LA DIDACTIQUE DE LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE D'HIER ET D'AUJOURD'HUI :

PRÉSENTATION D'UNE RECHERCHE EN PHASE INITIALE

Pierre-François BURGERMEISTER, IFMES de Genève, équipe DiMaGe,

ABSTRACT

This lecture sumarizes the first developments of a starting research-project aiming at describing the mathematical and didactical organisations usually employed in Geneva secondary school in order to solve extra-mathematical problems in the context of two classical subjects in the mathematics curriculum: proportionality and optimisation problems. We seek to determine the differences between the investigated organisations and an ideal processus that we define as *critical modelisation*. Our theoretical framework – still in process of elaboration – will be exemplified on a first analysis of the didactical organisation about proportionality of magnitudes in the context of Geneva primary school between 1920 and 1940.

RESUMEN

Esta comunicación presenta la fase inicial de una investigación que proyecta documentar y describir las organisaciones matemáticas y didácticas habitualmente utilizadas en las escuelas secundarias ginebrinas cuando se trata de problemas extra-matemáticos, y eso en el marco de dos objetos de enseñanaza clásicos del curso de matemáticas : la proporcionalidad de las magnitudes y los problemas de optimisación. Buscaremos determinar en qué las organizaciones analizadas se distinguen de un proceso funcional ideal que definimos, *la modelización crítica.* El marco teórico – todavia en construcción – lo ponemos a prueba en un primer análisis, el de la organización didáctica de la proporcionalidad de magnitudes en la escuela primaria ginebrina entre los años 1920 y 1940.

RÉSUMÉ

Cette communication présente la phase initiale d'une recherche visant à documenter et décrire les organisations mathématiques et didactiques habituellement mises en place dans l'école secondaire genevoise pour le traitement de problèmes extramathématiques dans le cadre de deux objets d'enseignement classiques du cours de mathématiques : la proportionnalité des grandeurs et les problèmes d'optimisation. Nous cherchons à déterminer en quoi les organisations analysées se distinguent d'un processus fonctionnel idéal que nous définissons, la *modélisation critique*. Le cadre théorique – en construction – est mis à l'épreuve d'une première analyse, celle de l'organisation didactique de la proportionnalité des grandeurs dans l'école primaire des années 1920-1940.

Mots-clés : modélisation critique, organisation mathématique, organisation didactique, praxéologie, proportionnalité, optimisation.

1. Problématique

Les situations extramathématiques apparaissant dans l'enseignement des mathématiques tel qu'il est habituellement organisé au sein de l'école secondaire genevoise d'aujourd'hui s'apparentent essentiellement à des mises en scènes destinées à motiver le travail des techniques mathématiques enseignées, lesquelles constituent des réponses canoniques à des questions éventuellement non formulées. À l'inverse, un véritable travail de modélisation mathématique, dans lequel plusieurs modèles mathématiques possibles sont recherchés, mis en concurrence et discutés en vue de répondre à une question extramathématique réellement posée, reste une pratique exceptionnelle dans une institution qui semble pourtant vouloir la privilégier si l'on se réfère aux instructions officielles.

Comment cet écart entre directives institutionnelles et pratiques enseignantes effectives peut-il s'expliquer ? Comment peut-il s'éclairer au vu d'une analyse de l'évolution historique de l'enseignement des mathématiques à l'école secondaire à Genève ? Nous nous proposons de cibler l'étude de cette problématique sur deux objets d'enseignement classiques : la proportionnalité des grandeurs au *Cycle d'Orientation* (l'équivalent genevois des collèges français) et la résolution de problèmes d'optimisation au *Collège de Genève* (lycée). Il s'agit alors d'étudier, pour ces deux objets d'enseignement, les organisations didactiques employées au sein des systèmes didactiques concernés dans leurs évolutions historiques du début du 20e siècle à nos jours.

Les analyses des systèmes didactiques seront essentiellement outillées par la *TAD* : nous tentons de décrire les *praxéologies mathématiques* (Chevallard, 1999) utilisées, et nous introduisons la notion de *praxéologies de modélisation* ; le *schéma herbartien* de l'étude et sa version dégénérée, le *recopiage culturel* (Chevallard, 2007), offrent un cadre de référence pour examiner les pratiques didactiques en matière de traitement mathématique de questions extramathématiques, selon que ces pratiques incluent ou non des praxéologies de modélisation. Dans une lignée ouverte par Teresa Assude (1996), l'influence des *contraintes économiques* du système didactique sur l'*écologie des savoirs* enseignés est interrogée afin de mettre en lumière des conditions nécessaires à une émancipation des organisations didactiques. D'autre part, la notion de *contrat didactique*, empruntée à la *TSD*, nous permet de décrire les topogenèses des élèves et des enseignants face aux praxéologies étudiées, en nous inspirant du travail de Lalina Coulange (1998).

Pour les périodes anciennes, la recherche sera basée sur l'étude des documents accessibles : textes officiels, manuels, textes d'examens, voire copies d'élèves lorsqu'elles sont encore accessibles. Pour la période actuelle, nous envisageons une enquête auprès des enseignants et des élèves complétée par l'étude des textes de cours (manuels ou notes de cours des enseignants, cahiers d'élèves) et des travaux d'examen.

Cette communication vise à présenter le cadre et les méthodes de cette recherche, qui en est au stade initial, et ses premiers résultats portant sur certaines organisations didactiques du début du 20e siècle.

La section suivante décrit l'ébauche de cadre théorique de notre recherche : nous examinons ce que peut recouvrir le concept de modélisation dans la classe de mathématiques selon que l'étude est organisée selon un schéma herbartien ou selon sa version réduite et dégénérée, le recopiage culturel. Nous définissons, en lien avec le schéma herbartien de l'étude, le concept de *modélisation critique*. Les outils ainsi introduits nous servent à analyser à titre d'exemple, dans la troisième section, une organisation de l'étude particulière : celle de la proportionnalité des grandeurs dans l'école genevoise des années 1920 à 1940. Finalement, nous discutons en conclusion les apports de cette analyse.

2. Cadrage théorique

2.1. Modélisation mathématique

Les tâches de modélisation mathématique prennent une importance croissante dans notre société. C'est ainsi par exemple que les *modèles climatiques* ont acquis une notoriété médiatique de premier ordre depuis que le phénomène du réchauffement climatique est devenu un enjeu sociétal majeur. Le météorologue Robert Kandel montre, dans un ouvrage collectif sur le concept de modèle (Nouvel, 2002), que l'importance urgente et l'immense complexité de ce problème posent avec acuité un problème nouveau : celui de la nécessité de rendre intelligible à des non-spécialistes – décideurs politiques en particulier, mais aussi, en

dernier recours, ensemble des électeurs – les questions soulevées par la confrontation des différents modèles d'évolution du climat, questions dont la compréhension est nécessaire au moment de prendre des décisions politiques particulièrement lourdes de conséquences.

