GENESE INSTRUMENTALE POUR L'ENSEIGNANT : TACHES ET TECHNIQUES DIDACTIQUES INSTRUMENTEES PAR UNE BASE D'EXERCICES EN LIGNE.

Laetitia BUENO-RAVEL et Ghislaine GUEUDET, *CREAD, IUFM de Bretagne*

Abstract: In this article we present a methodological and theoretical approach for the study of teachers' instrumental geneses processes. We introduce the notion of instrumented didactic tasks and techniques. We propose to study these tasks and techniques for different time scales, in particular the session and the sequence (set of sessions about a common set of mathematical properties). The artefact considered here is an e-exercises basis and we present the use of our approach in the context of a trigonometry course using this artefact for grade 9 students. Is it possible for a teacher using such an artefact to refer to a media-milieus dialectic? We present here first elements of answer to this question.

Resumen: En este artículo presentamos un enfoque metodológico y teórico para estudiar las formas de génesis instrumental por parte de los docentes. Introducimos el concepto de tipo de tareas y de técnica equipada. Proponemos estudiar estas tareas distinguiendo distintas escalas de tiempo, en particular la secuencia y la sesión. La herramienta en cuestión aquí es una base de ejercicios on-line. Presentamos el empleo de nuestro enfoque para estudiar la enseñanza de trigonometría en una clase de 3° E.S.O. (alumnos de 15 años) que se vale de esta herramienta. ¿ Es posible para un profesor de inscribir el uso de tal herramienta en una *media-milieu* dialéctica ? Presentamos aquí primeros elementos de respuesta a esta cuestión.

1. Cadre théorique et contexte de la recherche

Le travail présenté ici a été effectué dans le cadre d'un groupe de recherche dépendant du projet GUPTEn (Genèse d'Usages Professionnels de Technologies par les Enseignants), projet piloté par Jean-Baptiste Lagrange et soutenu par l'INRP. Ce groupe associe deux enseignants-chercheurs, deux formateurs IUFM, trois professeurs des écoles et deux professeurs de collège. Nous étudions au sein de ce groupe les usages de ressources en ligne de type *base d'exercices de mathématiques* (Cazes *et al.* 2007).

Nous avons souhaité inscrire cette communication dans l'axe 4 du congrès d'Uzès : *la dialectique des médias et des milieux*, bien que cette dialectique ne constitue pas, à l'origine, le cadre théorique auquel nous avons eu recours. Mais l'axe 4 prévoit la présentation de recherches « s'inscrivant dans le cadre de la TAD et relatives aux problèmes et aux possibilités du passage à une dialectique des médias et des milieux ». Ainsi il nous a semblé intéressant de rattacher notre travail à cet axe, et ce à (au moins !) deux titres.

Premièrement, il est clair que les ressources en ligne de type *bases d'exercices* (notées BE par la

suite) constituent un média pour le professeur. Les BE sont insérées dans un ensemble de médias auxquels le professeur peut avoir recours pour répondre à une question professionnelle, typiquement « comment mettre en place une organisation de savoir mathématique ».

On peut alors se demander comment une BE peut devenir constituant d'un milieu pour le professeur. Plus précisément, nous allons nous situer ici dans la perspective évoquée dans la présentation de l'axe 4 :

« […] l'un des grands problèmes éducatifs et citoyens de notre temps est celui de la généralisation de la capacité (de l'élève, du professeur, du formateur, du chercheur, du citoyen etc.) à situer sa pensée et son action dans une dialectique des médias et des milieux adéquate à l'évaluation de ses assertions et de ses décisions. »

Nous allons étudier dans quelle mesure le professeur qui a recours à une BE situe son action dans une dialectique des médias et des milieux (Chevallard 2005), et plus généralement pourrait la situer ainsi. Le pluriel employé ici est fondamental : ce qui va permettre au professeur de développer un regard critique, d'évaluer la pertinence de ses décisions, c'est le recours à plusieurs médias, dont l'association va permettre au professeur de disposer de milieux.

Deuxièmement, la dialectique des médias et des milieux ne prend son sens que par rapport à une *diffusion praxéologique*. Poser la question des médias et milieux pour le professeur demande donc au préalable une clarification des praxéologies didactiques dans lesquelles les médias auxquels on s'intéresse vont pouvoir intervenir. Or il nous semble que le travail que nous avons accompli permet un progrès dans cette direction.

Nous nous sommes en effet positionnées dans le cadre de l'approche instrumentale (Guin et Trouche 2002). L'approche instrumentale s'est construite en articulant des concepts issus de l'ergonomie cognitive d'une part, en particulier la distinction entre un artefact -objet donné au départ- et un instrument construit par le sujet dans son activité (Rabardel 1999), et associant un artefact et un schème (Vergnaud 1996) d'utilisation de cet artefact ; et de la TAD d'autre part (Chevallard 1992). Cette approche amène notamment, en adoptant un point de vue institutionnel, à mettre à jour des *techniques instrumentées* (Lagrange 2000). Les recherches menées dans ce cadre ont porté tout d'abord sur l'élaboration d'instruments par les élèves ; dans les travaux s'intéressant à des artefacts de type calculatrice, ou logiciel de géométrie dynamique, l'idée que ces artefacts pouvaient aussi se constituer en instrument pour l'enseignant n'est pas apparue de prime abord. C'est seulement avec l'introduction de la notion d'orchestration instrumentale (Trouche 2005) que l'attention s'est portée sur l'enseignant. Mais il s'agissait alors de prendre en compte la gestion par l'enseignant des genèses instrumentales des élèves, et non de considérer des genèses instrumentales pour les enseignants. Un tel questionnement est récent, et coïncide avec l'intérêt croissant porté aux ressources en ligne (Ruthven 2007), BE en particulier. Plusieurs études ont d'abord montré que l'approche instrumentale permettait également de progresser dans la compréhension de phénomènes d'apprentissage instrumentés dans le cas des BE (Artigue 2006, Gueudet 2006). Mais une BE est aussi un outil pour l'enseignant, et la question des genèses instrumentale pour les enseignants est ainsi apparue.

