Pour une formation professionnelle d'université : éléments d'une problématique de rupture

Yves Chevallard et Gisèle Cirade
UMR ADEF et Université de Provence (IUFM)

1. Un schéma didactique général

Nous ne nous excuserons pas de présenter d'emblée un schéma général de nature formelle qui permettra de donner un tour précis à nos récusations comme à nos préconisations. Des personnes se forment : nommons leur collectif X, à la manière des mathématiciens. (Nous sommes mathématiciens.) D'autres personnes s'efforcent de les y aider : désignons par Y le collectif de ces « formateurs ». Voici maintenant une disposition dont nous verrons qu'elle est, dans beaucoup d'arrangements de formation, fort malmenée : on suppose que X et Y se rassemblent au nom d'un projet de formation consistant à apporter, à une certaine question Q, une réponse que nous noterons $R^{\heartsuit}$, supposée « viable » sous certaines contraintes et dans certaines conditions. Le point de départ de toute formation tient donc dans la constitution d'un système didactique que nous notons tout naturellement $S(X, Y ; Q)$: X étudie la question Q sous la direction de Y, en vue de construire une réponse $R^{\heartsuit}$, qui se placera dès lors *au cœur* du travail ultérieur de formation (y compris pour être déconstruite puis reconstruite).

Formellement toujours, ce travail de création d'une réponse $R^{\heartsuit}$ se nourrit de deux ordres de ressources allogènes. D'une part, il y a les réponses « toutes faites » à la question Q que X et/ou Y peuvent trouver « dans la culture » : nous notons une telle réponse $R^{\Diamond}$, le losange en exposant étant là pour dire que cette réponse est « estampillée », c'est-à-dire reconnue, « poinçonnée » par au moins une institution (au sens large de ce terme) ; d'où la manière de lire la notation $R^{\Diamond}$: « R poinçon ». D'autre part, il y a des œuvres de la culture – par exemple des « théories », quelle qu'en soit la nature – dont on peut imaginer qu'elles puissent être des outils de construction de $R^{\heartsuit}$. Cette situation, nous la notons traditionnellement par la formule suivante :

$$(S(X, Y ; Q) \blacktriangleright R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, \ldots, R_n^{\Diamond}, O_{n+1}, \ldots, O_m) \blacktriangleright R^{\heartsuit}.$$

Cette formule s'interprète très simplement : le travail du système formatif $S(X, Y ; Q)$ en vue de produire une réponse $R^{\heartsuit}$ (*a priori* inconnue) se nourrit de l'arraisonnement de réponses « toutes faites » $R_i^{\Diamond}$ et d'œuvres-outils O_j qui sont ainsi introduites dans l'espace de travail du système. Le signe $\blacktriangleright$ peut se lire « produit » en des sens contrastés du terme : le système didactique $S(X, Y ; Q)$ « produit » d'abord les réponses $R_i^{\Diamond}$ et les œuvres O_j en les faisant paraître, toujours plus ou moins transposées, dans son espace de travail ; et il produit $R^{\heartsuit}$ en la « construisant », à partir de matériaux pris aux $R_i^{\Diamond}$ et d'outils empruntés aux O_j. C'est par rapport à ce schéma que nous situerons désormais notre propos.

2. Une illustration particulière : à l'école

Avant d'en venir véritablement à la formation des enseignants, illustrons le schéma précédent sur le cas des systèmes didactiques *scolaires*. En un tel cas, X est l'ensemble des élèves d'une classe, et Y est un « collectif » presque toujours réduit à une personne, le professeur de… (de mathématiques, d'histoire et géographie, d'anglais, etc.). Que sont les questions Q à étudier ?