Dans le même ouvrage, Nicolas Bouleau s'appuie sur quelques exemples, comme celui de la gestion du trafic automobile dans une agglomération ou celui du génie des matériaux, pour faire voir la complexité croissante du travail de modélisation qui incombe à l'ingénieur :

> Le développement prodigieux de l'informatique dans la seconde moitié du 20e siècle a apporté des modifications sociales plus profondes que celles, rabâchées, des facilités de communication, du rôle de l'image et du renforcement du pouvoir des médias. Elle a changé les rapports entre la science et la vie de la cité, et transmué le métier d'ingénieur. L'ingénieur n'est plus, comme au 19e siècle, celui qui sait. (…) Son action ne descend plus d'un savoir théorique vers une réalité soumise, elle remonte et fait émerger une configuration plus riche, plus complexe et plus vivifiante qu'une simple instanciation de règles générales. (…). Les *modèles* qu'il élabore sont donc des représentations partisanes, je dirais au bon sens du terme, c'est-à-dire le choix d'un meilleur parti au sein des possibilités d'expression multiples. (op. cité, p 111)

Après avoir ainsi constaté ce nouveau rôle de l'ingénieur, Bouleau dénonce l'absence de formation idoine dans le système éducatif français actuel en incriminant en particulier les cloisonnements disciplinaires et la *culture de la certitude* qui y règnent :

> Le métier de modélisation, quoique passionnant, n'est pas enseigné en tant que tel. Les professeurs, scientifiques, poussent en permanence les contenus disciplinaires. Seule la charge hebdomadaire des étudiants vient limiter leurs ambitions, de sorte que ceux-ci n'ont jamais le temps de s'exercer à utiliser comme langage les savoirs rencontrés. Dans aucune des quelque 200 formations d'ingénieurs en France n'est pratiquée véritablement à ce jour *la modélisation concurrente*. (…) On continue à former des spécialistes empreints de certitudes, alors que l'enjeu est de savoir dialoguer. Pourquoi cette crainte d'installer le doute dans l'esprit d'un élève ingénieur ? Peur confuse des nihilistes et des anarchistes issue du 19e siècle ? Nous formons des petits soldats de la connaissance alors qu'on a besoin de traducteurs, d'interprètes, de grammairiens des symboles scientifiques, d'artistes concepteurs de représentations, afin de s'attacher non pas tant à faire prévaloir la vérité mais à faire que des situations collectives complexes enfantent des solutions[1]. (*ibid*., pp. 118-119, c'est nous qui soulignons)

Dans le cadre des cours de mathématiques de l'école secondaire, la distinction entre un enseignement *des modèles* mathématiques et un enseignement *de la modélisatio*n a été pointée depuis longtemps par Yves Chevallard (1989a). Il observait alors que l'organisation de réelles activités de modélisation dans les cours de mathématiques se heurte à une contrainte relevant du niveau de l'institution scolaire, celle du cloisonnement disciplinaire des savoirs :

> Dans tous les cas cependant, il y a une propension à enseigner des modèles – éléments de savoir bien définis et dont l'enseignement peut donc faire l'objet d'une négociation sociale explicite –, plutôt que "la modélisation'', activité plus floue, sur laquelle le contrôle social et administratif manque de prise. (…) bien qu'acceptable dans son principe, cette activité, se référant nécessairement à une réalité extramathématique, pose problème aux mathématiciens, dans la mesure où elle introduit donc *du non-mathématique dans un enseignement de mathématique*. En fait, il y a là une difficulté qui n'est pas liée à l'humeur des mathématiciens (elle est ressentie aussi bien par les enseignants et par les élèves), mais, plus profondément, à l'état du champ scolaire du savoir et à son découpage entre les disciplines enseignées. (op. cité, p.147, c'est l'auteur qui souligne)

Mais que recouvre au juste le terme de modélisation ? Chevallard nous donne une première réponse dans un autre texte de la même année (1989b) :

---

[1] Il est intéressant de rapprocher ce passage d'une remarque de Chevallard à propos du manque de reconnaissance sociale des activités de modélisation de l'ingénieur : « (…) la fabrication sociale de modèles aussi bien que leur mise en œuvre dans des pratiques sociales spécifiques sont des faits socialement "cachés''. Hormis en ce qui concerne les "grands modèles'' (ceux de la physique, etc.), les pratiques correspondantes manquent en général de dignité scientifique et (donc) sociale, puisque ce sont le plus souvent des ingénieurs, des techniciens ou des chercheurs non mathématiciens (…) qui en sont les agents » (Chevallard, 1989a, p. 147).

Le processus de modélisation comporte, schématiquement, trois étapes.

1. On définit le système que l'on entend étudier, en en précisant les « aspects » pertinents par rapport à l'étude que l'on veut faire de ce système, soit l'ensemble des variables par lesquelles on le découpe dans le domaine de réalité où il nous apparaît. (…)
2. On construit alors le modèle à proprement parler en établissant un certain nombre de relations, *R*, *R'*, *R''*, etc., entre les variables prises en compte dans la première étape, le modèle du système à étudier étant l'ensemble de ces relations.
3. On « travaille » le modèle ainsi obtenu, dans le but de produire des connaissances relatives au système étudié, connaissances qui prennent la forme de nouvelles relations entre les variables du système. (op. cité)

Le processus de modélisation ainsi défini, il reste à préciser comment il pourrait être mis en œuvre dans les classes, c'est-à-dire comment l'étude devrait y être organisée pour rendre ce processus viable.

2.2. Organisation de l'étude

Chevallard a introduit le schéma herbartien pour symboliser le travail praxéologique effectué par une « communauté d'étude » *X*, encadrée par un « groupe d'aides à l'étude » *Y* (réduite à un professeur *y* dans le cadre scolaire usuel de la classe) en vue de répondre à une question *Q* :

$$(S(X, Y, Q) \rightarrow R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, ..., R_n^{\Diamond}, O_{n+1}, ..., O_m) \rightarrow R^*.$$

La recherche d'une réponse R^* (qui est apparentée à une praxéologie) à la question *Q* s'appuie sur les réponses à *Q*, $R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, ..., R_n^{\Diamond}$, se trouvant dans les œuvres $O_{n+1}, \dots, O_m$.