C’est pourquoi une première phase de la recherche que nous présentons ici, avant de parler de genèses instrumentales, a été de repérer si les enseignants utilisant une BE développent des usages stables susceptibles d’être organisés par un schème . C’est l’analyse des descriptions faites par les enseignants de notre groupe qui nous a permis d’identifier des évolutions de scénarios que nous interprétons en termes de *genèses instrumentales pour les enseignants*. Cet aspect est détaillé dans Bueno-Ravel et Gueudet (2007), nous ne le développons pas ici. Nous avons ensuite choisi d’étudier ces genèses en particulier en posant la question des *techniques didactiques instrumentées* par une BE.

Nous n’avons pas établi a priori un inventaire de techniques possibles instrumentées ou non. Nous avons observé et filmé des séquences de classe durant lesquelles le professeur utilisait une BE. L’analyse de ces séquences nous a montré des régularités apparaissant dans la façon d’accomplir certaines tâches didactiques. Ce sont ces régularités qui nous permettent d’identifier des techniques. Nous analysons de plus ces techniques en nous appuyant sur les travaux de Sensevy *et al.* (2000). Nous cherchons à identifier les finalités *topogénétiques* (produire les lieux du professeur et de l’élève), *chronogénétiques* (produire les temps de l’enseignement et de l’apprentissage) et *mésogénétiques* (produire les objets des milieux des situations et l’organisation des rapports à ces objets) de ces techniques.

Nous allons exposer ici l’étude d’un cas particulier, relatif à une séquence de trigonométrie. Nous présentons en partie 2 le contexte de cette séquence, ainsi que le système de conditions et de contraintes, issus de *niveaux de détermination didactique* (Chevallard 2002b) supérieurs : domaine, dsicpline… dont il nous faut tenir compte.

En partie 3, nous considérons l’exemple de deux types de tâches didactiques spécifiques : « gestion de l’hétérogénéité de la classe dans le cas d’un enseignement de trigonométrie en troisième » ; et « introduction de l’encadrement du sinus d’un angle aigu en classe de troisième ». Pour ces deux types de tâches, nous analysons des *techniques didactiques*, certaines instrumentées, d’autres non, que nous avons observées. Nous proposons de plus quelques éléments pour l’étude de la question de l’inscription par le professeur de son action instrumentée par la BE dans une *dialectique des médias et des milieux*.

2. Etude d’un cas : une séquence de trigonométrie en troisième avec Mathenpoche.

La question des grains de description retenus, pour une analyse en termes de praxéologies didactiques, est fondamentale (Ravel 2003). Les grains de descriptions que nous étudions plus particulièrement dans cette recherche sont ceux de la séquence et de la séance.

Pour le recueil des données, nous observons et filmons une séquence dans laquelle un enseignant du groupe de recherche utilise une BE, en nous entretenant autant que possible avec celui-ci avant et après chaque séance. L'ensemble des documents enseignants et des productions d'élèves relatifs à la séquence sont recueillis.

Nous identifions à partir de ce corpus de données les types de tâches didactiques qui sont apparus, tant au niveau de la séance qu’à celui de la séquence. Les régularités observées dans la

façon d'accomplir ces types de tâches nous permettent d'inférer des techniques didactiques, instrumentées ou non par la BE.

Dans le cadre de cet article, nous nous centrons sur une séquence de trigonométrie en classe de troisième que nous avons observée et filmée au mois de mars 2007. Nous avons observé deux enseignantes, qui avaient décidé d'employer Mathenpoche[1] (noté MEP par la suite) pour cet enseignement de trigonométrie. Les analyses présentées ici se basent sur une seule de ces deux séquences, réalisée par une enseignante que nous nommons Carmen, utilisatrice de MEP depuis 4 ans.

Nous présentons d'abord brièvement la BE utilisée. Puis nous détaillons le système de conditions et contraintes de niveau supérieur susceptibles d'influencer les choix mathématiques et didactiques de Carmen au niveau de la séquence de trigonométrie. Nous donnons enfin sous forme de tableau le canevas de la séquence, en regard des choix fait dans les programmes et dans MEP.

a) Mathenpoche

MEP est avant tout une base d'exercices de mathématiques pour le collège. Les exercices proposés sont organisés en premier lieu par niveau scolaire, puis répartis en deux domaines : numérique et géométrie, et enfin par chapitres à l'intérieur de ces deux domaines.

Carmen fait partie des « utilisateurs réseau » de MEP. Elle a inscrit ses élèves, c'est à dire attribué à chacun un login et un mot de passe. Elle peut alors programmer des séances MEP, c'est à dire choisir des exercices parmi les exercices MEP, et une plage de temps durant laquelle ces exercices seront proposés à leurs élèves. Différents menus peuvent éventuellement être proposés à différents groupes d'élèves. Dans les utilisations de MEP auxquelles nous nous intéressons ici, l'élève travaille en classe, sur des séances programmées par Carmen. L'élève rencontre donc une liste d'exercices, chacun étant caractérisé par un titre. Chaque exercice comporte 5 ou 10 questions ou problèmes ; dans certains cas, ces questions sont indépendantes, et dans d'autres cas elles se suivent. Il n'est pas possible, même si on a déjà travaillé sur le logiciel, de débuter un exercice par la question 3 ou 4 ; toutes les questions doivent être traitées dans l'ordre. Lorsque l'élève accède à un exercice, un énoncé de problème apparaît à l'écran, problème que doit résoudre l'élève (voir ci-dessous figure 1). Il doit noter sa réponse dans la (ou les) case(s) prévue(s) à cet effet puis valider sa proposition. Si l'élève donne la réponse attendue, l'affichage « Bravo » apparaît et le compteur du score est mis à jour. Si l'élève se trompe, il en est averti et on lui propose d'utiliser une aide pour corriger son erreur. Si l'élève se trompe à nouveau à la deuxième tentative, la lecture de l'aide lui est imposée et la réponse au problème est finalement donnée. La plupart du temps une calculatrice basique est à disposition des élèves.