La réponse à cette question, on va le voir, est en vérité cruciale. Imaginons pour le moment qu'il y ait une question plutôt que rien. Par exemple celle-ci : « Comment la guerre de 1914-1918 a-t-elle commencé ? » (Nous pourrions être ici dans une classe de 3e française.) Ou encore celle-ci : « Comment peut-on mettre en évidence qu'une plante, ça respire ? » (Nous pourrions cette fois nous trouver dans une classe de 5e.) Ou enfin la suivante : « Comment savoir si la division d'un entier par un autre se terminera (le quotient est alors un nombre décimal) ou ne se terminera jamais (le quotient n'est pas décimal) ? » (Cette fois, nous pourrions être dans une classe de seconde.) Comment alors va opérer $S(X, Y ; Q)$ pour faire advenir et pour accréditer une certaine réponse $R^{\heartsuit}$? En nombre de cas, l'affaire se règle ainsi : le professeur, y, aura enquêté par avance (dans le cadre de ses études supérieures, de sa formation spécifique au métier qu'il exerce, de sa préparation du cours qu'il donne, à laquelle il aura mis peut-être une ultime touche la veille au soir) tant sur les réponses $R^{\lozenge}$ existant « dans la culture » que sur les œuvres O qui pourraient être pertinentes dans la « construction » de $R^{\heartsuit}$. Celle-ci, fort souvent, sera le fruit d'une chaîne de transpositions dont le professeur agencera le dernier maillon. Ce qui importe pourtant, en l'espèce, c'est que, en bien des cas, $R^{\heartsuit}$ sera apportée toute faite dans « le cours » du professeur : « Je vais maintenant vous montrer comme il est possible de savoir si le quotient d'un entier par un autre sera un décimal ou non. // Nous allons voir maintenant comment on peut mettre en évidence le fait que les plantes respirent. // Comment la Première Guerre mondiale a-t-elle commencé ? C'est ce que nous allons voir maintenant. » Les élèves n'ont pas « apporté » la question Q ; ils ne contribueront pas plus à « apporter » la réponse $R^{\heartsuit}$: il leur suffira de « l'apprendre ».

Le fonctionnement précédent reste encore proche du schéma général, à ceci près qu'il efface l'ensemble des « formés » X. Cet état n'est cependant pas le seul possible : en certains cas, on observe l'oblitération de la question Q, en sorte que, en un premier temps, le professeur « enseigne » une réponse qui ne répond à rien d'explicite. Le schéma général s'écrit en ce cas ainsi, le processus d'oubli (de la question) ou de refoulement (de réponses alternatives) ne laissant subsister qu'une « empreinte » mal lisible.

$$(S(X, Y ; Q) \blacktriangleright R_1^{\lozenge}, R_2^{\lozenge}, \ldots, R_n^{\lozenge}, O_{n+1}, \ldots, O_m) \blacktriangleright R^{\heartsuit}.$$

Dans un second temps, on en viendra à enseigner, non plus même le cadavre de réponses, devenues purs « préjugés », mais directement et uniquement les œuvres qui auraient pu aider à engendrer des réponses à des questions désormais oubliées. Ce qu'on rendra comme suit.

$$(S(X, Y ; Q) \blacktriangleright R_1^{\lozenge}, R_2^{\lozenge}, \ldots, R_n^{\lozenge}, O_{n+1}, \ldots, O_m) \blacktriangleright R^{\heartsuit}.$$

Lorsque, dans la société, les préjugés eux-mêmes perdent leur crédit, une *crise de l'éducation* menace, qu'Hannah Arendt (1956) a autrefois résumé avec une cruelle lucidité : « La disparition des préjugés signifie tout simplement que nous avons perdu les réponses sur lesquelles nous nous appuyons généralement, sans même nous rendre compte qu'elles étaient à l'origine réponses à des questions. Une crise nous force à revenir aux questions elles-mêmes et requiert de nous des réponses, nouvelles ou anciennes, mais en tout cas de jugements directs. Une crise ne devient catastrophique que si nous y répondons par des idées toutes faites, c'est-à-dire par des préjugés. Non seulement une telle attitude rend la crise plus aiguë mais encore elle nous fait passer à côté de cette expérience de la réalité et de cette occasion qu'elle fournit. » S'il est vrai que « dans les périodes dites heureuses, seules les réponses semblent vivantes », à la longue, pourtant, il apparaît que « la réponse est le malheur de la question » (Maurice Blanchot). La mort des réponses devenues préjugés ouvre une crise, occasion d'un retour aux sources d'un questionnement fondateur.

