igual a 8.

- 1) Pienso 1=?, Pienso 2=0, Pienso 3=?, Pienso 4=?
- 2) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=4, Pienso 4=?
- 3) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=0
- 4) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=1, Pienso 4=?
- 5) Pienso 1=?, Pienso 2=?, Pienso 3=?, Pienso 4=1

■ Ejercicio 10

Encontrar la solución del sistema

$$2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 4$$

$$3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4$$

$$-x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 8$$

tomando como parámetro, si ello fuera necesario, las últimas variables y despejando las primeras (es decir al resolver por Gauss, comenzaremos seleccionando columnas de izquierda a derecha).
 . Expresar la solución mediante combinaciones lineales.

$$1) \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -7 \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ -10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 7 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$2) \begin{pmatrix} 9 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 6 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 0 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$3) \begin{pmatrix} ? \\ -3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ 6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 2 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ ? \\ 5 \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$4) \begin{pmatrix} ? \\ -22 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 4 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$5) \begin{pmatrix} 12 \\ ? \\ ? \\ ? \end{pmatrix} + \left\langle \begin{pmatrix} ? \\ -6 \\ ? \\ ? \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} ? \\ 3 \\ ? \\ ? \end{pmatrix} \right\rangle$$