L'enseignant a également accès à un outil de suivi des élèves. Il peut les suivre « en direct » pendant les séances en classe : à partir du poste enseignant, il visualise le déroulement du travail

[1] http://mathenpoche.sesamath.net/

de chaque poste élève. Il peut aussi imprimer un bilan de la séance ; une partie du bilan donne des informations sur le travail de l'ensemble de la classe, et une partie concerne chaque élève, ou binôme d'élèves (en fait chaque poste). On sait quels exercices ont été abordés, combien de questions ont été faites, si elles ont été réussies à la première tentative, à la deuxième tentative, ou pas ; combien de temps a été passé sur l'exercice…

b) Conditions et contraintes de niveau supérieur

Les conditions et les contraintes qui vont peser sur la mise en place d'une séquence de trigonométrie intégrant MEP sont de plusieurs natures. Il y a tout d'abord des contraintes qui proviennent de l'institution scolaire : le temps qui peut être consacré à une séquence de trigonométrie en classe de troisième est limité, il est généralement compris entre 7 et 10 heures. D'autres contraintes sont spécifiques au collège où s'est déroulée l'observation. Les élèves de ce collège sont pour la plupart issus de milieux défavorisés, et les enseignants notent de nombreux problèmes de comportement. En particulier, il est inconcevable de laisser les élèves même en petit groupe travailler en autonomie sur papier.

Par ailleurs pour notre étude, il est nécessaire de prendre en compte les conditions et contraintes matérielles spécifiques à l'emploi d'une base d'exercices en ligne. Le collège dispose de deux salles informatiques connectées à Internet, avec une quinzaine de postes dans chaque salle, et d'un vidéo projecteur. Les deux salles informatiques sont également équipées de tables qui devraient permettre à la moitié de la classe de travailler sur papier pendant que l'autre moitié est sur ordinateur. Mais la contrainte liée au comportement des élèves rend ceci très difficilement réalisable en pratique, et le travail avec deux demi classes nécessite en fait de disposer d'une salle contiguë à la salle informatique, permettant à l'enseignant d'assurer une présence dans les deux salles.

c) Trigonométrie, MEP et choix de l'enseignante

L'enseignement de la trigonométrie débute en classe de quatrième avec l'introduction du cosinus ; le sinus et la tangente sont ensuite vus en classe de troisième. Cet ordre d'introduction est du à des réformes successives, et n'a pas lieu d'être actuellement puisque les différentes lignes trigonométriques sont introduites dans le contexte du triangle rectangle (Berté *et al.* 2004). En nous appuyant sur les programmes et les manuels, nous avons observé un découpage de l'organisation mathématique relative à la trigonométrie que nous présentons dans le tableau ci-dessous, dans lequel figurent également les exercices MEP correspondants. MEP comporte en 3e un chapitre trigonométrie, avec 7 séries de 6 exercices, soit au total 42 exercices, et 305 questions. Ceci montre que l'emploi de MEP nécessite avant tout un important choix de contenu. On trouve sensiblement le même nombre de questions dans certains manuels ; mais le support informatique ne permet pas d'avoir un regard global rapide. Même si des descriptifs d'exercices sont disponibles, les utilisateurs enseignants de MEP insistent sur le fait que chaque question doit être consultée avant d'être exploitée en classe.

Nous faisons figurer de plus dans le tableau les choix faits par l'enseignante pour sa séquence. La

séquence de Carmen a comporté 9 séances de 55 minutes, que nous notons S1, …, S9. MEP était présent dans les séances S1, S2, S4, S5 et S8 (en fait MEP devait intervenir aussi en S6, mais il y avait à ce moment-là une panne de réseau). Les séances S6, S8 et S9 ont donné lieu à un travail différencié pour deux groupes d'élèves que l'enseignante désignait comme les « Forts » et les « Faibles ». Nous reprendrons ici cette désignation.

Programmes/manuels	**MEP**	**Séquence Carmen**
a. Propriétés des triangles rectangles et vocabulaire associé. Cosinus. *(Prérequis)*	Chapitre cos en 4e ; en 3e série « Prendre un bon départ »	**S1**, travail en binôme sur MEP, exercices de 3e : « cosinus » « configurations ». Trace écrite : 8 questions MEP à rédiger.
b. Définition de sinus et tangente.	Deux exercices "découverte" : un pour sinus un pour tangente.	**S2**, classe entière vidéoprojecteur. Appui sur l'exercice MEP « découverte » de la série sinus. Adaptation de l'exercice pour introduire aussi tangente. Fiche de cours issue de MEP à compléter.
c. Calcul de cos, sin, tan pour un angle, et de l'angle connaissant cos, sin, tan à la calculatrice.	Trois exercices sur l'emploi de la calculatrice : sin, tan, synhèse.	**S3**, classe entière séance papier/crayon et calculatrice. Evalué en **S9**.
d. Utilisations simples, calculs directs de cos, sin, tan ; écriture des bons quotients de côtés. Choisir la bonne formule : sin, cos, tan.	Calculs simples sur sin, tan ou synthèse. « Sin, cos ou tan ? » en série synthèse.	Fiche papier pour travail maison en fin de **S2**. **S4/S5**, deux demi-classes par ordre alphabétique. Exercices simples sur MEP (synthèse) et sur papier. Fiche papier pour travail maison en fin de **S5**. Evalué en **S9** pour groupe « Faible ».
e. Utilisation de cos, sin, tan pour déterminer un côté manquant, pour évaluer un angle manquant.	7 exercices, sin, tan, et synthèse.	Accessible sur MEP et papier en **S4/S5**. Soutien pour « Faibles » en **S6** et **S8** sur papier. Evalué pour tous en **S9**.
f. Problèmes concrets.	Un exercice.	Accessible sur MEP en **S4/S5**. « Forts » :sur papier en **S6** et MEP en **S8**.