3. Une formation professionnelle universitaire : la question des réponses

En toute formation professionnelle, il existe, potentiellement, bien des questions Q avec lesquelles se colleter : les innombrables questions que soulève chaque jour l'exercice du métier. Il est normal d'attendre d'une telle formation des réponses à ces questions, sauf à renoncer à l'ambition de bénéficier d'une formation professionnelle. En quoi alors une formation *universitaire* peut-elle faillir à cette ardente obligation ? Quelles dérives peuvent-elles l'emporter loin de cette exigence fondatrice ? Une formation professionnelle *non universitaire* se laisse souvent subsumer sous la formule simplifiée que voici.

$$(S(X, Y ; Q) \blacktriangleright R_1^\lozenge, R_2^\lozenge, \ldots, R_n^\lozenge, O_{n+1}, \ldots, O_m) \blacktriangleright R^\heartsuit.$$

Concrètement, la situation suivante prévaut : des « professionnels » sont institués formateurs ; aux questions Q que vont rencontrer les professionnels qu'ils forment, ils apportent les réponses $R_i^\lozenge$ qu'ils auront rencontrées eux-mêmes et, tout particulièrement, celles qu'ils auront un tant soit peu *pratiquées*. La réponse $R^\heartsuit$ préconisée sera alors fréquemment soit l'une des réponses $R_i^\lozenge$ présentes dans la culture spontanée de la profession, soit une combinaison de ces réponses, fruit d'un syncrétisme peu ou prou opportuniste. Pour les œuvres O_j, il n'en est ici guère question : passer du même au même n'appelle pas d'outillage de quelque ampleur, et se satisfait de « justifications » *ad hoc*.

On ne saurait être trop dur, à l'université, avec ce type de formations recroquevillées sur le pratico-pratique. Mais un autre danger guette toute prétention naïvement euphorique d'« universitariser » les formations au métier d'enseignant : érigeant en « formateur » qui n'est généralement qu'un simple amateur en la matière, une certaine forme d'universitarisation a toutes chances d'écarter *de facto* et les questions Q, et les réponses $R^\lozenge$, au profit d'œuvres O bien installées à l'université, dont un examen hâtif et complaisant aura conduit à postuler l'utilité pour les gens de métier. De ce narcissisme épistémologique collectif, mentionnons un unique exemple, ancien déjà, mais qui a le mérite d'être à peu près totalement étranger à notre sujet : ce n'est que tardivement, en 1938, que, désireux de percer à jour le code permettant de chiffrer (à l'aide de la machine Enigma) les messages échangés par les forces de l'Allemagne hitlérienne, les services secrets britanniques feront appel à des mathématiciens de haut niveau, tel Alan Turing ; jusqu'alors, par une illusion culturelle de contiguïté épistémologique, c'est en effet vers des… épigraphistes que l'on s'était tourné. Les conséquences malheureuses, voire rédhibitoires de tels faux-pas sont à attendre en toute offre de formation qui, cédant à une forme de paresse institutionnelle, se prévaudrait de savoirs « universitaires » dont la première vertu serait surtout d'être là, disponibles. Produits de logiques académiques allogènes, de tels savoirs, en effet, ont fort peu de chance de fournir ou d'inspirer réponse à des questions « professionnelles » que leurs producteurs ignoraient entièrement. On ne fonde pas une formation universitaire sur l'hypothèse opportuniste d'une harmonie préétablie.

Insistons sur ce point. À se référer à la vieille distinction médiévale des *lectores* et des *auctores*, on voit l'immense majorité des universitaires se situer, lorsqu'ils interviennent comme enseignants et formateurs, en tant que *lectores* sourcilleux, exigeants dans la présentation (et, en principe, dans la réception) de l'œuvre qu'ils se sont donné mission de faire connaître. Ainsi les professeurs en formation bénéficieront-ils peut-être d'exposés rigoureux, quoique parcimonieusement offerts, sur la psychologie de l'enfant et de l'adolescent, la sociologie de l'éducation, l'histoire de l'enseignement et tant d'autres œuvres belles et bonnes. Entre ces compléments vitaminés et le travail de construction de réponses $R^\heartsuit$ la distance reste pourtant immense, que le *lector* occasionnel n'aura cure de contribuer à combler. S'il se « spécialise », il se contentera peut-être d'évoquer en quelques mots ce qu'on nomme en anglais les *"implications for teaching"* de son exposé, selon un patron d'engagement désengagé typique d'un certain *ethos* académique, dont les exemples sont légion dans la littérature académique internationale, depuis *"The Biology of Learning And*

