Perspectives pragmatiques sur la dialectique des médias et des milieux

Thomas Barrier
LEPS-LIRDHIST
Université de Lyon – Université Lyon 1
thomas.barrier@univ-lyon1.fr

Résumé : D'abord, nous montrerons une certaine convergence entre des approches en philosophie du langage et en didactique. Nous essayerons d'y situer la théorie anthropologique du didactique. Ensuite, notre objectif sera de proposer l'étude de quelques exemples concrets pour exposer en acte cette convergence. Nous traiterons en particulier de la dialectique des médias et des milieux.

Abstract : First we will expose a convergence between philosophy of language and didactic. We will try to situate the anthropological theory of didactics in it. Then, through examples, our goal will be to show how this convergence concretely works. We will specially deal will the dialectic of the medias and the milieus.

1. Perspectives pragmatiques …

Dans ce premier paragraphe, nous mettons en avant une convergence entre certaines théories didactiques et d'autres issues de la philosophie du langage. Cette convergence se cristallise dans la méfiance vis-à-vis des concepts psychologiques mentalistes et la mise en avant de l'importance des analyses de notre utilisation du langage.

Selon Quine (2002) par exemple, *nous devons étudier le langage comme système de dispositions au comportement verbal et non pas remonter de manière indolente à la surface de la mer des Sargasses du mentalisme* (p. 229). Il réfute le caractère explicatif des objets mentaux, pour lui, une personne comprend une phrase, par exemple, « cet objet est rouge », si cette personne est disposée à acquiescer à cette phrase à peu près dans les mêmes conditions que les autres locuteurs de la langue française (c'est à dire essentiellement en présence d'un objet rouge). Il insiste sur les fondements sociaux et intersubjectifs du langage : pour lui, l'apprentissage d'un langage est d'abord un dressage imposé par une communauté linguistique. Il affirme ailleurs (1977) :

> « Dans les deux cas les mots n'ont de sens que dans la mesure où leur emploi est conditionné à des stimuli sensoriels, qu'ils soient verbaux ou autres. Toute théorie réaliste des fondements de la connaissance doit être inséparable de la psychologie des stimuli et des réponses, appliquées aux phrases. » (p. 46)

La position de Quine est donc tout autant critique envers la nature éclairante du mentalisme qu'envers l'antipsychologisme radical de Frege et la notion de signification qui y est associée. Cependant, le critère (en terme de maîtrise des conditions de vérité) de Quine de la compréhension des phrases occasionnelles s'applique de manière diverse selon le degré théorique des phrases que nous considérons. A mesure que les énoncés deviennent théoriques, les stimuli commandant l'acquiescement changent de nature : pour un énoncé de type « cet objet est rouge », on introduira dans le milieu un objet rouge, pour un énoncé du type « cet ensemble est un espace vectoriel », on introduira dans le milieu des arguments langagiers (oraux ou écrits) ou des objets théoriques. Quine (1977, p. 123) affirme :

> « Les énoncés théoriques, comme la phrase « les neutrinos sont dépourvus de masse », ou la loi d'entropie, ou la constance de la vitesse de la lumière, sont à l'autre extrémité du spectre. C'est quand on l'applique à des phrases de ce genre, en somme, que l'aphorisme de Wittgenstein est vrai : « comprendre une phrase signifie comprendre un langage. » De pareilles phrases, ainsi que d'innombrables phrases situées entre ces deux extrêmes, sont dépourvues de significations linguistiquement neutres. » [1]

Selon l'approche dite anthropologique de Wittgenstein, la compréhension d'une phrase s'identifie avec la maîtrise de son utilisation pour une activité donnée. Pour y parvenir, il n'y a pas d'autres moyens que de partager les pratiques d'une communauté, intégrer une « forme de vie » dans son vocabulaire. Comme l'a mit en évidence Sarrazy (2005), elle raisonne avec le paradoxe du contrat didactique : ce qui doit être apprit ne peut être dit[2]. Cette perspective insiste sur l'importance de l'étude de l'usage dans l'étude de la connaissance car au-delà de l'usage il n'y a rien que nous ne puissions étudier.

> « Mais si l'on dit « comment puis-je savoir ce qu'il veut dire, je ne vois rien que ses signes ?» - je dis à mon tour : « Comment peut-t-il savoir lui-même ce qu'il veut dire ; lui aussi n'a que des signes ». » (Wittgenstein, 1974, p. 61)

Dans une même veine, Brousseau insiste sur la nécessité de se centrer sur les situations dans les études didactiques. Il souligne dans un texte récent la confusion qu'entretiennent les approches épistémologiques qui distinguent les connaissances des usages (2004, p. 244-245) :

> « Pourtant, ces conceptions épistémologiques conduisent immanquablement à utiliser un vocabulaire, des méthodes d'études et des concepts différents pour l'objet de l'enseignement, la connaissance, et pour son résultat, l'erreur, ou la représentation, entre lesquels une irréductible opposition s'établit. [...] Finalement, ces théories désarment l'action de l'enseignant en renvoyant à des lois d'apprentissage et en le

[1] On peut noter que Wittgenstein ne restreint pas cet *aphorisme* aux seuls énoncés théoriques. Il insiste sur la nécessité de regarder chaque assertion comme un coup dans un jeu de langage particulier, relatif à une activité particulière : « L'expression « jeu de langage » doit ici faire ressortir que parler un langage fait partie d'une activité, ou d'une forme de vie » (2004, § 22).