		« Faibles » sur papier en **S8**. Dans l'évaluation **S9**, sans détail pour les « Forts », avec questions intermédiaires pour les « Faibles ».
g. Valeurs particulières de sin et cos. Relations : $\cos^2+\sin^2=1$; tan=sin/cos.	Un exercice sur valeurs exactes. 3 exercices sur les relations.	**S7**, cours papier crayon classe entière. « Forts » sur MEP en **S8**. Valeurs exactes évaluées pour « Forts » en **S9**.
h. Calculs dans des configurations complexes.	Un exercice.	« Forts » sur MEP en **S8**, évalué en **S9**.
i. Angles complémentaires. Angles dans l'espace. Découverte quart de cercle trigo, autres prolongements.	Un exercice. Deux exercices. Série 7, 4 exercices.	« Forts » sur MEP en **S8**, 3 exercices. Non évalué en **S9**.

Tableau 1 Découpage de l'OM trigonométrie : programmes, MEP et choix de Carmen.

On peut noter d'emblée que MEP intervient à différents moments didactiques (Chevallard 2002a), associé avec divers autres supports. Cette séquence témoigne d'un degré d'intégration praxéologique maximal de MEP par Carmen (Assude 2007). Après quatre années d'usage de MEP et d'autres ressources associées (Gueudet et Trouche, à paraître), des processus de genèse instrumentale ont engendré pour Carmen des instruments de sa pratique. Nous envisageons ici ces processus en termes de techniques didactiques instrumentées.

3. Analyse de deux types de tâches instrumentées : MEP est-il inscrit par le professeur dans une dialectique médias-milieux ?

Dans le cadre de cette communication, nous centrons notre analyse au niveau de la séquence de Carmen sur le type de tâches « gestion de l'hétérogénéité de la classe dans le cas d'un enseignement de trigonométrie en troisième ». Pour le niveau de la séance, notre analyse portera sur la séance S2 d'introduction et de cours sur sinus et tangente et plus particulièrement sur le type de tâches « introduction de l'encadrement du sinus d'un angle aigu en classe de troisième ».

a) Type de tâches « gestion de l'hétérogénéité » au niveau de la séquence

Nous allons dans un premier temps examiner ici comment Carmen a répondu à la question professionnelle « Comment gérer l'hétérogénéité de ma classe de 3e pour une séquence de trigonométrie ? ». Nous nous centrons plus particulièrement sur les techniques didactiques instrumentées par MEP, mais nous prenons également en compte tous les autres médias

intervenant dans la réponse de Carmen. Nous n'allons bien entendu n'examiner que quelques exemples relatifs à la gestion de l'hétérogénéité de la classe, qui amène tout un ensemble complexe de décisions, de régulations dont nous n'avons pas cherché à effectuer un relevé systématique.

Détermination de l'organisation mathématique commune

Dans un entretien que nous avons mené avec Carmen avant le début de la séquence, nous avons pu constater qu'elle a recours à une technique didactique de délimitation de l'organisation mathématique destinée à être rencontrée par tous les élèves de la classe. MEP pourrait instrumenter une telle technique, puisque certains exercices, intitulés « pour aller plus loin », sont clairement désignés comme étant en dehors de l'OM commune à la classe. Ce n'était pas le cas ici. Carmen a développé une technique qui s'appuie sur un discours technologique du type : « les élèves qui n'iront pas en seconde générale n'ont pas besoin de connaître les valeurs particulières, ni le cercle trigonométrique… ». Plus généralement, les contenus mentionnés dans les lignes *g*, *h* et *i* du tableau 1 sont ainsi désignés comme ne faisant pas partie de l'OM de trigonométrie commune à la classe. Le discours technologique développé par Carmen semble s'appuyer sur les programmes scolaires hors seconde générale (baccalauréat professionnel, brevet d'études professionnelles), qui pourraient se constituer en milieux pour répondre à une telle question. Mais la consultation de ces programmes montre que dans certaines spécialités professionnelles le contenu de trigonométrie coïncide avec ce qui est vu en seconde générale. La référence utilisée ici semble être avant tout ce qui est mentionné explicitement dans le programme de troisième. Seules les « relations » : $cos^2+sin^2=1$; $tan=sin/cos$, figurent explicitement dans le programme et ne font pas partie de l'OM commune retenue par Carmen. Il ne semble donc pas que Carmen ait ici situé son action dans une dialectique des médias et des milieux. La question des milieux qui pourraient intervenir dans un tel choix est ardue, nous ne l'abordons pas ici, elle renvoie à la détermination d'un *socle commun*, que l'on peut certainement considérer comme un des grands problèmes éducatifs et citoyens de notre temps !

