

# L'ETUDE AUTONOME DES ELEVES EN MATHEMATIQUES : L'ORGANISATION D'UN DIAGNOSTIC

Abdulkadir ERDOGAN

*Equipe DIDIREM, Université Denis Diderot - Paris 7*

**Abstract:** In this work we are interested in the pupil's autonomous studying as a particular didactic activity which characterizes him. We analyse this activity on the basis of its necessity and its effectiveness for the school learning. Through a reading of the anthropological approach, we initially try to describe this activity for the pupil in the didactic process and to specify the conditions *a priori* of its realization. Then, by raising the question in term of diagnosis we deal with certain didactic tools which are necessary to identify the difficulties encountered by the pupils during the autonomous studying. In particular, we question about an epistemological analysis which enables to reconsider and to reorganize the didactic situations of the studying.

**Resumen:** El presente trabajo se interesa al estudio autónomo del alumno en tanto que actividad didáctica particular que lo caracteriza. Se analiza esta actividad desde el punto de vista de su necesidad y de su eficacia en los aprendizajes institucionales. A través de una lectura del enfoque antropológico, se intenta primeramente de describir esta actividad para el alumno en el proceso didáctico, de precisar las condiciones *a priori* de su funcionamiento. Luego, reformulando la problemática en términos de diagnóstico, se presentan algunas herramientas didácticas necesarias a fin de encontrar las dificultades encontradas por los alumnos al momento del estudio autónomo y en particular sobre la necesidad de un análisis epistemológico que permite repensar y reorganizar las situaciones didácticas del estudio.

## 1. Introduction

Si nous pouvons considérer le travail scolaire comme une tâche éminemment coopérative entre le professeur et les élèves, une grande partie des apprentissages relève du territoire individuel et privé des élèves. La recherche en didactique, en consacrant la plus grande partie de son énergie à l'identification et à la modélisation des phénomènes liés à la scène officielle des apprentissages, semble très peu étudié les conditions de la dimension personnelle et privée du travail des élèves. Par conséquent, la définition de ce travail et l'identification de la charge qui revient aux élèves dans la réalisation des apprentissages demeurent une question didactique majeure.

Par ailleurs, bien que le travail scolaire des élèves soit un objet de recherche pour de nombreux travaux en sciences de l'éducation, la question semble y être posée au détour des problématiques plus larges, notamment du point de vue du rythme scolaire ou des méthodes de travail, détachées de tout contenu de savoir en jeu dans la discipline considérée (Félix, 2002)

Nous appelons ce travail *l'étude autonome* (i.e. la part du travail de l'élève qui s'effectue sans interaction directe avec le professeur : apprentissage du cours, exercices d'entraînement, devoirs à la maison, préparation de contrôle, etc.) et cherchons à le situer dans un cadre susceptible d'apporter des réponses aux questions qu'il suscite. L'usage du mot "étude" et de l'adjectif "autonome" dans cette définition, loin d'être arbitraire, relève donc de

cette tentative d'élaborer une approche spécifique. Notre questionnement sur le plan de la théorie didactique à adopter pour entreprendre ce travail s'appuie en particulier sur un constat : bien que l'étude autonome des élèves soit faiblement prise en charge par l'ensemble des travaux de recherche, l'étude n'est pas une notion nouvelle pour la didactique. En particulier, dès son origine jusqu'à ses formulations les plus récentes, cette notion est omniprésente dans l'approche anthropologique du didactique. Nous allons donc mener ce travail en y faisant un long détour et ceci, à la fois pour mieux saisir le sens de cette notion en tant que concept didactique et pour voir à quel point les outils fournis par cette approche nous permettent de traiter les questions que nous nous posons autour du problème du diagnostic.

## 2. Etude et aide à l'étude

### 2.1 La notion d'étude

L'étude n'est pas une notion nouvelle pour ceux qui s'intéressent à l'enseignement bien que le sens que chacun attribue à cette notion soit différent suivant les points de vue et selon la position occupée dans la société : certains vont la considérer comme le travail propre de l'élève alors que d'autres vont voir dans cette notion la réalisation collective d'une activité. Ainsi le point de vue d'un sociologue et d'un didacticien sur cette notion différerait dans leurs problématiques ainsi que dans leurs discours.