[2] « La thèse de l'indicibilité des relations sémantiques est certainement celle qui permet de caractériser le mieux le fonctionnement du contrat » (Sarrazy, 2005, p. 378)

> déchargeant ainsi de la tâche de recréer l'histoire et la fonction de chaque connaissance. Elles vident à l'avance les processus didactiques de leur substance. »

Les conceptions épistémologiques auxquelles Brousseau fait référence ci-dessus sont le réalisme et l'empirisme dont il affirme qu'elle postule chacune l'existence d'une réalité *sans rapport avec l'histoire du sujet et de son apprentissage* à laquelle il faudrait accéder. Cette centration sur les situations est un des points commun entre la TSD (Théorie des Situations Didactiques) et l'approche anthropologique de Wittgenstein (1976, § 348) :

> « De même les mots « je suis ici » n'ont de sens que dans certains contextes, mais non si je les adresse à un interlocuteur assis en face de moi et qui me voit clairement – et cela non parce qu'alors ils sont superflus, mais bien parce que leur sens n'est pas *déterminé* par la situation alors qu'il a besoin d'une telle détermination. »

L'opposition entre l'approche anthropologique de la connaissance décrite ci-dessus et une approche représentationnaliste (Vernant, 1997, Ch. 1) pour laquelle le langage et les actes sont seconds et les pensés et représentations premières est vivante dans l'institution scolaire. Nous l'illustrons sur deux exemples d'usages des termes *comprendre* et *compréhension* :

> « Vouloir comprendre certains types de problèmes en utilisant toujours le même codage, c'est un peu comme si on voulait comprendre la structure d'un monument en utilisant toujours à partir du même pont d'observation »[3]

La métaphore utilisée donne à la représentation un rôle premier : grâce à celle-ci, il devient possible de voir. Multiplier les codages permet alors de construire les représentations adéquates (*les ponts d'observation*) pour mieux comprendre *la structure* du *monument*. La connaissance visée est décrite de manière indépendante des activités du sujet et des communautés de pratiques dans lesquelles ces activités ont lieu.

> « On pourrait réintroduire l'équivalence pour simplifier la compréhension entre autres du théorème de Pythagore ou encore la résolution de l'équation-produit. »[4]

Le terme *compréhension* réfère ici à davantage à une capacité de manipulation des énoncés qu'à une accession à une signification transcendant les pratiques. La manipulation d'un énoncé $A \Leftrightarrow B$ est en effet plus aisée que celle des énoncés $A \Rightarrow B$ et $B \Rightarrow A$. Cette distinction, volontairement exacerbée, se trouve également dans les théories didactiques. Vergnaud (1985, p. 246), par exemple, insiste sur l'importance des représentations :

> « La représentation doit être analysée dans toutes ses composantes fonctionnelles ; et les théories qui réduisent la représentation soit à ses aspects explicitement symboliques, soit à ses aspects procéduraux ne permettent pas de saisir l'ensemble de son fonctionnement. »

[3] M. Dumont, « Pour une Renaissance », Journée nationale de l'APMEP d'Orléans 2004, atelier du Mardi
[4] Commission de travail sur le collège de l'APMEP, réunion du 30 mai 2003.

Cette citation relève d'un usage représentationnaliste du terme *compréhension*. Cependant, si les *aspects symboliques* ou *procéduraux* sont accessibles à l'étude, les représentations elles-mêmes ne sont pas directement observables (1985, p. 246) :

> « L'activité conceptuelle a donc nécessairement des aspects repérables au plan du signifiant. Mais elle implique également, et sans doute plus essentiellement, des aspects qui se situent au plan du signifié et qui ne sont pas directement observables. Cette activité au plan du signifié, est elle-même en rapport avec l'action du sujet dans et sur le réel : les actions du sujet permettent donc de repérer d'autres aspects du signifié. »

Dans ce cas, il est légitime de se demander si l'usage des entités mentales n'est pas un usage de modélisation et d'abréviation comme semble le proposer Le Ny dans la même revue :

> « 1. Si, dans la situations S, l'individu I, présente la conduite C, alors probablement le mieux qu'on puisse faire est de supposer que l'individu I possédait la représentation R, et l'a mise en oeuvre au moyen des opérations. » (Le Ny, 1985, p. 232)

Dans cette perspective, les représentations sont secondaires par rapport à l'action et au langage[5]. La notion de schème (Vergnaud 1991), comme celle de stratégie en TSD nous semble partager cette perspective.

Pour terminer cette partie, nous introduisons un outil d'analyse, la sémantique des jeux, dont nous nous servirons par la suite pour proposer un point de vue pragmatique sur la dialectique des médias et des milieux. La sémantique des jeux, et en particulier la correction proposée par Vernant (2004), propose une formalisation de la structure des dialogues qui ont pour but la recherche de la vérité d'un énoncé. Cette perspective insiste sur la nécessité de regarder chaque assertion comme un coup – plus ou moins stratégique – dans un jeu. Une assertion est donc contrainte à la fois par sa place et son rôle dans le dialogue (sa dimension stratégique) et par la structure logique du dialogue (la sémantique des jeux modélise cette structure logique en fixant les règles du jeu de langage) :

> « Je pourrais peut-être dire la même chose autrement : la logique reflète les caractéristiques structurelles de nos activités de recherche et de résolution. Ces activités ne sont pas indépendantes de la structure du médium dans lequel on mène la recherche. » (Hintikka, 1996, p. 98)

Un jeu sémantique va opposer deux joueurs, un opposant et un proposant, qui s'affrontent autour de la validité d'un énoncé. En particulier, la sémantique des jeux fixe les règles d'usage des constantes logiques présentes dans l'énoncé. Par exemple, un joueur qui défend une conjonction doit s'attendre à défendre le membre de la conjonction que choisira son adversaire, un joueur qui défend un énoncé existentiel $\exists x P(x)$ devra alors choisir, en