Détermination des sous-systèmes didactiques

Le choix de partager la classe en deux sous-groupes, deux sous-systèmes didactiques, dont l'un ne rencontrera que l'OM commune, alors que l'autre ira au-delà, était fait a priori par Carmen, nous n'avons pas de données permettant l'analyse de ce processus. Nous avons pu en revanche suivre la détermination de la composition de ces deux sous-groupes. Celle-ci a été faite par Carmen à l'issue des séances **S4** et **S5**. Ces séances avaient lieu en demi-classe, avec un partage suivant l'ordre alphabétique ; une des demi-classes travaillait sur MEP, l'autre sur papier. Lors de ces séances, un menu était proposé reprenant des exercices MEP relatifs à toute l'organisation mathématique commune, et Carmen conseillait aux élèves d'aborder ces exercices dans l'ordre, sans chercher à les faire tous. Ce sont les scores obtenus sur MEP qui ont constitué le critère déterminant pour Carmen. On peut parler ici d'une technique didactique de détermination des sous-groupes instrumentée par MEP. Plus précisément, Carmen constitue, à partir des bilans MEP qui ne contiennent que des listes de scores, une fiche papier reprenant pour chaque exercice

MEP proposé le meilleur score qui a été obtenu (rappelons que les élèves peuvent lancer plusieurs fois un exercice MEP, les valeurs numériques changent d'une fois sur l'autre). On peut parler, à propos de la constitution de cette fiche, d'un processus d'instrumentalisation. MEP ne propose pas de fonctionnalité permettant de retenir le meilleur score obtenu à un exercice. Carmen ayant besoin de cette donnée, elle élabore un instrument complétant MEP : une fiche papier des meilleurs scores. Le critère final de constitution des groupes tient également compte de la contrainte de l'effectif possible de chaque sous-groupe. Carmen n'établit pas un critère clair, mais constitue, en s'appuyant sur sa fiche, deux sous-groupes de taille équivalente, avec dans le groupe des forts des élèves qui ont « plutôt eu de moins bons scores ».

Carmen aurait pu déterminer deux sous-groupes à partir des notes obtenues en mathématiques depuis le début de l'année (c'est ce choix qu'a fait sa collègue Fabienne, qui réalisait une séquence similaire). Mais elle a choisi de faire un diagnostic spécifique à la trigonométrie, lors d'une séance d'exercices qui suivait deux séances de cours. Carmen ne s'est pas contentée des médias qui étaient d'emblée à sa disposition, elle a inscrit son action dans une dialectique des médias et des milieux intégrant MEP. Elle a pu ainsi prendre une certaine distance par rapport à une idée générale sur les performances des élèves en mathématiques. Elle aurait également pu effectuer un diagnostic sur papier ; mais la technique instrumentée par MEP est certainement plus rapide à mettre en place, même la constitution de la fiche des meilleurs scores demande moins de temps que la notation de travaux sur papier.

Choix d'organisations mathématiques et didactiques de chaque sous-système

Des organisations mathématiques et didactiques différentes sont proposées aux deux sous-groupes lors des séances S6, S8 et S9. S9 est la séance d'évaluation finale, pour laquelle Carmen élabore deux textes, dont l'un, pour les élèves « Faibles » est très directement inspiré de MEP. Nous ne détaillons pas ce point ici par souci de concision, nous allons nous pencher plus précisément en revanche sur les séances 6 et 8.

Le sous-groupe désigné comme « Faible » travaille en S6 et S8 sur papier, avec un fort soutien de Carmen, et des exercices correspondant à l'organisation mathématique commune (en S6 il était initialement prévu que les élèves « Faibles » travaillent sur MEP, ce qui n'a pas pu avoir lieu à cause d'une panne de réseau).

Le sous-groupe désigné comme « Fort » travaille en S6 sur des exercices relevant de la catégorie « problèmes concrets », proposés sur une fiche, puis sur des exercices issus de leur manuel lorsqu'ils ont terminé la fiche ; et en S8 sur MEP, avec un menu reprenant certains problèmes concrets, des calculs dans l'espace, des exercices sur les valeurs exactes à connaître et sur le quart de cercle trigonométrique.

On voit ici que MEP, et le manuel de la classe, permettent tous deux à Carmen de développer des *techniques didactiques instrumentées* de gestion des deux sous-groupes. On observe ici une finalité *mésogénétique* : MEP et le manuel fournissent un contenu pour le prolongement dont on est certain qu'il ne pourra pas être épuisé, même par les élèves les plus rapides. Une finalité

chronogénétique : la mise à disposition d'exercices de type « prolongement » en nombre suffisant permet aux élèves « Forts » d'avancer dans un temps didactique qui n'est pas celui de la classe entière, et donc de libérer pour les élèves « Faibles » du temps en présence de Carmen pour le contenu retenu dans l'OM commune. Il y a en revanche dans le cas de MEP une finalité *topogénétique* qui ne peut pas être instrumentée par le manuel. En effet MEP peut assurer la responsabilité de retour sur les productions des élèves. Ainsi durant la séance S8, Carmen s'est presque entièrement consacrée aux élèves « Faibles », ce qu'elle n'avait pas pu faire en S6, devant régulièrement aller examiner les productions des élèves « Forts ».

Le choix fait ici par Carmen d'identifier un groupe d'élèves « Faibles » et de rester avec eux, pour observer leur résolution des exercices proposés et faire par moments des points de rappel collectif au tableau semble fondé sur la conception que Carmen se fait de son action possible pour les élèves en difficulté. Est-ce que ce choix est situé par Carmen dans une dialectique des médias et des milieux ? Nos données ne nous permettent pas de répondre à une telle question, il s'agit d'un choix ancien, et nous ne savons pas comment il a été effectué. Nous notons simplement qu'il n'apparaît pas ici de dialectique faisant intervenir MEP.