La démarche ainsi décrite suppose que l'examen et la comparaison des réponses $R^{\Diamond}$ ne sont pas joués à l'avance, la communauté d'étude ne disposant pas *a priori* d'une réponse considérée comme *la* bonne réponse en vertu de considérations sortant du domaine de la rationalité scientifique (dans la classe de mathématiques ordinaire, de telles considérations, par exemple de type contractuel, ne manquent pas). Cependant, dans les contextes didactiques usuels de l'école, l'organisation de l'étude tend à se réduire à un « recopiage culturel » non critique, c'est-à-dire à l'enseignement par *y* de la réponse *R**, sans qu'une question *Q* n'ait nécessairement été posée et sans que la recherche et la confrontation de différentes réponses $R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, ..., R_n^{\Diamond}$ n'ait été entreprise. Le schéma de cette organisation réduite est alors le suivant : $S(X, y, Q) \rightarrow R^*$ ou $S(X, y) \rightarrow R^*$.

Le type de tâches qui nous intéresse ici consiste à chercher les modèles mathématiques pertinents pour explorer une question extramathématique et y proposer une réponse la mieux appropriée possible. Dans ce contexte, le schéma herbartien exposé ci-dessus s'ajuste bien à une organisation didactique de « modélisation concurrente », pour reprendre l'expression de Bouleau, si l'on accepte de considérer comme œuvres $O_{n+1}, \dots, O_m$ les différents modèles mathématiques possibles[2] qu'il s'agit de comparer sur le plan de leur adéquation au système extramathématique étudié et sur celui de la pertinence des réponses $R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, ..., R_n^{\Diamond}$ que ces modèles apportent à la question *Q*.

[2] Si les modèles mathématiques *a priori* possibles sont considérés comme des *outils de travail* à disposition de la communauté d'étude, il nous semble raisonnable de les ranger dans la catégorie des *œuvres* ; les *réponses* étant quant à elles les produits du travail effectués à l'aide des différents modèles .

Toujours en suivant Chevallard (2001), nous pouvons alors distinguer *cinq temps* dans l'étude de la question Q lorsqu'elle se déroule conformément au schéma herbartien :

« *observation* de réponses $R^{\Diamond}$ déposées dans les œuvres ; *analyse*, expérimentale et théorique, des réponses $R^{\Diamond}$; *évaluation* de ces mêmes réponses $R^{\Diamond}$; *développement* d'une réponse R ; enfin *défense et illustration* de la réponse R ainsi produite. »

L'organisation didactique de cette étude passe par une *dialectique des médias et des milieux* (Chevallard, 2007) adéquate, les médias étant ici les œuvres (en particulier le cours du professeur) qui donnent accès (avec une intention didactique) à différents modèles mathématiques, alors que le milieu (adidactique) est constitué de la question posée, de l'ensemble des modèles mathématiques exploités pour tenter d'y répondre, ainsi que des connaissances mathématiques mobilisable par la communauté d'étude.

Nous pouvons alors décrire, en enrichissant l'ancienne définition de Chevallard donnée plus haut, ce que nous intitulerons *processus de modélisation critique* :

1. On définit le système que l'on entend étudier, en en précisant les « aspects » pertinents par rapport à l'étude que l'on veut faire de ce système, soit l'ensemble des variables par lesquelles on le découpe dans le domaine de réalité où il nous apparaît.
2. On recherche alors des modèles à proprement parler en établissant un certain nombre de relations entre les variables prises en compte dans la première étape, un modèle du système à étudier étant constitué d'un ensemble de telles relations.
3. On analyse et on confronte l'adéquation de ces modèles à la question posée.
4. On développe une réponse (qui pourra s'appuyer soit sur un des modèles examinés soit sur une synthèse de différents modèles).
5. On défend le choix du modèle proposé et la réponse obtenue.

Notre recherche vise à documenter et décrire les organisations mathématiques et didactiques mises en place pour le traitement de problèmes extramathématiques, dans le cadre des deux objets d'enseignement choisis, à différents moments du 20e et en ce début de 21e siècle, en les comparant au processus de modélisation critique que nous venons de définir. Nous entendons ainsi analyser en profondeur, dans leur évolution historique, les rapports de l'institution scolaire genevoise à l'objet de savoir *modélisation mathématique*. Cette analyse sera orientée vers une finalité plus lointaine : nous espérons pouvoir, à terme, délimiter les conditions et contraintes qui pèsent de manière récurrente sur les praxéologies de modélisation et repérer, parmi ces conditions et contraintes, quelques-uns des changements nécessaires à la mise en place d'organisations didactiques plus proches de la modélisation critique.

Il s'agira d'étudier et de décrire les praxéologies enseignantes sur deux niveaux : celui des *praxéologies mathématiques*, c'est-à-dire des types de tâches, des techniques, des technologies et des théories relatives au traitement mathématique de la question posée dans le cadre d'un modèle mathématique donné, et celui des *praxéologies de modélisation*, c'est-à-dire des types de tâches, des techniques, des technologies et des théories relatives au processus de modélisation critique.

Illustrons ce qui précède par un exemple. Considérons le problème suivant, proche de ceux que l'on rencontre dans l'enseignement de la proportionnalité des grandeurs au Cycle d'Orientation (CO) :

Sur une photo, tante Sarah mesure 4 cm et oncle Robert 5 cm. Après agrandissement de la photo, Sarah mesure 10 cm. Combien Robert mesure-t-il alors sur la photo agrandie ?

Répondre à cette question par un processus de *modélisation critique* au sens défini ci-dessus, revient à parcourir les 5 étapes suivantes :

1. Définir les variables pertinentes, la taille en centimètres de Sarah (S) et celle de Robert (R) sur le même tirage.
2. Rechercher les relations *a priori* possibles entre ces deux variables, en particulier $R = S + 1$ (modèle additif) et $R = 1{,}25 \cdot S$ (modèle linéaire).
3. Analyser, confronter et évaluer l'adéquation de chaque modèle à la question posée.
4. Développer une réponse en se basant sur le modèle choisi (12,5 cm si l'on a choisi le modèle linéaire).
5. Défendre (oralement ou par écrit) le choix du modèle effectué et la réponse obtenue. On pourra employer ici des techniques d'invalidation pour réfuter un modèle inadéquat : « le modèle additif n'est pas approprié car, selon ce modèle, lorsque Robert mesure 1 cm, Sarah devrait mesurer 0 cm », ou une argumentation théorique en faveur du modèle choisi : « l'agrandissement de la photo peut être considéré comme une homothétie de rapport 1,25 ».

Le traitement le plus courant d'un tel problème dans une classe de mathématique du CO se rattache au schéma du « recopiage culturel » : $S(X, y, Q) \rightarrow R^*$, la praxéologie employée se composant

- d'un type de tâches : résoudre un problème de 4e proportionnelle ;
- d'une technique : écriture d'une proportion, $\frac{x}{5} = \frac{10}{4}$, et résolution par « produit en croix » ;
- éventuellement, de justifications technologiques relatives au travail sur les proportions : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$, l'équivalence étant obtenue en multipliant les deux membres de la première égalité par le produit bd.