[5] « Le savoir en mathématique. Là il faut toujours se souvenir qu'un « processus interne », un « état interne » n'ont pas d'importance et demander : « Pourquoi aurait-il de l'importance ? En quoi m'intéresse-t-il ? » Ce qui est intéressant, c'est la façon dont nous employons les propositions mathématique. » (Wittgenstein, §38, 1976)

s'appuyant sur les précédents choix de son adversaire [6], un objet *a* et défendre l'énoncé *P(a)* etc. Dans cette perspective, une connaissance mathématique s'exprime à travers les stratégies, i.e. la suite des choix d'un joueur, mises en œuvre par les joueurs. Dans les analyses pragmatiques que nous conduirons par la suite, nous essayerons de décrire le comportement des élèves à l'aide de modèles issus de cette théorie. La méthodologie consiste à construire, à partir des assertions des élèves, un modèle dialogique qui permette de rendre compte de la dimension stratégique des assertions grâce à l'explicitation des règles du jeu. Cette modélisation a pour objectif d'interpréter les assertions de manière explicite en se passant des concepts mentalistes, tel que les concepts de représentation ou de pensée. La modélisation effectuée, nous regardons l'ensemble des règles de la structure logique décrite comme une institution au sens de Chevallard (2003, p 82) dans le sens où cette institution *impose* ses règles d'usage et *permet* un usage stratégique du langage :

> « Une institution *I* est un dispositif social « total », qui peut certes n'avoir qu'une extension très réduite dans l'espace social (il existe des « micro-institutions »), mais qui permet – et impose – à ses *sujets*, c'est-à-dire aux personnes *x* qui viennent y occuper les différentes positions *p* offertes dans *I*, la mise en jeu de *manières de faire et de penser propres*. »

La modélisation en terme de théorie sémantique des jeux permet donc une approche anthropologique[7] de la connaissance en explicitant – à travers la modélisation – les contraintes et possibilités qui émergent des *formes de vie* (des situations). Cette perspective insiste sur l'importance de l'analyse du langage, et sur la multiplicité d'usage dont il est susceptible, dans l'analyse des connaissances :

> « Pour Wittgenstein, c'est l'idée même de quelque chose dont ces phénomènes seraient la « manifestation », ou dont l'existence est attestée par ces phénomènes […], qui est problématique et fourvoyante. D'où l'importance d'un examen du langage, qui ne saurait être rendu caduc par les progrès des sciences de l'esprit. C'est l'examen de *nos usages du langage* (l'investigation grammaticale) qui peut nous dire tout ce qu'il y a d'important à dire sur les processus dont veut s'occuper la psychologie. » (Laugier, 2002)

Pour Wittgenstein, il y a une multitude de jeux de langage possibles. Chaque activité, chaque objectif, en produit un nouveau. La diversité des possibilités d'usages explique alors celle des significations.

Pour résumer, la méthodologie qui sera mise en œuvre dans la deuxième partie pour proposer une lecture pragmatique de la dialectique des médias et des milieux[8] consiste à construire une

[6] La possibilité de réduire l'ensemble des choix de l'adversaire sur lesquels le joueur peut s'appuyer pour faire ses propres choix est au cœur de la logique IF (logique faite pour l'indépendance) (Hintikka, 2007)
[7] Ce terme est fréquemment utilisé pour qualifier les approches de Quine ou de Wittgenstein en philosophie du langage.
[8] Ou la version corrigée de Vernant (2004)

structure logique[9], une modélisation, qui soit en accord avec la situation proposée. Cela doit nous permettre de donner un sens, d'interpréter les assertions des élèves en les intégrant dans une institution, un jeu de langage conçu comme une réponse collective et souvent implicite à la situation. Nous tenterons d'expliciter une structure locale (une axiomatique locale, un domaine d'interprétation, des règles d'usage qui assure la cohérence du dialogue) qui pour chaque situation sera différente. Chaque structure locale constitue pour nous une institution et en ce sens notre approche sera anthropologique. La centration de nos préoccupations sur les usages du langage nous conduit à analyser ces usages comme soumis à, et rendu possible par, diverses institutions. Dans ce point de vue, nous ne nous retrouvons pas dans la citation suivante de Chevallard (2003, p. 83) :

> « En particulier, l'*infans* est assujetti d'emblée à cette institution qu'est le *langage*, et plus précisément à *cette* langue, bien qu'il ne la parle pas encore : il ne peut y échapper, et, en même temps, c'est elle qui lui donnera sa puissance linguistique. »

Nous essayerons de montrer dans la partie qui vient qu'une analyse plus localisée et précise des mécanismes du langage peut être pertinente dans une perspective anthropologique.

2. … sur la dialectique des média et des milieux[10]

Les objets que nous étudions dans cette partie sont des dialogues et des modèles de dialogues. Les dialogues sont un type particulier de médias puisqu'il met en œuvre des assertions qui traitent des objets du monde et de leurs relations. D'autre part, chaque assertion a une certaine fonction perlocutoire. De ce point de vue un joueur qui reçoit une telle assertion doit, pour en comprendre la signification, situer le rôle de cette assertion dans le jeu de langage.

Dans une première illustration concernant un exercice d'algèbre linéaire, nous montrerons quel type de milieu peut-être interrogé par un étudiant pour parvenir à interpréter les assertions d'un enseignant dans un modèle de dialogue déséquilibré. Le média considéré sera donc constitué de l'ensemble des assertions de l'enseignant. Nous nous interrogerons sur la réception de ce message par l'étudiant et ses possibilités d'intégration de celui-ci.