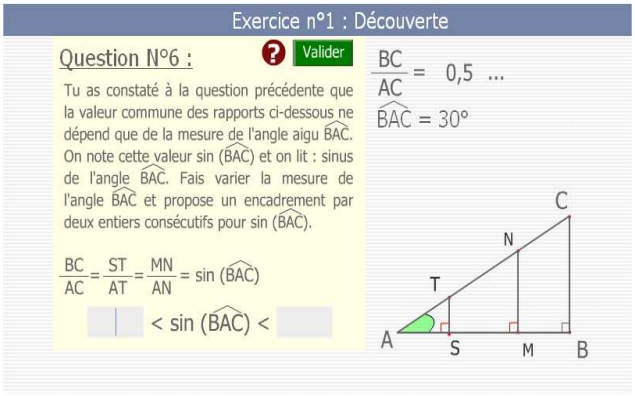
En revanche la réponse apportée par Carmen à la question : « Que proposer aux élèves « Forts » au-delà de l'OM commune ? » comporte un recours important au média MEP, mais également au manuel de la classe. Deux idées semblent fonder la réponse de Carmen : proposer des contenus semblables à ce qui sera rencontré en seconde, et suffisamment accessibles pour que les élèves « Forts » travaillent en autonomie. Cette décision ne semble pas s'être inscrite dans une dialectique des médias et des milieux. Carmen ne semble pas s'être interrogée sur ce qui pouvait être proposé aux élèves « Forts », elle n'a pas cherché, par exemple, une activité plus riche, qui aurait pu les conduire à développer une recherche mathématique autonome.

b) Type de tâches « introduction de l'encadrement du sinus d'un angle aigu en classe de troisième » au niveau de la séance

L'exemple d'analyse développé ici porte sur la séance S2. Carmen utilise l'exercice MEP « Découverte de sinus » au vidéo-projecteur en classe entière pour introduire sinus et tangente. Pendant la séance, Carmen manipule l'ordinateur et écrit au tableau, sur ou à côté de l'écran MEP projeté sur le tableau blanc. Elle interroge ses élèves à l'oral. Carmen a choisi d'utiliser l'intégralité de l'exercice MEP « Découverte de Sinus » (10 questions). Elle a construit une fiche de cours à partir de cet exercice MEP, fiche que les élèves doivent compléter au fur et à mesure de l'avancée de la séance. Cette fiche comporte des textes à compléter, issus de l'exercice MEP projeté. De plus Carmen a prévu de demander aux élèves de rajouter le troisième rapport donné par le théorème de Thalès qui permet d'obtenir la formule de la tangente.

On peut d'emblée noter que MEP instrumente l'introduction de sinus par Carmen. La production d'une fiche papier complémentaire peut être interprétée comme un phénomène d'instrumentalisation. Nous allons préciser l'analyse de ces phénomènes en nous penchant sur un aspect particulier de la séance. Nous nous intéressons plus particulièrement à la question 6 de

l'exercice « Découverte de sinus » (figure 1). Cette question comporte l'introduction du terme « sinus », qui s'appuie sur le fait que le rapport de longueurs (côté opposé sur hypoténuse) ne dépend que de l'angle. Elle aborde ensuite l'encadrement (entre 0 et 1) du sinus d'un angle aigu.



T_{MEPQ6} : « Donner un encadrement de sinus par deux entiers consécutifs. »

τ^1_{MEPQ6} : « Observer la valeur de BC/AC affichée et en déduire les deux entiers consécutifs recherchés. »

τ^2_{MEPQ6} : « Faire varier la mesure de l'angle pour en déduire les deux entiers consécutifs recherchés à partir des valeurs de BC/AC observées. » Technique explicitée dans MEP

Figure 1 : Copie d'écran de la question 6 de l'exercice MEP « Découverte de sinus », tâches et techniques MEP.

Lorsque le sinus est introduit comme un rapport de longueurs dans le triangle rectangle, la question de son encadrement entre 0 et 1 pose le problème des valeurs limites 0 et 1. Dans les manuels de troisième, on trouve le plus souvent une justification de l'encadrement basée sur le fait que les longueurs sont positives et que l'hypoténuse est le plus grand côté. La question du sens possible de sin (0°) et sin (90°) n'est pas évoquée. Notons que lorsque le sinus est introduit dans le cercle trigonométrique, ce problème ne se pose plus.

Nous soulignons deux aspects dans le choix effectué ici par MEP. Premièrement, la technique τ^2_{MEPQ6} (figure 1) basée sur la manipulation d'une figure mobile. Cette technique ne permet pas d'éviter la question des valeurs limite. Mathématiquement, si on pose en se référant à la figure ci-dessus AB=d (constante) et BC= x, on va observer lors de la manipulation la variation de la valeur du rapport $\frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}}$. La limite en 0 de ce rapport est simplement calculable, et intuitivement justifiable sur une figure : x se rapproche de 0, le rapport aussi. Pour la limite en l'infini, la difficulté est toute autre. Le calcul même de la limite, au niveau expert bien entendu, montre la nécessité de lever une indétermination. Et sur la figure, il faut percevoir le fait que le triangle « devient isocèle »… !

Notons un deuxième choix de MEP : demander un encadrement entre deux entiers consécutifs. Nous avons interrogé le concepteur de cette série MEP, lui-même professeur de collège, sur les raisons de ce choix. Pour lui, la formulation « entre deux entiers consécutifs » est là pour aider car la manipulation est problématique dans cette question. Mais, mathématiquement, cette demande rend inutile la manipulation : il suffit d'une valeur du rapport, et les deux entiers consécutifs sont déterminés de manière unique. Par rapport à ces points délicats, quelles ont été les techniques développées par Carmen ?