Cette praxéologie mathématique ne constitue qu'une des étapes (la 4e) du traitement complet de la question, selon un processus de modélisation critique conforme au schéma herbartien : $(S(X, Y, Q) \rightarrow R_1^{\Diamond}, R_2^{\Diamond}, ..., R_n^{\Diamond}, O_{n+1}, ..., O_m) \rightarrow R^*$. Dans ce cas, la praxéologie de modélisation mathématique se compose

- d'un type de tâche : rechercher les modèles mathématiques O_j possibles pour traiter cette question, les confronter et développer une réponse R^* s'appuyant sur le modèle choisi ;
- des différentes techniques mathématiques utilisées pour faire fonctionner les modèles ;
- des technologies qui décrivent et justifient ces techniques ;
- d'éléments théoriques relatifs aux processus de validation et d'invalidation qui permettent d'opérer un choix entre plusieurs modèles concurrents.

Nous ne mentionnons qu'en passant le deuxième exemple ci-dessous relatif à un problème d'optimisation classiquement utilisé dans les collèges de Genève (équivalents des lycées français), ce domaine d'étude devant encore faire l'objet d'une mise à l'épreuve de nos outils d'analyse :

> Quelles dimensions faut-il donner à une boîte cylindrique fermée de 3 dl de contenance pour minimiser la quantité de matière nécessaire à sa fabrication ?

La modélisation de ce problème passe bien par les 5 mêmes étapes :

1. Déterminer les variables pertinentes, à savoir le rayon extérieur R et la hauteur extérieure h, en centimètres, de la boîte, l'épaisseur e des parois, ainsi que l'aire A, en centimètres carrés de sa surface.
2. Rechercher les relations *a priori* possibles entre ces variables ; si l'épaisseur des parois est négligée, les relations entre les variables restantes sont $A = 2\pi Rh + 2\pi R^2$ et $\pi R^2 h = 300\,\text{cm}^3$, desquelles on tire $A = \frac{600}{R} + 2\pi R^2$; on obtient d'autres modèles possibles en prenant en compte les épaisseurs, éventuellement différentes, des différentes parois.
3. Analyser, confronter et évaluer l'adéquation de chaque modèle à la question posée. Ici, cela revient à définir les contraintes supplémentaires (épaisseur constante par exemple) que l'on juge pertinentes.
4. Développer une réponse en se basant sur le modèle choisi. Si l'on a choisi de négliger l'épaisseur des parois ou de la supposer identique partout, les outils du calcul différentiel permettent de déterminer que l'aire A est minimale pour $R = \sqrt[3]{\frac{150}{\pi}}$ cm $\cong$ 3,63 cm et $h = \sqrt[3]{\frac{1200}{\pi}}$ cm $\cong 7{,}26$ cm, alors que l'emploi d'une calculatrice permet d'obtenir, en se cantonnant au cadre graphique, les mêmes résultats en valeurs approchées.
5. Défendre (oralement ou par écrit) le choix du modèle effectué et la réponse obtenue.

Pour donner un aperçu du type d'analyses que nous désirons développer avec les outils introduits dans cette section, nous décrivons en section 3 la première partie de notre analyse historique concernant la proportionnalité des grandeurs.

3. Une analyse de l'enseignement de la proportionnalité des grandeurs dans l'école genevoise des années 1920 – 1940

3.1. Le programme du Département de l'Instruction Publique (DIP)

Au niveau de la pédagogie, le « programme » de l'enseignement primaire genevois de 1923 se veut résolument novateur, comme l'atteste l'utilisation répétée des expressions « méthodes nouvelles » et « école active » utilisées en référence à la *pédagogie nouvelle* développée alors à Genève au sein de l'*Institut J.-J. Rousseau* qu'a fondé Edouard Claparède en 1912, et à *l'Ecole Active* imaginée par Adolphe Ferrière (1920). La caractéristique de ce renouveau qui nous intéresse surtout ici est une injonction très forte à fonder les savoirs sur l'*observation* et l'*expérimentation* :

> Jusqu'au degré supérieur, l'étude de la langue maternelle, de l'arithmétique, de la géographie et de l'histoire se fera, le plus possible, par des moyens intuitifs et concrets (matériel, excursions, croquis, réalisation de tout genre). Cette méthode, jusqu'ici en usage dans les classes inférieures seulement, doit se répandre : le savoir original, qui seul compte, ne peut être qu'expérimental. (DIP, 1923)

L'étude doit être motivée par les questions qui intéressent « spontanément » les élèves :

> Si ce plan est tel qu'on l'a voulu, il ne laissera plus au centre de l'étude des textes morts, pâle abstraction des choses, qu'on comprend plus ou moins bien et qu'on récite parfois servilement, mais il fera régner dans la classe une libre curiosité, le goût de créer, de chercher, de questionner. Il doit chasser partout le verbalisme, recourir aux centres d'intérêts spontanés chez l'enfant pour solliciter son effort et fournir au travail des motifs sentis comme vrais. (*ibid.*)

On peut déjà, à ce premier stade de notre analyse, interroger cette dernière formulation : les motifs *sentis comme vrais* sont-ils nécessairement des motifs *vrais* ? S'agira-t-il de construire des savoirs sur des situations réellement en phase avec certains intérêts extrascolaires des élèves, en adéquation avec certaines pratiques de la vie courante, ou, plus simplement peut-être, sur des situations offrant seulement aux élèves l'apparence de cette adéquation ?

Descendons maintenant dans l'échelle de co-détermination didactique au niveau de la discipline et à celui du domaine : dans le domaine « Arithmétique et Géométrie » du « programme », les directives générales que nous venons d'évoquer se traduisent plus spécifiquement par une incitation à construire les savoirs mathématiques sur le *concret,* les *éléments matériels* du *monde connu* :

> Il s'agit ici de mettre, sous les signes de quantité, de mesure, des réalités concrètes qu'on ne perd jamais de vue ; c'est le secret des mathématiques élémentaires. (…) Avant de ne formuler aucune règle de l'arithmétique, il faut la faire chercher dans ses éléments matériels, choisir, dans le monde connu des élèves, les exemples les plus démonstratifs et découvrir, par l'observation des faits, la formule juste. (*ibid.*)

De ce passage, relevons l'idée de ne *jamais perdre de vue les réalités concrètes* : pour la résolution des problèmes de proportion, nous le verrons plus loin, cela correspondra à un rejet des traditionnelles *règles de trois* au profit de la méthode de *réduction à l'unité* qui devrait permettre, beaucoup mieux que les précédentes, d'inscrire chaque étape du calcul dans la *réalité concrète* évoquée par l'énoncé du problème. Relevons aussi l'idée que les *bons* exemples, ceux qui sont correctement *démonstratifs*, permettront de découvrir *la formule juste.* Point de démarche tâtonnante dans ce processus : l'étude d'une *réalité concrète* n'offre pas de place au doute, elle sert au contraire à démontrer. Nulle interrogation entre différentes options possibles : il y a *une* formule juste, une règle de l'arithmétique que l'observation permet de découvrir *à coup sûr*.