La deuxième illustration concerne des dialogues entre élèves de terminale scientifique à propos de la rationalité de $\sqrt{2}$. Le média considéré est cette fois-ci constitué de l'ensemble des assertions des interlocuteurs (à l'exception du dernier dialogue où le média sera constitué

[9] La forme générale de cette structure est décrite de manière précise dans Vernant (2004)

[10] « Généralisant la notion commune correspondante, on entend par média, ici, tout système de mise en représentation du monde (ou d'une partie du monde) à l'adresse d'un certain type de publics : un traité savant est ainsi un média (ou plus exactement une production relevant d'un certain genre médiatique), de même qu'est un média le cours du professeur, ou le système des rumeurs, etc. Le mot milieu, quant à lui, renvoie, en consonance avec la TSD, à tout système regardé comme dénué d'intention dans la réponse qu'il peut apporter (de manière éventuellement implicite) à telle question déterminée, en sorte qu'il paraît à son égard comme un fragment de nature. », Chevallard Y. (à paraître, p. 40).

des seules assertions du proposant). Nous étudierons comment ces assertions sont reçues, de manière réflexive, par ces mêmes étudiants. Nous mettrons en particulier en avant le rôle des objets mathématiques dans le milieu comme éléments privilégiés du questionnement des assertions. L'hypothèse qui sera avancée est que les objets contribuent de manière significative à l'émergence des stratégies pertinentes dans le jeu de langage, c'est-à-dire à l'interprétation des messages délivrés par le média.

- Première illustration : la dialectique média/milieu et le paradoxe du contrat

Dans cette partie nous proposons une analyse a priori d'un exercice classique de première année universitaire où la manipulation des quantificateurs donne lieu à une erreur robuste. L'énoncé est le suivant :

> Soit E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ et $f \in L(E)$ telle que $\forall x \in E$, $(x,f(x))$ est lié.
>
> Montrer que $\exists \lambda \in \mathbb{R}, \forall x \in E$, $f(x) = \lambda x$.

Lors de pré-expérimentations[11] nous avons observé que de nombreux d'étudiants produisent une preuve de $\forall x \in E, \exists \lambda \in \mathbb{R}$, $f(x) = \lambda x$ et affirme avoir terminé l'exercice. Les étudiants se comportent comme s'ils avaient débusqué l'intention didactique du concepteur de l'exercice – par exemple le travail de la maîtrise de la définition d'une famille de vecteurs liés dans un espace vectoriel – et la coutume les conduit à se plier à cette intention didactique[12].

Nous précisons ces remarques en nous appuyant sur la notion de jeu séquentiel avec information incomplète de la théorie des jeux. Les jeux séquentiels sont des jeux pour lesquels les stratégies des joueurs peuvent évoluer en cours de partie suite au choix des adversaires. Les jeux à information incomplète sont les jeux pour lesquels un des joueurs (au moins) n'a pas une connaissance complète de la structure de jeu. Si on modélise un dialogue enseignant/élève(s) en terme de jeu, un des joueurs – qui modélise l'enseignant – et un seul dispose a priori d'une information complète. Au cours du dialogue, il est alors partagé entre deux perspectives : faire des choix stratégiquement pertinents (ce que lui permet sa position d'expert dans le jeu de langage) au risque d'expliciter sa stratégie et de perdre le dialogue ou des choix non pertinents, de manière à ne pas laisser transpirer sa stratégie. Cette version du paradoxe du contrat issue de la théorie des jeux est explicitée dans le manuel d'introduction à

[11] Ces pré-expérimentations ont été effectuées avec des étudiants de première année du premier cycle de l'INSA de Lyon lors dans le cadre d'une expérimentation plus large sur le thème de la quantification ainsi qu'avec des étudiants en CPGE (BCPST deuxième année) au lycée du Parc à Lyon dans le cadre de « colles ».

[12] « Spontanément l'enfant n'envisage pas le monde comme un système dénué d'intention à son égard, et l'élève a intérêt à débusquer et à utiliser à son profit la machinerie didactique à cause des facilités que cela peut lui procurer. » Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal, p. 40

cette théorie de Yildizoglu (2003). Il modélise le déséquilibre expert/non-expert en faisant intervenir un nouveau joueur « la Nature » qui fixe la structure du jeu en début de partie. Dans cette modélisation, le choix de « la Nature » est seulement transparent à l'expert :

> « Dans un contexte dynamique, les choix du joueur 1 auront un intérêt particulier pour le joueur 2 dans la mesure où ces choix suivent l'observation du choix de la Nature. C'est dans ce contexte que des phénomènes vraiment intéressants, comme l'utilisation des choix comme des signaux ou la révélation de l'information privée, peuvent apparaître. » (Yildizoglu, 2003, p. 113)

Dans le cadre économique qui est celui du manuel de Yildizoglu comme dans celui de l'enseignement, le joueur 1 n'a pas intérêt à laisser filtrer trop d'informations sur la stratégie qu'il emploie. Il n'a pas non plus intérêt à perdre le jeu engagé. Il nous semble que cette dialectique relève à la fois d'une nouvelle formulation du paradoxe du contrat ainsi que de la dialectique des média et des milieux. En effet, le joueur expert doit tout faire pour que les assertions qui ont une fonction de média pour son interlocuteur ne puissent pas être perçu par celui dans leur dimension stratégique à travers leur questionnement et leur confrontation au autre élément du milieu. Dans l'exemple de l'exercice d'algèbre linéaire, la « Nature » choisit entre deux jeux :

- dans le premier, le proposant engage la partie avec l'assertion

$A \Rightarrow B_2$: $\forall x, \exists \alpha, \exists \beta, ((\alpha, \beta) \neq (0,0) \wedge (\alpha x + \beta f(x) = 0)) \Rightarrow (\forall x, \exists \lambda, f(x) = \lambda x)$

- dans le second, il s'engage envers

$A \Rightarrow B_3$: $\forall x, \exists \alpha, \exists \beta, ((\alpha, \beta) \neq (0,0) \wedge (\alpha x + \beta f(x) = 0)) \Rightarrow (\exists \lambda, \forall x, f(x) = \lambda x)$