Nous voyons déjà Bachelard (1986) définir en quelque sorte cette notion pour l'élève lorsqu'il traitait de l'élève rationnel, il y a plus d'un demi-siècle :

L'être qui veut apprendre «repassé» la composition du savoir. S'il examine ce savoir «repassé» dans ses profondeurs métaphysiques, il a bientôt la curieuse impression de «repasser» une sorte de «composition de son propre être» ou plus exactement encore de «composer son être même» dans les belles formes de la pensée rationnelle.

*Etude*, selon l'explication donnée par le dictionnaire ; c'est *l'application méthodique de l'esprit cherchant à apprendre et à comprendre. Etudier* ; c'est chercher à comprendre par un examen. Et les mots *analyser, examiner, observer* sont considérés comme les synonymes du mot *étudier*<sup>1</sup>.

C'est une définition sans doute assez large et elle couvre aussi bien tout un domaine de recherche que le domaine d'enseignement. Mais nous pouvons déjà déterminer à partir de cette définition certaines caractéristiques de la notion d'étude en ce qui concerne surtout les phénomènes didactiques :

Le mot *comprendre* se trouve dans cette définition comme action attendue d'une personne en position d'*étudiant*, montrant sur quoi l'intention d'étudier ou l'étude devrait se centrer. Si pour un élève, en tant que sujet *épistémique*, le but de toute activité mathématique est d'apprendre quelque chose d'ordre du savoir, *comprendre* est l'action qui se trouve à l'origine de toute nouvelle tentative d'apprendre.

En prenant cette pensée de Goethe à titre d'exemple pour marquer la différence entre le rationalisme et l'empirisme, Bachelard explique;

---

<sup>1</sup> Le Petit Robert, *Dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française*, Edition 2000

« Quand l'enfant commence à comprendre qu'un point invisible doit *précéder* le point visible, que le plus court chemin d'un point à un autre est conçu comme une droite avant même qu'on la trace sur le papier, il en éprouve un certain orgueil, une certaine satisfaction. » Cet orgueil correspond précisément à la promotion intellectuelle qui fait passer l'enfant de l'empirisme au rationalisme. Au lieu de constater, l'enfant s'aperçoit qu'il comprend. Il vit une mutation philosophique (ibid.)

Une deuxième chose que l'on peut tirer de la définition primaire de cette notion est que l'étude réfère à la recherche, à l'effort de pensée. Elle s'oppose à la simple pratique et à la routine.

Ces deux points de vue sur l'étude en impliquent un troisième : dans le cas avancé de l'action de comprendre et de recherche, on sera amené à la recherche des causes d'être ainsi, qui a été toujours essentielle dans une démarche mathématique. C'est par exemple cette recherche des causes qui semble constitué les fondements de la science grecque entre les VI<sup>ème</sup> et V<sup>ème</sup> siècles avant notre ère. Qu'il s'agisse d'astronomie, de mathématiques, de médecine, d'histoire ou de philosophie, une pensée tournée vers la recherche des causes au moyen des preuves est considérée aujourd'hui comme le fondement et la spécificité de la science grecque.<sup>2</sup>

## 2.2 La notion d'étude dans le domaine didactique

Dans le domaine de didactique des mathématiques française, cette notion prend ses premières formulations avec un texte non publié de Y. Chevallard qui date de plus de quinze ans et qui semble resté sans suite jusqu'en 1995 où il a repris cette notion en l'intégrant ainsi dans les termes de l'approche anthropologique du didactique. Il montre d'abord dans ce premier texte (Chevallard, 1988b) les places que vont venir occuper, dans le système d'enseignement, l'apprenant, l'étudiant et l'enseigné (l'élève). Un apprenant c'est quelqu'un qui apprend, il accomplit une tâche invisible et de l'ordre du privé. Un étudiant c'est quelqu'un qui étudie, il mène une activité visible et officielle qui lui est assignée dans le processus d'enseignement : *l'étude*. L'élève est le sujet passif de la relation didactique. Sa position dans le système didactique est toujours convoquée avec celle de l'enseignant. L'élève est l'objet de ce système sur lequel porte toute action enseignante tandis que l'étudiant est le sujet agissant, il réagit à l'enseignement en produisant un certain type d'actions.