Les outils mathématiques ne doivent pas seulement être induits du monde extramatématique, ils doivent aussi y retourner sous forme d'*applications* :

> Dans les classes supérieures, la géographie, les sciences physiques et naturelles fourniront des occasions d'appliquer aux domaines divers de l'activité humaine la science des nombres et de démontrer ainsi le rôle qu'elle joue dans le développement de la pensée. (*ibid*. p. 14)

Si le terme de modélisation mathématique n'est pas encore utilisé dans ce programme, on voit néanmoins que la notion de traitement mathématique de situations extramathématiques y occupe une place prépondérante.

En descendant encore jusqu'au niveau du secteur, on remarque que le concept de *proportion* est abordé au 5e degré (10-11 ans), pour lequel le programme énumère quatre chapitres – Calcul oral, Calcul écrit, Système métrique et Problèmes –, le dernier se composant ainsi :

> PROBLEMES. – Problèmes simples de proportion directe (par réduction à l'unité). Petites factures ; comptes divers. (*ibid*. p. 17)

Remarquons ici que le programme ne se contente pas d'indiquer un *type de tâche*s (les problèmes de proportion directe), il définit aussi, de manière étroitement directive, la *technique* à utiliser (réduction à l'unité) qui prend ainsi le statut de *technique canonique* dans l'institution scolaire.

Le programme du 6e degré (11-12 ans) comprend les mêmes chapitres en y ajoutant les « Nombres Complexes » (mesures du temps en heures, minutes, secondes et des angles en degrés, minutes, secondes). Comme pour le degré précédent, les Problèmes constituent le dernier chapitre :

> PROBLEMES. – Problèmes sur le système métrique. Problèmes simples de proportions directes (par réduction à l'unité). Pourcentage, intérêt, escompte, calculé sur des billets et des traites établis préalablement. Constitution du carnet d'épargne. Factures, comptes de caisse simples. (*ibid*. p. 18)

Pour plus de détails, le « programme » renvoie les enseignants aux indications méthodologiques de Louis Grosgurin (1922) que le DIP a récemment publiées (et que nous examinons plus bas) :

> Pour atteindre à la rigueur désirée, le corps enseignant se référera aux instructions de la Méthodologie de M. L. Grosgurin et modifiera d'après elle l'enseignement de certains chapitres conformément à la méthode actuelle. (*op. cit.,* pp. 13-14)

Le « programme » de 1923 traite encore de la 7e année, laquelle constitue alors une *classe complémentaire*, réservée aux élèves en fin de scolarité, dont le programme est orienté vers les questions de « comptabilité familiale » (factures, reçus, virements, …). L'orientation très pratique de cette classe est encore plus manifeste à la lecture d'un manuel de 1938 (DIP, 1938) destiné à la *division complémentaire* (qui s'est étoffée d'une année dans l'intervalle, la scolarité obligatoire ayant été prolongée en 1933) et dont la préface précise :

> Un choix des exercices devra naturellement être fait selon que l'on s'adresse à des jeunes gens ou à des jeunes filles, à des élèves de la ville ou de la campagne.

Le « programme » ne spécifie pas le type de problèmes à étudier au 7e degré, il se contente d'évoquer des « problèmes très simples ». Les problèmes de proportions directes ne font donc pas l'objet d'une mention spécifique. Ils ne constituent pas non plus une section à part dans le manuel cité ci-dessus, mais des situations de proportionnalité s'y trouvent néanmoins dans les sections 3 (le système métrique) et 6 (partages proportionnels, règles de société, mélanges, alliages).

En tous les cas, nous notons que les problèmes de proportions se situent en bout de chaîne trophique dans l'organisation des savoirs mathématiques enseignés à l'école primaire : la technique associée se nourrit des savoirs précédemment enseignés (calcul avec les quatre opérations, fractions ordinaires), mais elle-même ne nourrit pas par la suite d'autres savoirs situés à des niveaux plus élevés de la chaîne. Elle acquiert ainsi un statut de *produit final.*

Comment le travail de la classe sur ce produit final se justifie-t-il ? D'une part, ces problèmes offrent une excellente occasion de faire fonctionner, dans une situation aussi complexe et consistante que possible, une grande partie des techniques opératoires enseignées jusqu'alors. De plus, on peut penser d'autre part que l'utilité *pratique*, c'est-à-dire extramathématique, des savoirs mathématiques enseignés constituant un argument essentiel pour justifier tout l'enseignement des mathématiques, il était alors raisonnable d'exploiter l'utilité supposée des problèmes de proportionnalité.

3.2. La Méthodologie de Louis Grosgurin

Maître au Collège de Genève et formateur d'enseignants à l'Ecole Normale, Grosgurin présente sa Méthodologie comme une « méthode générale pour l'initiation à l'arithmétique » recouvrant les six degrés de la scolarité primaire et destinée « à ceux qui se préparent à la carrière pédagogique ». Mais le DIP du Canton de Genève l'adopte plus largement pour l'ensemble des enseignants du Primaire, ce qui lui donne, en tant que référence méthodologique institutionnelle, un rôle de première importance, qu'elle va garder pendant plusieurs décennies.

L'auteur construit sa Méthodologie en adoptant d'emblée les postulats didactiques qui sont à la base de *l'Ecole Active*. En particulier, il pose la nécessité de faire précéder les constructions abstraites par une activité du sujet basée sur l'observation :

> L'enfant, dans le domaine du calcul, ne peut réellement comprendre que les notions qu'il acquiert par l'activité personnelle réfléchie. Comprendre, ce n'est pas confier à la mémoire la foule des procédés ; c'est réussir à rapprocher des faits, à saisir entre eux des liaisons qui répondent à l'effort constant de l'esprit vers la coordination et l'unité.
>
> L'enseignement de l'arithmétique présente dans ses méthodes des différences très profondes. Plus que tout autre, peut-être, il se prête facilement à des procédés de travail aveugles qui restent dans le cercle des formules. Pour ne pas glisser au verbalisme, il doit revenir sans cesse aux caractères de science d'observation qui sont à l'origine du calcul ; il n'admettra des règles, n'introduira des symboles qu'à partir du moment où ils représentent des acquisitions réelles, mûries par un travail d'abstraction progressif. (Grosgurin, 1922, p. 5)

Dans le « domaine des problèmes », en grande partie occupé par les problèmes de proportions, Grosgurin se démarque énergiquement de l'enseignement alors traditionnel des *règles de trois*, qu'il considère comme l'archétype de ce qu'il appelle joliment « *les moules à solutions* ». Un tel enseignement amène essentiellement les élèves, selon lui, à reproduire « *mécaniquement* » des procédures standardisées :