Voici une modélisation en terme de jeux dialogiques :

	opposant	proposant	Hypothèse
1		$(i) := A \Rightarrow B_i$	
2	A		
3	$(\alpha,\beta)\neq(0,0)\wedge(\alpha x+\beta f(x)=0$	$x,\ ?\alpha, ?\beta$	
4			$(\alpha,\beta)\neq(0,0)\wedge(\alpha x+\beta f(x)=0$ $\Rightarrow(f(x)=0\vee f(x)=\frac{\alpha}{\beta}x)$
5		$(\alpha,\beta)\neq(0,0)\wedge(\alpha x+\beta f(x)=0$	
6	$f(x)=0\vee f(x)=\frac{\alpha}{\beta}x$		
7	$f(x)=\lambda_i x$, ($\lambda_1=0$, $\lambda_2=\frac{\alpha}{\beta}$)	?	
8		B_i	

Commentaires :

1	La Nature choisit *i* dans l'ensemble $[2,3]$. L'opposant connaît ce choix, pas le proposant.
2	L'opposant – qui modélise l'enseignant – s'engage donc envers l'assertion selon laquelle toutes les familles *(x, f(x))* sont liées.
3	Le proposant choisi un réel x puis interroge l'opposant qui choisit des réels α et β .
4	Cette hypothèse provient d'un travail mathématique qui fait consensus.
5	Le proposant fait cette assertion sans prendre de risque (l'opposant l'a assumé en 1).
6	L'opposant n'a pas d'autre choix que de défendre le conséquent de 4.
7	Le proposant veut savoir avec quel terme de la disjonction l'opposant se lie.
8	Le proposant peut choisir B_3 en se méfiant de son adversaire/professeur. Celui-ci pourrait en effet lui avoir tendu un piège en (7) pour qu'il joue B_2 (coup gagnant si le choix de la Nature est effectivement 2) alors qu'en réalité le choix de la Nature est i = 3 et le choix de B_2 lui ferait en réalité enfreindre les règles du jeu. Un effet de contrat (le professeur doit me guider et souhaite perdre le jeu) pourrait conduire le proposant à choisir B_2 . C'est en effet un coup gagnant.

Dans ce paragraphe, nous avons essayé de montrer les liens entre la dialectique des médias et des milieux et le paradoxe du contrat lorsque nous les regardons sous l'angle d'un dialogue déséquilibré entre un expert et un non-expert. L'objectif du proposant (qui modélise l'élève) est alors d'interpréter les assertions de l'expert (qui ont fonction de média) en essayant de débusquer la structure le jeu de langage dans lequel elle se situe les règles de celui-ci. Le milieu que celui-ci questionne pour faire son choix (i = 2 ou i = 3) en (8) est notamment composé de l'ensemble des choix de l'adversaire. Cependant une information importante lui manque pour prendre sa décision, il s'agit du choix de la nature en (1) entre B_2 et B_3 puisque le jeu est à information incomplète. Nous expliquons la robustesse de l'erreur considérée par le flottement de certains arguments des fonctions de choix (les stratégies) du proposant. En

particulier, dans la modélisation que nous avons proposée, le proposant ne peut pas interpréter l'assertion (7) (la situer dans une démarche stratégique) que le média lui fournit.

- Deuxième illustration : la notion de stratégie comme frontière entre média et milieu

Le corpus utilisé ici provient du chapitre 8 la thèse de Battie (2003). Nous utilisons la transcription d'un travail de groupe de 3 élèves de terminale S (option mathématiques) au sujet de la rationalité de racine de $\sqrt{2}$ pour montrer le rapport, cette fois sous l'angle de la recherche conjointe de preuve, de cette dialectique médias/milieux avec celle de la décision et de la validation[13]. Dans les moments que nous qualifions de moment de décision, les joueurs s'engagent dans un jeu ouvert et y participe sans engagement illocutoire ou perlocutoire. Il tienne leur position dans le jeu dialogique pour contribuer à l'émergence d'une stratégie. Dans les moments de validation, le proposant doit convaincre l'opposant qu'il sait comment gagner le jeu. Dans les deux situations, les joueurs échangent des assertions. Il nous faudra donc un outil pour distinguer un usage différent des ces assertions. Nous utiliserons le concept de stratégie et nous essaierons de montrer comment dans les dialogues de recherche ce concept peut s'intégrer dans la dialectique étudiée.

- premier exemple : un jeu sémantique

- N'oublie pas qu'on a a et b premiers entre eux hein. a^2 est premier à b^2 aussi. - Pas obligé. - Hum, j'en suis pas très sure. - Attends on va prendre un exemple. 3 est premier avec 2 donc 9 est premier avec 4. - Ouais mais bon… - J'sais pas si ça marche *inaudible* - **A1 :** Regarde 2 et 5 ils sont premiers entre eux. Non, j'ai rien dit. (Rires) - 9 t'as qu'à prendre 9, 9 et 17. Mais moi j'connais pas le carré de 17. - **A1 :** J'ai une calculatrice (en rigolant). - Vas-y fait, fait 17 au carré divisé par 9 au par 81. - **A1 :** Oui mais c'est deux nombres premiers faudrait prendre/ - Oui ben c'est ce qu'on a dit, on a dit des nombres premiers.	- Entre eux. - **A :** Mais non ! Premiers entre eux pas premiers Ah ouais d'accord. - **A1 :** 4^2 et j'sais pas et euh/ - J'sais pas prends 15 et euh 15 et ? - **A :** 15 et 4 j'ai mis. - Ben c'est pareil. - **A :** Ou 125 et 16. Ils sont premiers entre eux. - J'en sais rien moi. (Rires) - Tu mets 125 divisé par 16 tu verras bien… Non c'est pas comme ça qu'on fait. 16 par 16 c'est 4 2, 2 fois 2/ - **A :** Non moi j'crois qu'ils sont premiers entre eux, 16 et 125. - Ouais quand on met les trucs au carré/ - **A :** Ouais mais on sait pas, c'est pas écrit dans le cours mais on peut pas le démontrer dans le cas général /

