

## PRÁCTICA N°3: DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN

*El objetivo de esta práctica es resolver distintos ejercicios para adiestrarse en el uso de los comandos de derivación e integración en varias variables*

### ÍNDICE

1. Máximos y mínimos. Cálculo de volúmenes.
2. Integral múltiple.

#### 1. Máximos y mínimos. Cálculo de volúmenes.

##### Ejemplos:

Hemos modelizado el perfil de un terreno por la siguiente función:  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 27x - 12y$   $(x, y) \in [-6, 4] \times [-4, 4]$

- (I) Representar el terreno.
- (II) Indica las coordenadas del punto más alto y más bajo(ambos en el interior).
- (III) Hallar el volumen total de tierra.

##### Para Practicar:

Hemos modelizado el perfil de un terreno por la siguiente función:

$$f(x, y) = (x - 1)^2 + y^2 + 4y \quad (x, y) \in [-10, 10] \times [-10, 10]$$

- (I) Representar el terreno.
- (II) Indica las coordenadas del punto más alto y más bajo(ambos en el interior).
- (III) Hallar el volumen total de tierra.

#### 2. Integral múltiple.

##### Ejemplos:

- (I) Calcular el área del recinto siguiente:  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, y \leq x + 2, y \leq 4 - x^2\}$ .
- (II) Calcular el volumen del cuerpo limitado por el cono  $z^2 = x^2 + y^2$ ,  $z \geq 0$  y el paraboloides  $2 - x^2 - y^2 = z$ .

##### Para Practicar:

- (I) Calcular el área del recinto siguiente:  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq xy \leq 2, x \leq y \leq 4x\}$ .
- (II) Calcular el volumen del cuerpo limitado entre la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = 6$  y el paraboloides  $x^2 + y^2 = z$ .

#### 3. Ejercicios Finales.

Utilizar este programa como ayuda a los ejercicios planteados en clase.