> Il faut à l'enseignement un effort vigilant pour ne pas glisser, dans le domaine des problèmes, aux procédés d'imitation mécanique. Ils ont pour effet, en mettant toutes les intelligences sur un même plan inférieur, de surfaire les unes, de diminuer les autres, de les ignorer toutes ; ils peuvent même faire juger plus favorablement les passifs qui s'y plient que les chercheurs voués souvent à l'échec. (*ibid.*, p. 288)

S'étant ainsi démarqué de l'usage acritique de la technique alors canonique, les règles de trois, Grosgurin préconise, pour résoudre les problèmes de « proportionnalité directe », une technique alternative qu'il juge porteuse de davantage de sens dans la mesure où elle contient sa propre justification technologique : la réduction à l'unité. Il donne six exemples de résolution par cette procédure, dont voici le premier, présenté dans la *Méthodologie* comme une première rencontre avec l'objet de savoir à étudier [3] :

> *Si 8 anneaux pèsent 7 grammes, quel est le poids de 14 anneaux ?*
>
> Calculons le poids d'**un** anneau.
>
> g 7 : 8 = $\frac{7}{8}$ de grammes.
>
> On s'arrêtera à ce premier résultat ; un élève, en présence de la série des poids effectifs, montrera celui qui correspond à peu près au poids d'un anneau (1 gramme). Il importe de ne pas enfouir ce premier résultat dans la suite du calcul sans s'être bien pénétré de son sens concret. Il reste à multiplier le poids d'un anneau par 14.
>
> $\frac{7\times14}{8}$ = g **12,2**.

[3] Nous respectons ici la disposition du texte et les caractères gras employés par l'auteur.

La question est résolue à l'aide de deux notions qui n'ont rien de nouveau pour nous :

1° La fraction dans son rôle de quotient exact, pour exprimer le poids de l'unité.

2° La multiplication d'une fraction.

(*ibid.*, p. 259)

Par comparaison, l'emploi traditionnel de la "règle de trois simple et directe'' pour résoudre le même problème aurait consisté en une disposition en tableau des trois données et de l'inconnue suivie d'un seul calcul :

8 anneaux	7 grammes	
14 anneaux	x grammes	$x = \frac{7 \times 14}{8} = 12{,}2$

On voit bien sur cet exemple en quoi Grosgurin entend se démarquer de cette dernière technique de résolution : il insiste sur la nécessité d'éclairer le résultat intermédiaire (poids unitaire) à la lumière du modèle pseudo-concret évoqué par l'énoncé du problème. C'est la substance de sa recommandation : « *ne pas enfouir ce premier résultat dans la suite du calcul sans s'être bien pénétré de son sens concret* ».

Mais alors pourquoi choisit-t-il d'organiser la suite du calcul de telle manière que le *sens concret* des grandeurs manipulées soit perdu de vue ? En effet, le résultat intermédiaire ($\frac{7}{8}$ de gramme) une fois *éclairé,* Grosgurin accepte curieusement de l'*enfouir* littéralement dans la suite ($\frac{7 \times 14}{8} = g\,12{,}2$), alors qu'il aurait aussi bien pu le laisser en évidence en organisant la deuxième partie du calcul sous la forme explicite

$14 \times \frac{7}{8} de\ gramme = 14 \times 0{,}875\ grammes = 12{,}2\ grammes$. Pourquoi a-t-il préféré la forme $\frac{7 \times 14}{8}$ = g 12,2 ? Vraisemblablement pour rendre les calculs plus économiques : les opérations s'effectuant alors manuellement, il était – dans ce cas comme dans d'autres – préférable d'effectuer la multiplication avant la division plutôt que le contraire, ce qui offrait un double gain, en temps de calcul et en précision des résultats (les résultats intermédiaires étant arrondis). Mais la priorité ainsi donnée à la commodité du calcul s'oppose à l'objectif affiché de rendre le sens de celui-ci plus compréhensible.

Remarquons encore que l'auteur aurait pu indiquer explicitement qu'il a opté pour la forme $\frac{7 \times 14}{8}$ et exposer les raisons de ce choix. Or il ne le fait pas, ce qui nous semble augmenter la probabilité que les élèves ne puissent interpréter ce dernier calcul que comme une formule dont le sens demeure obscur. Ainsi, si Grosgurin insiste sur l'accès des élèves au contrôle technologique des techniques employées, les contraintes liées à l'économie du système prennent le pas, dans la pratique, sur cette volonté affichée.

On notera d'autre part que Grosgurin ne rejette l'emploi de la technique jusqu'alors canonique que pour lui en substituer une autre appelée à remplacer la première dans le même rôle hégémonique. Il ne semble pas question pour lui de laisser vivre plusieurs techniques concurrentes dans la classe. Qu'il soit conscient ou non, on peut supposer que ce choix correspond à un souci d'économie chronogène.

En résumé, notre analyse fait apparaître une contradiction entre les intentions affichées et les praxéologies préconisées par Grosgurin. D'une part, cet auteur affirme vouloir produire un « *effort vigilant* » pour éviter « *les procédés de travail aveugles qui restent dans le cercle des formules* » et amener au contraire les élèves à garder en vue le « *sens concret* » des calculs effectués. Mais, d'autre part, il retombe par nécessité économique dans une organisation

didactique basée sur le recopiage acritique et une organisation mathématique qui s'abstrait trop rapidement de ce même « *sens concret* ».

3.3. Le recueil de problèmes d'André Corbaz

Dès sa parution, la *Méthodologie* de Grosgurin servira de base à de nombreux manuels du DIP. C'est le cas en particulier du recueil de problèmes d'André Corbaz que nous allons maintenant examiner.

Le recueil de problèmes d'arithmétique de Corbaz que nous étudions ici (Corbaz, 1921) est destiné aux classes de 5e et 6e année primaires du Canton de Genève. Il s'agit d'une adaptation par l'auteur d'une version précédente (Corbaz, 1896), déjà arrivée à sa sixième édition, pour la rendre conforme à la Méthodologie de Grosgurin[4] en réponse à une demande du DIP :

> La Méthodologie qui paraîtra en même temps que le Recueil, est appelée à rendre de grands services aux maîtres et elle donnera de l'unité à un enseignement très souvent décousu. Connaissant nous-même cette méthode depuis quelques années, par le Cours normal de M. Grosgurin, nous l'avons employée et en avons reconnu tous les avantages. C'est pourquoi nous avons déféré avec empressement au vœu du Département d'harmoniser le Recueil de Problèmes avec la Méthodologie dont le but essentiel est de dégager l'enseignement arithmétique de tout ce qui est routine et mécanisme pour l'asseoir sur une base plus solide et conforme aux idéals (*sic*) de la pédagogie nouvelle. (*op cit.*, p. 3)

Il s'agit donc d'un ouvrage créé par l'institution scolaire pour son usage interne et qui deviendra en quelques années l'unique manuel d'arithmétique employé dans les classes de 5e et 6e Primaire du Canton.