[13] Celle-ci est évoquée dans Balacheff (1987)

Modélisation :

	Opposant	Proposant
1		$\forall a, b \quad a \wedge b = 1 \rightarrow a^2 \wedge b^2 = 1$
2	a, b	$a \wedge b = 1 \rightarrow a^2 \wedge b^2 = 1$
3	$a \wedge b = 1$	
4		$a^2 \wedge b^2 = 1$

Commentaires : Le groupe n'est pas d'accord sur la validité de la proposition (1). Il s'agit donc de ce que nous avons appelé un moment de décision. Contrairement au jeu précédent, ce jeu est un jeu sémantique, les choix de l'opposant en (2) sont de véritables choix que les joueurs font varier au cours du dialogue. Nous pouvons en particulier observer que les élèves intègrent les objets dans leur recherche à propos de la validité de (1). En (2), l'opposant fait des choix qui rendent (3) vraie (sinon il perd le dialogue[14]) puis le proposant défend le conséquent de l'implication qu'il reste à évaluer par une procédure extradialogique. Néanmoins, la discussion se termine par le constat de l'absence de stratégie émergente malgré les différents essais. Bien que le proposant ait gagné chacun des dialogues, ce qui laisse croire aux joueurs que la proposition est vraie, les différents choix effectués (en particulier les choix des objets) n'ont pas laissé filtrer d'informations stratégiques. Dans ce dialogue de décision, les assertions des joueurs, regardées dans le rôle de média, n'ont pu être interprétées (situées stratégiquement). La démarche d'interrogation de ces assertions est ici une démarche sémantique, les objets mathématiques sont convoqués dans le milieu pour y être questionnés afin qu'ils *montrent*[15] la raison des victoires répétées du proposant dans ce jeu.

- deuxième exemple : l'usage du concept de stratégie

Episode 1 : - a égal b $\sqrt{2}$ / - EH, a et b sont premiers entre eux ? - Non, là on sait rien sur a et b. - **A :** Oui mais s'il est rationnel normalement c'est de la forme irréductible donc a et b. - Oui. - C'est vrai. - J'ai dit c'est vrai. - **A :** Donc, a devrait être multiple de $\sqrt{2}$ Regarde si tu l'écris comme ça. - Oui.	- $\sqrt{2}$ divise a et euh…ça ça donne un entier b. - ça j'suis d'accord. - Oui mais bon comment tu trouves a et b ? ... *Épisode 6* - **A** : Chut ! Tu me laisses parler, tu me laisses parler OK ? Bon. Tu dis, est-ce que ça va si racine de 2 il peut s'écrire a sur b irréductible (elle insiste sur ce mot). D'accord ? - C'est bon me regarde pas comme ça. (Rires) - **A :** Le problème, tu veux savoir si racine de 2 il peut s'écrire avec a sur b avec a et b irré enfin/

[14] Il nous semble que ceci peut contribuer à comprendre pourquoi beaucoup d'étudiants refusent de considérer les implications à antécédent faux comme des propositions vraies (Durand-Guerrier, 1996).

[15] « Cette position commune à Brousseau et Wittgenstein marque la dimension anthropologique de la manière dont l'un et l'autre examinent les conditions susceptibles de *montrer* ce qui ne peut être dit … » (Sarrazy, 2005, p. 4)

- a divise $\sqrt{2}$. - Oui. - Or il peut pas diviser $\sqrt{2}$. - **A :** Non $\sqrt{2}$ il divise a. - Ah oui, excuse-moi, $\sqrt{2}$ il divise a… Ben si c'est, imaginez a c'est 4. $\sqrt{2}$ il divise 4. - **A :** C'est a sur $\sqrt{2}$ égal b. Donc. Ouais euh, a c'est un multiple de $\sqrt{2}$? Fin euh, $\sqrt{2}$ divise a. - Oui. - -- - Ouais mais bon eh mais attends mais c'est chaud !	- Ils sont premiers entre eux. - **A1** : Premiers entre eux. Voilà. PGCD de a b égal 1, d'accord ? Voilà. Or on a fait tout un bidouillage, on a trouvé que a égal 2q et b égal 2q'. Or on a dit que PGCD égal 1 donc là ils ont 2 en commun donc c'est pas possible, donc racine de 2/ - D'accord, j'ai compris ! - **A1** : s'écrit pas sur a sur b donc racine de 2 est irrationnel. - Voilà. - **A1 :** Voilà, maintenant tu rédiges. (Rires) - **A** : C'est toi qui rédiges, c'est la prof qu'à dit que tu rédiges.

Modélisation de l'extrait de l'épisode 1 :

	O	*P*
1		$\neg(\exists a \exists b \frac{a}{b}=\sqrt{2} \wedge pgcd(a,b)=1)$
2	$\exists a \exists b \frac{a}{b}=\sqrt{2} \wedge (a,b)=1$	
3	$a=b\times\sqrt{2} \wedge (a,b)=1$	? a ? b
4	$(a,b)=1$	
5	$a=b\times\sqrt{2}$	

Commentaires :

Nous avons choisi de modéliser le dialogue par la proposition par le proposant de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ (1) puisque les élèves en ont déjà vu une démonstration en classe. Faire la modélisation opposée revient à échanger les rôles du proposant et de l'opposant. En (2), l'opposant s'engage à défendre ce que le proposant nie. Conformément aux règles d'usage du jeu de langage, le proposant force alors l'opposant à choisir un *a* et un *b* (3) et à soutenir chacun des termes de la conjonction (4) et (5).