Implications for Teaching” jusqu’à *“Cognitive Flexibility Theory: Implications for Teaching and Teacher Education”*, en passant par *“Transcending Cultural Borders: Implications for Science Teaching”*, sans oublier même *“Wittgenstein’s Children: Some Implications for Teaching and Otherness”*.

L’université faillirait à sa haute mission si elle n’offrait à la formation des enseignants que des *lectores* à la science sûre, certes, mais sans portée d’intelligibilité contextuelle et d’efficacité concrète. C’est donc tout à rebours qu’il faut aller. Car construire des réponses $R^{\heartsuit}$ suppose tout bonnement d’élaborer *à nouveaux frais*, sans fausses économies, des techniques d’enseignement que l’on éprouvera de mille façons, des technologies qui projettent sur elles une intelligibilité adéquate, enracinées qu’elles seront dans des théories dont on ne saurait attendre qu’elles existent toutes faites, intégralement, dans le royaume des savoirs académiques, et qu’il faudra donc bien continuer de produire. L’université ne doit pas se contenter de fournir à la formation des enseignants de sûrs *lectores*. Il est vital qu’elle accepte l’aventure exaltante de se muer en *auctor* collectif, sans arrogance, sans forfanterie, avec toute la générosité qu’une université citoyenne doit à des professions qui chaque jour contribuent vaille que vaille à donner à la société sa propre intelligibilité et à chacun de ses membres l’intelligence des situations vécues.

Cela, on l’imagine, suppose une réforme profonde de certains habitus universitaires indurés. Trop souvent, en effet, les faits d’enseignement et d’apprentissage scolaires sont tenus – même si l’avouer est à n’en pas douter académiquement incorrect – pour des faits sans noblesse culturelle ni épistémologique, dont, pour cela, l’intelligence ne réclamerait rien qui n’ait cours ailleurs, l’enseignement étant ainsi promu terre d’élection des idéologies *applicationnistes* – à ce point qu’il semble parfois que *n’importe quoi* pourrait lui être « appliqué ». Créer à l’université une formation universitaire professionnelle des enseignants n’est pas une affaire anodine. C’est au contraire un défi lancé à l’*homo academicus*, dont les conditions de possibilité s’expriment d’abord – qui l’aurait cru ? – en termes de conception et d’organisation d’une *recherche* appropriée, incluant des recherches fondamentales, concourant à créer les réponses appelées à nourrir la formation des professeurs et, du même coup, à *développer la profession de professeur* – laquelle reste aujourd’hui encore sous-développée.

4. Une formation professionnelle universitaire : la question des questions

Une exigence cruciale a été volontairement omise dans ce qui précède : celle de l’origine des questions *Q*. Le phénomène est classique dans la science faite, celle des *lectores*, où l’œuvre exhibée tend à masquer sa genèse et ses raisons d’être. On souffrira que nous nous référions ici aux mathématiques, en empruntant à l’un des plus prestigieux de ses serviteurs, William P. Thurston, lauréat de la médaille Fields en 1982. Dans un article qui fit grand bruit, il écrivait notamment ceci, qui rappellera sans doute au lecteur quelque chose des cours de mathématiques vécus au collège et au lycée (Thurston, 1994).

> If what we are doing is constructing better ways of thinking, then psychological and social dimensions are essential to a good model for mathematical progress. These dimensions are absent from the popular model. In caricature, the popular model holds that
>
> **D.** mathematicians start from a few basic mathematical structures and a collection of axioms “given” about these structures, that
>
> **T.** there are various important questions to be answered about these structures that can be stated as formal mathematical propositions, and
>
> **P.** the task of the mathematician is to seek a deductive pathway from the axioms to the propositions or to their denials.