Nous donnons dans l'encadré ci-dessous une description schématique du recueil de problème de Corbaz.

<u>Description de l'ouvrage :</u>

Auteur : Andé Corbaz, instituteur à Jussy, pour le DIP
Titre : Arithmétique, calcul écrit, troisième série.
*Emploi par le DIP de Genèv*e : 1921 – 1940.
Format : in-16 (11,8 cm x 17,8 cm), 136 pages.
Structure : préface (2 p.), 5e année (63 p.), 6e année (66 p.), tableau des mesures légales (1 p.), table des matières (2 p.).
La partie concernant la 5e année comprend :
le texte du programme de 1923 dans un encadré (1 p.) ; fractions décimales, révision des quatre opérations (3 p.) ; système métrique, révision et suite (mesures de longueur, de capacité, de poids, de surface, de volume, problèmes de révision, 27 p.) ; fractions ordinaires (avec les quatre opérations, 17 p.) ; notes et factures (2 p.) ; révision annuelle (15 p.).
La partie concernant la 6e année comprend :
le texte du programme de 1923 dans un encadré (1 p.) ; chiffres romains (1 p.), révision de la numération et des opérations (5 p.) ; système métrique, révision (mesures de longueur, de capacité, de poids, de surface, de volume, de densité, 9 p.) ; fractions ordinaires, révision (5 p.) ; nombres complexes (mesure du temps et des angles, 4 p.) ; proportions directes (2 p.) ; pourcentage (3 p.) ; intérêt, caisses d'épargne, escompte commercial (11 p.) ; titre des alliages (une demi-page) ; placements d'argent (2 p.) ; quelques cas particuliers (unités résultantes, partages, calcul des moyennes, mélanges, croisements, distance sur un méridien, heure, 5 p.) ; révision annuelle (7 p.) ; appendice (problèmes pour les élèves les plus avancés, 7 p.).

[4] Les deux ouvrages devaient être publiés en même temps mais les difficultés budgétaires du Canton et une grève des typographes ont retardé la publication de celui de Grosgurin.

La référence à la *Méthodologie* de Grosgurin y est constante : à chaque nouvelle section, une note de bas de page renvoie au paragraphe correspondant de la *Méthodologie* et Corbaz incite les enseignants, dans sa préface, à utiliser régulièrement le traité de Grosgurin :

> Nous conseillons vivement à nos collègues de recourir chaque fois qu'ils passeront à une difficulté nouvelle, aux conseils pratiques qui s'y rapportent et qu'ils trouveront dans le Cours de Méthodologie devenu le complément indispensable de ce recueil et le véritable *Livre du Maître*. (*ibid.*, p. 4)

Les problèmes de « Proportions directes » apparaissent dans la partie du recueil concernant le 6e degré uniquement (en contradiction avec le Programme) où ils couvrent deux pages. La section s'ouvre par l'indication laconique suivante[5] :

> I. *Expérimentation et questions* (Méthod. § 207). (*ibid*., p. 95)

Puis, après un nouveau renvoi à la Méthodologie pour la méthode de *réduction à l'unité*, viennent vingt problèmes (problèmes 150 à 169), les quinze premiers étant de *proportions directes*, les quatre suivants de *partage* et le dernier de *mélange*, ces trois appellations recoupant autant de types de tâches différents.

Parmi les 15 problèmes de *proportions directes*, six sont exactement identiques à ceux de la Méthodologie (où les solutions sont détaillées). De plus, les quinze énoncés sont pratiquement isomorphes. Exemples :

> 152. On a coupé dans une bande de carton un tronçon de 9 cm de longueur ; il pèse 8 grammes. Combien pèserait un tronçon de 13 cm ?
>
> (…)
>
> 157. On a payé, tous frais compris, 13 fr pour 15 litres de vin. Quel est le prix de revient de 12 litres ?
>
> (…)
>
> 164. Trois mètres d'une broderie reviennent à 8 fr. A ce prix combien de mètres aura-t-on pour 15 fr ? (*ibid*. pp. 95-96)

Ces différents énoncés concernent un même type de tâche : la résolution d'un problème de 4e proportionnelle. Le texte du problème donne un couple (x_1 ; y_1) et une valeur x_2, concernant deux grandeurs dépendantes, et demande de trouver y_2. Dans chaque cas, si l'enseignant suit les conseils de Corbaz, la tâche de l'élève consiste à reproduire la technique de réduction à l'unité exposée par Grosgurin (voir plus haut).

Le premier des quatre problèmes de *partage* est le suivant :

> 165. Comment partager un gâteau, proportionnellement à leur travail, entre Jean qui a monté 3 bûches au grenier et Paul qui en a monté 5 ? (*ibid*. p. 96)

Il se retrouve dans la Méthodologie de Grosgurin accompagné de la résolution suivante :

> 3 + 5 = 8
>
> Le gâteau pour 8 bûches.
>
> Le huitième du gâteau pour **une** bûche.
>
> A Jean les $\frac{3}{8}$ du gâteau, à Paul les $\frac{5}{8}$ du gâteau. (Grosgurin, *op cit*. p. 260)

Les trois autres problèmes de *partages* sont isomorphes à celui-ci, en particulier tous les partages concernent *deux* parts. Là encore, on voit donc qu'une technique est privilégiée, et canonisée, à l'exclusion de toute autre.

---

[5] Ce type d'indication nous donne à penser que le Recueil de Problèmes de Corbaz était destiné à n'être diffusé qu'aux enseignants, les élèves étant pour leur part tenus à recopier dans leurs cahiers les problèmes sélectionnés et exposés à la classe par l'enseignant.

Le dernier problème de la section est un problème de *mélange* ; il est également repris de Grosgurin :

169. On mélange du riz : 6 kg à 80 ct avec 4 kg à 60 ct. Combien valent 3 kg de ce mélange ?

Pour ce troisième type de tâche comme pour les précédents, une technique canonique de résolution (par réduction à l'unité), et une seule, est exposée par Grosgurin et recommandée par Corbaz.

Le schéma de l'étude est classique : $S(X,\ y,\ Q) \to R^*$, et les praxéologies mathématiques se réduisent dans chaque cas à *un* type de tâche auquel est associée *une* technique, la spécificité de la méthode Grosgurin consistant à choisir cette technique de manière à ce que des justifications technologiques les plus explicites possibles puissent être incluses à peu de frais dans le travail de la technique. Cependant, on l'a vu à propos de l'ordre des opérations à effectuer pour calculer $\frac{7\times 14}{8}$, cette exigence de visibilité peut être sacrifiée devant certaines contraintes économiques.