Il y a dans le dialogue un aller retour entre le formel (« non là on sait rien sur *a* et *b* ») et le sémantique (« imaginez *a* c'est 4 ») et les joueurs ne sont pas fortement engagés envers leurs assertions (« Oui mais bon comment tu trouves *a* et *b* ? »). Nous sommes dans ce que nous avons appelé plus haut un moment de décision, des énoncés sont projetés dans le milieu dans l'attente de *voir* émerger une stratégie pour le moment absente[16]. A nouveau, dans ce dialogue de décision, les objets sont invoqués par les interlocuteurs pour essayer de comprendre la

[16] « Partant de la définition donnée d'un nombre rationnel, ils écrivent l'égalité a = b, sans qu'aucune stratégie ne semble être associée à cette démarche ; la fraction *a/b* correspondante est supposée irréductible. » (Battie, 2003, p. 278)

signification des assertions en jeu (que nous considérons à nouveau comme le média de la situation).

Modélisation de l'extrait de l'épisode 6 :

L'analyse que nous proposons de cet extrait est assez proche sur le plan formel de celle du début du dialogue (épisode 1). Seule une hypothèse est ajoutée, elle a été discutée et validée à un autre endroit du dialogue suite à l'intervention de l'enseignante (épisode 5 et début de l'épisode 6). Cependant, l'usage des assertions des joueurs diffère sensiblement de l'extrait précédent (on peut observer l'usage répété des injonctions).

	O	*P*	*Hypothèses*
1		$\neg(\exists a \exists b \frac{a}{b}=\sqrt{2} \wedge pgcd(a,b)=1)$	
2	$\exists a \exists b \frac{a}{b}=\sqrt{2} \wedge (a,b)=1$		
3	$a=b\times\sqrt{2} \wedge (a,b)=1$	$?\, a \,?\, b$	
4	$a=b\times\sqrt{2}$		
5	$(a,b)=1$		
6			$a=b\times\sqrt{2} \Rightarrow \neg(a \wedge b=1)$
7		$a=b\times\sqrt{2}$	
8	$\neg(a \wedge b=1)$		
9		$(a,b)=1$	

Commentaires :

Jusqu'à (5), la paraphrase que nous faisons est exactement la même paraphrase que pour l'épisode précédent. Cependant, cette fois le proposant sait comment utiliser stratégiquement (4) et (5) : il utilise (4) en (7) et (5) en (9) – dans un dialogue formel, le proposant ne peut soutenir des propositions atomiques que si elles ont déjà été soutenues précédemment par l'opposant (Lorenzen, 1967) – ce qui lui donne une stratégie gagnante comme le souligne Battie[17] (2003, p. 293) :

> « Soulignons que cet élève met en relief la pensée organisatrice de cette preuve en dissociant spontanément l'étape opératoire aboutissant à démontrer que a et b sont pairs du reste de la preuve : « on a fait tout un bidouillage ». »

Ce moment est donc un moment de validation, l'usage des assertions est un usage stratégique et non plus exploratoire. Contrairement aux dialogues précédents, les objets n'interviennent

plus dans le milieu, les différents choix formels suffisent à rendre visible la signification des assertions du proposant (à interpréter les messages du média).

Dans les lignes précédentes, nous avons distingué une dimension exploratoire et une dimension stratégique de l'assertion. La forme de notre analyse logique et dialogique des extraits 1 et 2 se différenciait essentiellement par l'introduction d'une nouvelle proposition logique[18] $a = b\sqrt{2} \Rightarrow \neg(a \wedge b = 1)$ (dernier tableau, ligne 6). Cependant, si dans ce cas la proposition joue le rôle d'une règle (d'un axiome), elle a plus tôt dans le dialogue un rôle différent. Cette possibilité est mise en avant par Wittgenstein lorsqu'il affirme (1976, § 98) :

> « Mais si on venait nous dire : « la logique est donc elle aussi une science empirique », on aurait tort. Ce qui est juste, c'est ceci : la même proposition peut être traitée à un moment comme ce qui est à vérifier par l'expérience, à un autre moment comme une règle de la vérification. »

En effet cette proposition n'est pas considérée comme une règle lorsque dans un dialogue dirigé par l'enseignant elle est obtenue comme une conséquence d'autres règles (ou axiomes)[19]. En voici un extrait :

- *Alors, est-ce que les idées de A1 aboutissent ?* - Non. - *Non ?* - inaudible - *Mais si elle en avait tout à l'heure.* - a^2 est multiple de 2 et pis euh/ - *et a alors, a il est quoi ?* - a^2 est multiple de 2. - a^2 *est multiple de 2.*	- Ben il est multiple de 2 (hésitant). - *Forcément ou pas ? Oui ou non je sais pas j'te demande !* - Ca fait a fois a multiple de 2, donc le carré est multiple de 2. - Oui. - *Tu essaies de m'écrire ça et puis si a est multiple de 2 tu va peut-être pouvoir l'écrire ! Comment tu l'écrirais que a est multiple de 2 ?* - a égale 2k - *voilà ! ….*

Ici, l'assertion $a = b\sqrt{2} \Rightarrow \neg(a \wedge b = 1)$ est ce qu'il y a à vérifier par une preuve. Cette « vérification » nécessite l'application de nouvelles règles et, bien que les élèves les « connaissent », cette application est pour l'essentiel à la charge de l'enseignant. D'ailleurs, un peu plus loin dans le dialogue, lorsque l'attention se portera sur l'irrationalité de $\sqrt{3}$, c'est à nouveau l'enseignant qui manipulera ces mêmes règles afin d'établir la proposition $a = b\sqrt{3} \Rightarrow \neg(a \wedge b = 1)$[20]. L'exemple de l'usage des règles autour de la proposition $a = b\sqrt{2} \Rightarrow \neg(a \wedge b = 1)$ n'aura donc pas permis aux élèves de réaliser l'apprentissage visé.