Redéfinition de la tâche T_{MEPQ6}

Dans l'organisation de classe choisie, instrumentée par le vidéo-projecteur, lorsqu'un nouvel écran est projeté au tableau, se présente une tâche de type : « découverte collective de l'écran ». Différentes techniques peuvent être envisagées pour accomplir cette tâche. Dans cette séance, Carmen choisit de lire elle-même à haute voix l'affichage MEP (technique instrumentée par MEP, avec une finalité topogénétique). Toutefois, au moment de passer à la deuxième partie de la question 6, Carmen ne lit pas exactement ce qui est projeté au tableau :

C : Alors petite remarque ici, « faire varier la mesure de l'angle BAC pour avoir un encadrement du sinus ». Si je diminue l'angle au maximum, qu'est-ce que vous en pensez ? Il va tendre vers quoi le sinus ?

Carmen n'indique pas que cet encadrement doit se faire entre deux entiers consécutifs. La tâche T_{MEPQ6} est donc modifiée en $T_{CarmenQ6}$: « Donner un encadrement de sinus en faisant varier la mesure de l'angle ». Cette reformulation de l'énoncé par Carmen, qui rétablit l'utilité de la manipulation pour répondre à la question, semble s'inscrire dans une dialectique des médias et des milieux. Il est difficile d'identifier clairement les milieux intervenant dans un tel choix. Il nous paraît malgré tout que les connaissances mathématiques (l'expertise mathématique) de l'enseignant peuvent être ici un facteur important.

Obtention de la valeur supérieure de l'encadrement

Nous allons nous arrêter sur la question de l'obtention de la valeur supérieure de l'encadrement, que l'analyse mathématique a pointée comme particulièrement problématique.

Carmen a déplacé le point C jusqu'à obtenir BC/AC=0,99 … et BAC=83°.

Notons que dans ce cas, les points T, N et C n'apparaissent plus à l'écran, on ne visualise aucun triangle.

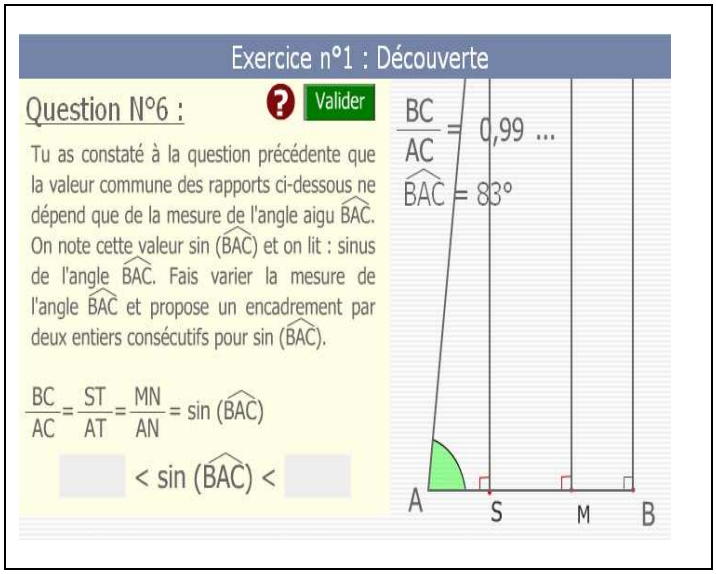


Figure 2 : Copie de l'écran projeté par Carmen pour l'obtention de la valeur supérieure de l'encadrement de sinus.

L'affichage de cet écran MEP peut avoir différentes conséquences sur les observations réalisées par les élèves (phénomène d'instrumentation). On peut noter premièrement que l'on ne peut plus observer de triangle à l'écran ; ainsi l'idée d'évolution vers un triangle isocèle n'émergera probablement pas. On peut ensuite supposer que les élèves s'attacheront aux valeurs numériques

affichées : 83° et 0,99. Dans l'extrait de transcript ci-dessous, on peut remarquer des manifestations de ces phénomènes. On observe de plus que les élèves se sont centrés de préférence sur la valeur de l'angle.

1. C : effectivement, quand on augmente la valeur de l'angle, l'angle tend jusqu'à 90 mais sans jamais l'obtenir et donc le sinus lui il tend vers quoi ? Regardez bien, vous voyez les valeurs qui augmentent ? Si on va au maximum, il va arriver à 90, c'est-à-dire que, en fait, le maximum ça veut dire […] que ces deux côtés là ils seront comment ?
2. E : parallèles
3. C : Oui mais juste avant d'être parallèles, du point de vue de la longueur ? Ils se rapprochent, ils sont presque égaux. Alors évidemment, c'est des limites, ça n'existe pas puisque il n'y a plus de triangle. C'est pourquoi d'ailleurs que ici on n'a pas mis « ou égal », ça voudrait dire qu'on aurait un triangle qui serait à la fois rectangle ici, en S et isocèle et qui serait rectangle en A, donc ça n'existe pas. Donc quand on prend la limite maximum du sinus d'un angle aigu et bien la valeur maximum c'est
4. E : 90
5. C : Non 90 c'est la valeur maximum de l'angle. […] C'est l'angle qui est compris entre 0 et 90, et son sinus lui est compris entre 0 et … ?
6. E : 83… 82

En termes de techniques didactiques, cet extrait montre un jeu de questions-réponses dans lequel Carmen prend à sa charge la désignation de ce qui doit être observé sur l'affichage MEP, les interprétations géométriques qui doivent en être faites, et guide par des questions très fermées les déductions attendues des élèves (finalité topogénétique).

L'intégralité de l'échange au sujet de l'encadrement de sinus dure 5 minutes, pour une durée totale de la séance d'environ 40 minutes. Ceci témoigne d'un arrêt, ou du moins d'un ralentissement important dans l'avancement du temps didactique, dû au problème mathématique rencontré (conséquence chronogénétique).

Carmen ne semble pas ici placer son action dans une dialectique médias milieux.