Il nous semble pouvoir affirmer, au vu de ce qui précède, qu'une organisation didactique respectant les instructions de Grosgurin et de Corbaz tient avant tout du *recopiage culturel* : il s'agit, pour chaque type de tâches, d'entraîner les élèves à manier une technique prédéterminée, le but de l'étude étant tout entier contenu dans la maîtrise de cette technique. Les contextes extramathématiques des questions posées sont donc avant tout des prétextes au travail des techniques étudiées.Cette analyse met en lumière une contradiction notable de la *méthode Grosgurin* : d'une part, ce dernier proclame avec insistance sa volonté de dépasser l'apprentissage acritique des « moules à solutions » mais, d'autre part, toute l'organisation de l'étude qu'il préconise se résume essentiellement, à y regarder de près, à un travail technique sur lequel les contrôles technologiques n'ont plus cours au delà de la première rencontre. Du moment que la spécificité de sa méthode se cantonne dans le choix d'une nouvelle technique canonique, appelée à détrôner la précédente, pour résoudre le même type de tâches selon une même organisation didactique, le rôle et l'activité de l'élève ne varient guère comme on va le voir en analysant le contrat didactique auquel il est soumis.

3.4. Le contrat didactique

Au vu de ce qui précède, et sous l'hypothèse que l'enseignant suivait les indications méthodologiques de Grosgurin, on peut formuler comme suit les règles du contrat didactique qui organisaient le travail des élèves lorsqu'ils avaient à résoudre un des quinze problèmes de *proportions directes* de l'Arithmétique de Corbaz :

R1 : Pour résoudre un problème de cette série, il faut appliquer la technique de *réduction à l'unité* (la question du choix de la stratégie ne se pose pas).

R2 : Les deux grandeurs à prendre en compte sont exactement celles qui apparaissent dans l'énoncé (il n'y a jamais de grandeurs « distractives »).

R3 : La méthode de *réduction à l'unité* aboutit à la solution cherchée après une division et une multiplication, ou, plus directement, un calcul combinant les deux (la question du choix du modèle ne se pose pas).

Une fois ces règles intégrées à l'équipement praxéologique de l'élève, la tâche qui restait sous sa responsabilité était la suivante :

1. Organiser les données et les calculs sous la forme contractuelle :

15 litres coûtent 13 francs

1 litre coûte $\frac{13}{15}$ de francs

12 litres coûtent $12 \times \frac{13}{15}$ de francs

2. Mener les calculs : $12 \times 13 = ... = 156$; $156 : 15 = ... = 10{,}40$.
3. Présenter une réponse : 12 litres coûtent 10 francs et 40 centimes.

Nous voyons bien que la tâche de l'élève reste ainsi entièrement circonscrite à l'intérieur de la seule quatrième étape du processus de modélisation critique décrit dans la section précédente.

4. Conclusion

Cette contribution visait à présenter la problématique générale de notre recherche et des outils d'analyse en cours de développement, ainsi qu'un premier exemple pour en illustrer le fonctionnement.

L'exemple développé dans la 3e section de ce texte nous a montré une organisation particulière de l'étude des « problèmes de proportionnalité simple et directe » dont l'objectif méthodologique affiché était d'éviter les *« moules à solutions »*, c'est-à-dire le recopiage acritique et répété de réponses standardisées. On pouvait donc s'attendre à rencontrer, dans ce contexte de problèmes extramathématiques, un rapport institutionnel à l'objet de savoir *modélisation* relativement riche ou, du moins, dépassant le seul travail d'une technique mathématique canonique et développant une praxéologie de modélisation non triviale.

Or, une analyse détaillée nous a permis de constater qu'il n'en est rien : si une tentative de donner du sens aux techniques employées en y insérant une justification technologique est bien apparente dans l'organisation préconisée de la première rencontre, elle est par la suite écrasée sous certaines nécessités économiques du fonctionnement de la classe, en particulier les contraintes temporelles, et toute l'étude se résume *in fine* à une reproduction technique acritique comme le montre la description du contrat didactique qui détermine le *topos* des élèves.

En nous référant aux cinq étapes du processus de modélisation critique exposées dans la 2e section de ce texte, nous constatons alors que l'organisation de l'étude analysée restreint le travail des élèves à l'intérieur de la seule 4e étape, la plus strictement technique, de ce processus.

Cet écart entre intentions affichées et mises en pratique nous semble révélateur de contraintes fortes pesant sur les organisations didactiques et annihilant les conditions d'existence de processus didactiques fonctionnels. Il reste, bien entendu, à étudier plus avant ces déterminants afin de pouvoir envisager d'en neutraliser ou d'en atténuer les effets pour que puisse vivre des processus didactiques fonctionnels liés à la *modélisation critique*.

Bibliographie

ASSUDE, T. (1996) De l'écologie et de l'économie d'un système didactique : une étude de cas, *Recherche en didactique des mathématiques* **16/1**, 47-70.

CHEVALLARD, Y. (1989a) *Arithmétique, algèbre, modélisation, étapes d'une recherche*, Publication de l'IREM d'Aix-Marseille.

CHEVALLARD, Y. (1989b) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au Collège, 2ème partie, perspectives curriculaires : la notion de modélisation, *Petit x* **19**, 43-72.

CHEVALLARD, Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherche en didactique des mathématiques* **19/2**, 221-266.

CHEVALLARD, Y. (2001) *Les TPE comme problème didactique*, communication au séminaire national de didactique des mathématiques.

CHEVALLARD, Y. (2007) La dialectique des médias et des milieux, *Journal du séminaire DSMF*, séances 4 et 5, IUFM d'Aix-Marseille.

CORBAZ, A. (1896) *Exercices et problèmes d'arithmétique, troisième série*, Genève : Editions Atar.

CORBAZ, A. (1921) *Arithmétique, exercices et problèmes, troisième série*, Lausanne : Librairie Payot.

COULANGE, L. (1998) Les problèmes "concrets'' à "mettre en équation'' dans l'enseignement, *Petit x* **47**, 33-58.

DIP (1923) *Programme de l'enseignement dans les Ecoles Primaires*, Genève : éditions du DIP.

DIP (1938), *Arithmétique et comptabilité*, *division complémentaire*, Genève : éditions du DIP.

FERRIERE, A. (1920) *L'Ecole active*, Genève : Forum.

GROSGURIN, L. (1922) *Enseignement de l'arithmétique, Méthodologie* (Ouvrage adopté par le DIP), Genève : Librairie Payot.

NOUVEL, P. (2002) *Enquête sur le concept de modèle*, Paris : PUF.