---

[18] « Or appartient à la logique tout ce qui décrit un jeu de langage. » (Wittgenstein, 1976, § 56)

[19] Nous montrons une partie d'un second dialogue entre l'enseignant et les élèves concernant cette proposition. Dans un premier, l'enseignante avait encouragé les élèves à travailler avec les carrés mais ceux-ci s'étaient arrêtés avec le constat que a carré est multiple de 2.

[20] « comme le poteau indicateur, elle [la règle] ne contient pas en elle-même ses propres conditions d'application. » (Sarrazy, à paraître, p. 6)

Conclusion

Le travail présenté s'inscrit dans un travail de thèse dont l'objectif est d'évaluer la potentialité de la sémantique dialogique pour l'analyse des dialogues d'élèves dans les situations de validation. Il se situe dans une perspective ouverte par Durand-Guerrier (usage de la théorie des modèles pour analyser le raisonnement mathématique) et Sarrazy (approche anthropo-didactique) en didactique et Vernant (paradigme actionnel en philosophie du langage, pragmatique) en philosophie. Après avoir tenter d'expliquer les raisons de notre attention aux usages du langage, notre objectif a été de montrer comment la sémantique des jeux se situe par rapport à la dialectique des médias et des milieux. La première illustration montre la nécessité de la disponibilité d'un milieu ad hoc qui permette de situer les messages du média dans leur structure logique. La deuxième illustration montre comment les élèves interrogent les objets afin de relever la dimension stratégique (la signification) de ces messages à l'intérieur de la structure logique.

Bibliographie :

Balacheff, N. (1987). "Processus de preuve et de validation." Educational Studies in Mathematics **18/2**.

Battie, V. (2003). Spécificités et potentialités de l'arithmétique pour l'apprentissage du raisonnement mathématiques. **Thèse de doctorat**.

Brousseau, G. (2004). "Les représentations : étude en théorie des situations didactiques." Revue des sciences de l'éducation **Vol. XXX**: p. 241-277.

Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques Rapport au savoir et didactique. S. Maury and M. Caillot. Paris, Fabert.

Chevallard, Y. (à paraître). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Actes du premier Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique. Baeza (Espagne), du 27 au 30 Octobre 2005.

Durand-Guerrier, V. (1996). Logique et raisonnment mathématique : défense et illustration de la pertinence du calcul des prédicats pour une approche didactique des difficultés liées à l'implication, Université Claude Bernard - Lyon 1. **Thèse de doctorat**.

Durand-Guerrier, V. (à paraître). Logique mathématique et logique de sens commun : rupture ou continuité ? acte du colloque EMF 2006. Sherbrook.

Durand-Guerrier, V. (à paraître). " Retour sur le schéma de la validation explicite dans la théorie des situations didactiques, à la lumière de la théorie des modèles de Tarski." actes du colloque Didactiques : quelles références épistémologiques ?, Bordeaux, 25-27 mai 2005.

Hintikka, J. (1994). Fondements d'une théorie du langage. Paris, Presses universitaires de France.

Hintikka, J. (1996). La philosophie des mathématiques chez Kant. Paris, Presses universitaires de france.

Hintikka, J. (2007). Les principes des mathématiques revisités. Paris, Vrin.

Laugier, S. (2002). "*Mind*, esprit, psychologie, l'esprit." Methodos N° 2 : L'esprit Mind/Geist, P.U. du Septentrion **L'esprit Mind/Geist**.

Le Ny, J.-F. (1985). "Comment (se) représenter les représentations ?" Psychologie Française **30 - 3/4**.

Lorenzen, P. (1967). Métamathématiques. Paris, Gauthier-Villars.

Quine, W. V. O. (1977). Le mot et la chose, Flammarion.

Quine, W. V. O. (2002). L'esprit et les dispositions verbales. Philosophie de l'esprit. Paris, Vrin. **tome 1**.

Sarrazy, B. (1995). "La contrat didactique." Revue Française de Pédagogie **n°112**.

Sarrazy, B. (1997). "Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies méta-cognitives en mathématiques." Recherches en didactiques des mathématiques **17/2**: p. 136-166.

Sarrazy, B. (2005). La théorie des situations : une théorie anthropologique des mathématiques ? Autour de la théorie des situations. Grenoble, La pensée sauvage**:** 375-390.

Sarrazy, B. (à paraître). Questions à la théorie anthropologique du didactique du point de vue de la théorie des situations et de l'anthropologie wittgensteinienne. Actes du premier Congrès International sur la Théorie Anthropologique du Didactique. Baeza (Espagne), du 27 au 30 Octobre 2005.

Vergnaud, G. (1985). "Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation." Psychologie Française **Tome 30 – 3/4**.

Vergnaud, G. (1991). "La théorie des champs conceptuels." Recherches en didactiques des mathématiques **10/2.3**: p.133-169.

Vernant, D. (1997). Du discours à l'action. Paris, Presses universitaires de france.

Vernant, D. (2004). "Pour une logique dialogique de la véridicité." Cahier de linguistique française **26**.

Vernant, D. (2005). Le paradigme actionnel en philosophie du langage. Entre connaissance et organisation : l'activité collective. R. Teulier and P. Lorino. Paris, La Découverte**:** p. 25-53.

Wittgenstein, L. (1974). Philosophical Grammar. Oxford, Basic Blackwell

Wittgenstein, L. (1976). De la certitude, Gallimard.

Wittgenstein, L. (2004). Recherches philosophiques, Gallimard.

Yildizoglu, M. (2003). Introduction à la théorie des jeux. Paris, Dunot.