Elle semble avoir fait le choix de suivre la manipulation proposée par MEP, sans interroger ses propres connaissances mathématiques pour une analyse préalable, qui aurait permis d'anticiper les difficultés posées par une telle manipulation. Comme nous l'avons dit plus haut la plupart des manuels proposent une justification de l'encadrement basée sur des propriétés des longueurs en jeu qui permet d'éviter la question des cas limites (c'est également le choix fait dans l'aide de l'exercice MEP). Ainsi ces manuels, comme l'aide de MEP, auraient pu se constituer en milieux.

Par ailleurs un recours à ses propres connaissances didactiques aurait pu lui permettre d'éviter d'employer des termes tels que « tend vers » ou « limite » pour des élèves de troisième dans ce cas où aucun support intuitif à ce vocabulaire n'est disponible.

Les réactions des élèves pourraient également se constituer en milieu durant la séance.

Cependant, Carmen fait porter ces difficultés sur le fait que les élèves confondent dans leurs réponses l'angle et son sinus en soulignant qu'ils faisaient déjà cette confusion en 4e avec le cosinus. Ceci ne lui permet pas de prendre la distance qui lui permettrait d'identifier les problèmes soulevés par l'affichage MEP. A l'issue de cette séance, Carmen a une perception positive de ce qui s'est passé, y compris au sujet de l'encadrement de sinus.

4. Conclusion

Nous n'avons présenté ici que quelques extraits d'analyses, choisis pour donner à voir les principes de l'approche que nous développons. Nous avons ainsi montré que le professeur, confronté à un type de tâche didactique, peut développer des *techniques didactiques instrumentées* par une base d'exercices, aussi bien au niveau de la séance qu'à celui de la séquence. Ces techniques didactiques peuvent avoir des finalités *topogénétiques*, *chronogénétiques* ou *mésogénétiques* : ces catégories permettent de préciser comment la base d'exercice instrumente l'action du professeur.

Mais nous avons également noté que la base d'exercices n'instrumente pas seule cette action. Elle s'insère dans un *ensemble de ressources*, avec le manuel de la classe, différents supports papier...Poser la question de la possibilité, pour un enseignant, de situer son action dans une *dialectique des médias et des milieux* conduit aussi à tenir compte d'un ensemble de ressources, les médias considérés. Il s'agit alors de déterminer si ces médias jouent pour le professeur le rôle de milieu, ou s'ils pourraient le jouer. Ce questionnement, à propos duquel nous n'avons indiqué ici que quelques pistes de réponses, nous semble fondamental dans le contexte actuel de multiplication des ressources (ressources numériques en particulier) pour les enseignants.

Bibliographie

Artigue, M. (2006) L'utilisation de ressources en ligne pour l'enseignement des mathématiques au lycée : du suivi d'une expérimentation régionale à un objet de recherche, *Actes du colloque EMF 2006*, Sherbrooke, Québec.

Assude, T. (2007) Teacher's practices and degree of ICT integration, à paraître dans les *actes du colloque CERME 5*, Larnaca, Chypre.

Berté, A., Chagneau, J., Desnavres, C., Lafourcade J. & Sageaux, C. (2004) Aide apportée aux enseignants par la recherche en didactique. Un exemple : enseigner les cosinus en 4eme. *Petit x 65*, 9-35, IREM de Grenoble.

Bueno-Ravel, L. & Gueudet G. (2007) Online resources in mathematics: teachers' genesis of use, à paraître dans les *actes du colloque CERME 5*, Larnaca, Chypre.

Cazes, C., Gueudet, G., Hersant, M. & Vandebrouck, F. (2007) Using E-Exercise Bases in mathematics: case studies at university, *International Journal of Computers for Mathematical Learning 11.3*, 327-350, Springer.

Chevallard, Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques 12.1*, 77-111, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (2002a) Structures et fonctions, in J.-L. Dorier, (ed.) *Actes de la XIième Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Corps, Isère.

Chevallard, Y. (2002b) Ecologie et régulation, in J.-L. Dorier, (ed.) *Actes de la XIième Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Corps, Isère.

Chevallard Y. (2005) Steps towards a new epistemology in mathematics education, *Actes du colloque CERME 4*, San Feliu de Guixols, Espagne.

Gueudet, G. (2006) Learning mathematics in class with online ressources. In C. Hoyles, J.-B. Lagrange, L.H. Son & N. Sinclair (Eds.) *Proceedings of the 17th ICMI Study Conference « Technology revisited »*, Hanoï, Vietnam.

Gueudet, G. et Trouche, L. (à paraître) Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques ? in Bloch I. et Conne F. (eds.), *Actes de la XIVème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage Editions.

Guin, D. & Trouche, L. (Eds.). (2002) *Calculatrices symboliques. Faire d'un outil un instrument du travail mathématique, un problème didactique*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Lagrange, J.-B. (2000) L'intégration d'outils informatiques dans l'enseignement : une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics 43*, 1-30, Kluwer Academic Publishers.

Rabardel, P. (1999) Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. in Bailleul M. (Ed.) *Actes de la Xème Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Houlgate, IUFM de Caen.

Ravel, L. (2003) *Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique*. Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier Grenoble 1. http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00162790

Ruthven, K. (2007) Teachers, technologies and the structures of schooling, à paraître dans les *actes du colloque CERME 5*, Larnaca, Chypre.

Sensevy, G., Mercier, A. & Schubauer-Leoni, M.L. (2000) Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la Course à 20. *Recherche en Didactique des Mathématiques 20.3*, 263-304, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Trouche, L. (2005) Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations, *Recherche en Didactique des Mathématiques 25.1*, 91-138, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Vergnaud, G. (1996) Au fond de l'apprentissage, la conceptualisation, *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques*, 174-185, IREM Clermont-Ferrand.