> We might call this the definition-theorem-proof (DTP) model of mathematics. A clear difficulty with the DTP model is that it doesn't explain the source of the questions.

L'auteur, qui est véritablement un *auctor* dans son domaine, soulève la question cardinale. D'où viennent les questions ? Une formation qui ne saurait pas s'expliquer là-dessus se qualifierait difficilement en tant que formation *professionnelle*. Encore toute « explication » ne sera-t-elle pas recevable ! Une formation professionnelle d'université doit, en effet, assumer humblement un postulat d'ignorance ou de quasi-ignorance, par lequel il devient possible d'identifier peu à peu les principaux *problèmes de la profession* sur lesquels butent non seulement les professionnels en formation mais aussi, presque toujours, *la profession elle-même*. (Une formation de professionnels est intrinsèquement corrélative d'une redéfinition, à prétention méliorative, *de la profession*.) Comment rechercher ces questions qui se posent aux professionnels (même quand la profession, elle, ne se les pose pas encore) ? En la matière, les procédures *top-down* sont plus qu'ailleurs de mauvais augure : car, en laissant ouverte la possibilité d'apporter dans la formation des questions venues de nulle part, elles ouvrent la voie à des glissements successifs, à terme dénaturants : on se contentera bientôt d'apporter des réponses à des questions laissées implicites, puis tout à fait oubliées, avant de donner un jour la prééminence à l'exhibition immotivée, par de très compétents *lectores*, d'œuvres à l'improbable pertinence « professionnelle ».

Dans la formation des élèves professeurs de mathématiques conçue et mise en œuvre depuis des années à l'IUFM d'Aix-Marseille, le choix d'une procédure *bottom-up* s'est d'emblée imposée. Sans que cela constitue à nos yeux la seule procédure possible, le dispositif suivant a été adopté : les élèves professeurs sont invités chaque semaine à coucher par écrit une difficulté rencontrée dans la semaine écoulée. L'équipe de formation dispose ainsi en continu d'une information prise à la source, régulièrement, faite de ce qu'on peut nommer des questions *ombilicales*, pour signifier par là qu'elles se branchent sur le quotidien de ces professionnels en formation initiale. À la fin du mois de mars 2007, et pour ce qui est des élèves professeurs de deuxième année, le fichier des questions posées depuis le mois de septembre 2006 comportait déjà plus d'une centaine de pages. Sur les six années précédentes, le recueil de ces « questions de la semaine » (telle est la dénomination consacrée) contient plus de sept mille questions touchant à tous les aspects de la vie professionnelle dont un professeur débutant puisse prendre conscience au fil de son année de formation à l'IUFM. Disons-le sans ambages : une formation qui n'accorderait pas, sous cette forme ou une autre, une haute priorité à la recherche et à l'analyse des questions ombilicales de la profession ne nous paraîtrait pas offrir les garanties que l'éthique de la connaissance vraie évoquée plus haut requiert en matière de formation professionnelle. En d'autres termes, toute formation professionnelle doit être d'abord interrogée sur l'origine des questions et sur les questions mêmes qu'on prétend y travailler : il y a là un critère éthique décisif.

Nous ne donnerons ici que peu d'exemples de ces questions ombilicales, qui toutes exigeraient de longs commentaires. En voici une formulée récemment (le mardi 27 mars 2007 exactement) par un élève professeur agrégé ayant la responsabilité, en mathématiques, d'une classe de seconde. Le non-mathématicien ne se laissera pas impressionner par l'aspect quelque peu hiératique de certaines manières de dire : le problème évoqué est simplement celui de savoir, étant donné deux nombres entiers strictement positifs a et b, si la division de a par b « tombe juste » ou non.

> En 2de, on demande aux élèves de savoir à quel ensemble (**N**, **Z**, **D**, **Q**, **R**) un nombre appartient. Il se pose le problème de montrer que a/b appartient ou non à **D**, c'est-à-dire peut se mettre sous la forme $c/10^n$. Pour cela, je ne vois comme technique (décrite sommairement) que 1) décomposer a et b en facteurs premiers, 2) réduire la fraction a/b, 3) regarder le dénominateur de la fraction réduite : si des facteurs premiers différents de 2 et 5 apparaissent,

alors la fraction a/b n'est pas le représentant d'un décimal. Une autre technique pourrait consister à regarder le développement décimal à la calculatrice et voir si ce développement est périodique ou non. Problème : on se heurte aux problèmes d'affichage de la calculatrice. Y a-t-il une autre technique envisageable ?

Ce professeur stagiaire, on le voit, se pose une certaine question Q, celle que nous avons énoncée un peu autrement plus haut. Il dit connaître une certaine réponse R à la question Q, réponse qui est en vérité, à des détails près, une réponse « estampillée », $R^{\Diamond}$, datant d'autrefois, d'avant les calculatrices et autres moyens de calcul puissants à la portée de tous. Et ce professeur (se) demande s'il existerait d'autres réponses, et notamment d'autres réponses $R^{\Diamond}$, qui apparaîtraient plus appropriées, étant donné les conditions et les contraintes sous lesquelles une classe de seconde d'aujourd'hui vit sa vie mathématique. Bien entendu, ce serait à « la profession » de répondre ; mais cet élève professeur est en formation, et, dans ces circonstances, cette formation est précisément l'organe dont la profession dispose pour répondre aux besoins de ses membres. De fait, dans le cas qui nous occupe ici, la profession ne dispose pas, nous semble-t-il, d'une réponse idoine. Il appartient alors à la formation de *produire* une telle réponse, inédite encore, sans doute parce que la puissance des moyens modernes de calcul n'a pas encore été pleinement intégrée à la culture mathématique de l'enseignement secondaire. Faisons donc ce que tout profane pourrait être tenté de faire ; prenons par exemple $a = 119$ et $b = 56$, et divisons 119 par 56, soit en « posant » l'opération, soit en sollicitant une calculatrice. Celle de mon téléphone mobile me répond que $119 \div 56$ vaut 2,125. La division, à n'en pas douter, « tombe juste » : on peut par exemple le vérifier en effectuant la multiplication $2{,}125 \times 56$, qui donne bien 119. Prenons maintenant, non pas $a = 119$ mais $a = 117$; cette fois, interrogé sur le quotient $117 \div 56$, le même instrument de calcul affiche ceci : 2,0892857. La division tombe-t-elle juste, ou bien l'instrument mobilisé, ayant atteint le maximum de ses possibilités, fournit-il une valeur approchée, qu'il arrondit ? Consultons une autre calculatrice, plus puissante, celle qu'utilisent des élèves de collège : elle affiche, elle, 2,089285714. La seconde hypothèse était donc la bonne. On tombe alors sur une difficulté, celle-là même qu'évoque l'auteur de la question : peut-être la division de 117 par 56 tombe-t-elle juste, mais peut-être cela ne se produit-il que, disons, à la 50^e^ voire à la 100^e^ décimale ! Comment, alors, savoir ? C'est là qu'on peut faire entrer en piste un théorème mathématique à la fois facile à établir et « inconnu » jusqu'ici : en l'espèce, si la division de a par 56 tombait juste, cela se produirait *au plus tard* à la 6^e^ décimale ; comme il n'en est rien, on peut conclure que cette division se poursuivra indéfiniment. D'où vient le nombre 6, ici ? Il s'agit du plus petit entier n tel que 2^n soit supérieur ou égal au diviseur 56 : on a en effet $2^4 = 16$, $2^5 = 32$ et $2^6 = 64$. Telle est donc l'origine de cet index. Mais aucune technique, bien sûr, n'est *infiniment robuste*. Considérons la division de 917 par 789 (par exemple). Le plus petit entier n tel que 2^n soit supérieur ou égal à 789 est 10 (on a $2^9 = 512$ et $2^{10} = 1024$). La calculatrice du collège, sollicitée, fait cette désespérante réponse : 1,162230672. Neuf décimales, dont huit sûres, quand il nous faudrait 11 décimales sûres pour conclure ! C'est oublier que le monde autour de nous est truffé de moyens de calcul ; sur votre ordinateur, ainsi, vous disposez d'une calculatrice bien plus puissante, qui affiche, elle, 1,1622306717363751584283903675539 : l'affaire est faite ! (On notera en passant que la dernière décimale affichée par la calculatrice de collège n'était pas exacte.) Si, toutefois, on ne dispose que d'une calculatrice de collège, rien n'est perdu, à condition que l'on veuille bien accepter un zeste de mathématiques simples. Demandons à cette calculatrice le quotient de 917000 par 789 ; elle affiche 1162,230672. Apparemment aucun progrès n'a été fait. Calculons alors $917000 - 1162 \times 769$: cela vaut 182 ; et demandons à la même calculatrice le quotient de 182 par 789 : elle affiche 0,230671736. Nous avons gagné trois décimales (et peut-être quatre) : un peu d'arithmétique montre en effet que le quotient de 917 par 789 s'écrit 1,1622306717363, la dernière décimale n'étant pas, *a priori*, sûre. En fait, l'affichage donné par la calculatrice de l'ordinateur montre que la dernière et 13e décimale affichée ici est juste ; mais cela importe peu : 12 décimales suffisaient. L'affaire est réglée.

Ce qui précède n'est qu'un bout de la réponse. Mais cette réponse est, en essence, neuve, tout en étant mathématiquement élémentaire. Et elle naît d'une question qu'il eût été bien difficile, sinon impossible, d'engendrer loin de la pratique quotidienne au chevet de la classe, telle qu'un débutant lucide et exigeant se montre capable de l'interroger et de nous en instruire.

5. Le réseau des formations et la profession

Une formation professionnelle universitaire digne de ce nom, en rupture avec les formations pratico-pratiques aussi bien qu'avec les formations académiques « libérales » sans prise sur le concret du métier, se doit 1) d'identifier les questions vives Q qui se posent aux gens de métier, 2) de travailler à construire des réponses $R^{\heartsuit}$ en assumant tout ce que cela suppose (identification, analyse, évaluation des réponses $R^{\lozenge}$ existantes, recherche et mise à disposition des œuvres O qui outilleront adéquatement le travail de production de $R^{\heartsuit}$, etc.). Une fois construite, la réponse $R^{\heartsuit}$, cependant, n'est pas un absolu : si elle diffuse dans le réseau que dessinent les formations existantes autour de la profession, si elle percole au sein de la profession elle-même, elle apparaîtra bientôt comme une autre réponse $R^{\lozenge}$, que l'on peut simplement espérer plus optimale par rapport à certains ensembles de conditions didactiques. Par sa création et sa diffusion, elle participe de la *normativité* que toute formation exerce et se doit d'assumer. La mise en circulation des réponses construites ici ou là, leur réception à la fois attentive, bienveillante et critique sont essentielles au travail collectif que suppose le progrès de la qualification du métier. Il est donc indispensable que le réseau des formations ait un dynamisme propre, par delà les formations elles-mêmes dans leur singularité individuelle ; et que ce réseau se donne sa *skholê*, où ce qui émerge des formations trouvera à être étudié posément, profondément, à bonne distance d'une certaine culture agonistique dont le système éducatif ne cesse de pâtir.

Nous terminerons en livrant ici à une telle étude un fragment de réponse à une question ubiquitaire chez les jeunes professionnels de l'enseignement des mathématiques : la question du « traitement » des erreurs. La réponse élaborée ne tient certes pas toute dans les lignes qui suivent, extraites du compte rendu d'une séance du séminaire adressé aux élèves professeurs de deuxième année ; mais elle y affleure suffisamment, pensons-nous, pour fournir matière au travail de cette archi-école de formation que nous appelons de nos vœux. Au lecteur d'en juger.

> ♦ Le travail sur les erreurs est au fond justifié *lorsqu'il ouvre une voie de progrès* qui s'intègrera au projet didactique collectif, et non pour « faire disparaître » l'erreur constatée – qui pourra disparaître d'elle-même avec l'avancée du travail de formation, sans traitement spécifique. Un élève de 4e a écrit : $1/3^4 = 3^{-4} = 0{,}0003$. Que s'est-il passé ? L'*habitus*, ancien, est ici de donner une expression *décimale* d'un résultat numérique : voilà la cause agissante que l'erreur révèle. En ce cas encore la « correction » (collective !) ne pourra sans doute pas faire apparaître ce qu'il y a de mathématiquement *fort* derrière ce fourvoiement : comme il en va du nombre 10^{-4} en base 10, *en base* 3 le nombre 3^{-4} s'écrit 0,0001, puisque en ce cas $0{,}0001 = 0 + \frac{0}{3^1} + \frac{0}{3^2} + \frac{0}{3^3} + \frac{1}{3^4}$. Mais elle devra revenir aux faits suivants, qui trouveront éventuellement un écho dans la synthèse : 1) tout nombre n'a pas forcément d'écriture décimale finie, c'est-à-dire tout nombre n'est pas forcément un *décimal* : si $a = \frac{1}{3^4}$ était décimal (comme on le suppose en l'égalant à 0,0003), il en serait ainsi de $27a = \frac{1}{3}$, ce qu'on sait n'être pas le cas, etc. ; 2) tout calcul doit être vérifié à l'aide d'une calculatrice ; or ici la calculatrice affiche ceci :

0,012345679012 ; 3) une vérification grossière, à la main, est souvent possible et utile : on a $\frac{1}{3^4}$ $= \frac{1}{9 \times 9} \approx \frac{1}{10 \times 10}$ = 0,01, ce qui est très supérieur à 0,0003.

♦ Dans le cas qu'on vient d'examiner, comment noter ? La réponse dépend de la position didactique de la classe par rapport à la question traitée. Ou bien ce qui vient d'être indiqué est bien connu par « la classe », mais non par tel élève : en ce cas, ce dernier devra être pénalisé – par le retrait d'une fraction des points prévus d'autant plus petite que l'enjeu didactique du contrôle sera plus clairement la maîtrise du calcul sur des puissances, et non pas la maîtrise de la distinction décimal / non-décimal (ou encore l'usage de la calculatrice à des fins de contrôle de ses résultats). Ou bien il s'agira là d'une erreur touchant un type de tâches *non encore travaillé* (à tort ou à raison), celui de *l'écriture décimale éventuelle d'une puissance*. En ce cas, l'erreur produite sera surtout regardée comme un point d'entrée dans l'étude de ce type de tâches, dont, ultérieurement, la synthèse se fera alors clairement l'écho : pour l'élève « fautif », on se bornera en conséquence à un avertissement sans frais.

Bibliographie

– Chevallard, Y. (2006), Séminaire de formation des professeurs stagiaires de mathématiques, années 2000-2001 à 2005-2006, IUFM d'Aix-Marseille :

http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/fi/pcl2/2A.TXT/2006-2007/cd_2007.html.

– Chevallard, Y. (2006-2007), Séminaire de formation des professeurs stagiaires de mathématiques, année 2006-2007, IUFM d'Aix-Marseille :

http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/fi/pcl2/seminaire7.html.

– Chevallard, Y. (2006-2007), Séminaire de formation de formateurs, année 2006-2007, IUFM d'Aix-Marseille :

http://www.aix-mrs.iufm.fr/formations/filieres/mat/fdf/2006-2007/excursus07.html.

– Chevallard, Y. & Cirade, G. (2006). Organisation et techniques de formation des enseignants de mathématiques. *Actes du 13^e^ colloque des professeurs et formateurs chargés de la formation des enseignants de mathématiques du second degré organisé par la CORFEM (Toulouse, 22-23 juin 2006).* À paraître.

– Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille I, Marseille, France.

– Cirade, G. *Les angles alternes-internes : un problème de la profession*. Soumis à la revue *Petit x*.

– Thurston, W. P. (1994), On Proof and Progress in Mathematics, *Bulletin of the American Mathematical Society*, 30, 2, 161-177.