Cette démarcation entre l'apprenant et l'enseigné conduit Chevallard à désigner l'enseignement comme « *la mise en place d'un ensemble des conditions que l'on croit favorables à l'apprentissage, étudier c'est d'exploiter ces conditions pour apprendre.* »

Ainsi un enseignement, sans assigner à l'élève une position d'étudiant ne saurait être effectif. Le fossé entre enseigné et apprenant, poursuit Chevallard, est marqué par la place que va venir occuper l'étudiant. « *En d'autres termes, l'étude est le chaînon manquant entre l'enseignement et l'apprentissage.* »

Cette prise de position à propos de l'enseignement et de l'apprentissage implique en effet des questions très diverses que l'auteur ne manque pas de souligner : *Qu'est-ce qu'un bon*

---

<sup>2</sup> On peut se référer à ce propos à la revue *Sciences Humaines* hors série de la période décembre 2000/janvier-fevrier 2001, et notamment à l'article intitulé "Y-a-t-il eu un miracle grec ?" du rédacteur en chef Jean-François Dortier

*ensemble des conditions ? Que signifie les « exploiter » pour apprendre ? Ou encore, quelle est la nature des conditions créées ? Comment on peut les décrire ?*

Nous nous trouvons alors devant des questions majeures dont la réponse devrait nous conduire à l'identification de l'activité d'étude pour l'élève, à en préciser les conditions et les outils qui nous permettraient de la traiter.

La réponse dans sa généralité réside sans doute dans les gestes d'étude particuliers, gouvernés par le contrat didactique qui permettent à l'élève de manipuler, depuis sa position institutionnelle, les épisodes didactiques qu'il rencontre. Sur ce point, Chevallard affirme qu'en s'investissant dans la situation, l'étudiant s'empare du contrat didactique. Ce dernier devenant alors appareil de régulation dont la finalité est le contrôle des situations didactiques.

Dans la suite de ce texte, Chevallard cherche à préciser le rôle du contrat didactique et les différents types de connaissances qui interviennent dans l'étude d'une situation donnée.

Dans le deuxième texte (Chevallard, 1995), après avoir introduit la notion de praxéologie comme un élément essentiel de son approche, il identifie le dépérissement de l'étude comme un phénomène caractéristique de l'école du XX<sup>ème</sup> siècle<sup>3</sup>. Il identifie ce dépérissement car il avait déjà montré que la progression temporelle de l'enseignement imposait d'une part une action d'enseignement, suffisant à assurer l'apprentissage et d'autre part le travail permanent de l'idonéité<sup>4</sup> du rapport personnel de chaque élève à un rapport institutionnel changeant nécessitait une action propre de l'élève, c'est-à-dire l'étude (Chevallard, 1988a). Nous allons développer ce point à travers une lecture rapide de la transposition didactique et l'organisation temporelle de l'enseignement.

### *2.3 La nécessité de l'étude à travers le phénomène de la transposition didactique et les contraintes temporelles de l'enseignement*

Le fonctionnement de l'école moderne semble mis en place deux phénomènes didactiques inséparables. Le premier est celui de l'organisation temporelle de l'enseignement, le second est le processus de la transposition didactique. Tous les deux donnant lieu à plusieurs travaux

---

<sup>3</sup> Suivant Chevallard (1995), dans le premier temps (au XVII<sup>e</sup> siècle), la classe n'était qu'un lieu de rendez-vous entre deux séances en étude. Le cours hebdomadaire qui ne durait que quelques heures durant lequel le professeur contrôlait le travail donné à la sortie de la séance précédente que les élèves devaient faire à la maison, seuls ou surveillés et il donnait le nouveau travail.

Dans le deuxième temps, le cours magistral prend une place prépondérante dans l'organisation de l'enseignement. Le cours n'était plus un lieu de rendez-vous entre deux séances et à la sortie du cours magistral, l'élève était censé avoir été préparé à se donner à l'étude de la matière présentée et analysée par le professeur.

Dans le troisième temps le cours magistral ne saura résister à la montée des besoins de l'étude et une nouvelle ère s'ouvrira pour l'étude vers 1980. Le temps passé dans la classe devait désormais constituer l'essentiel des gestes de l'étude.

<sup>4</sup> Dans l'étude d'une question, on dirait que l'organisation proposée fait apparaître certains objets pertinents à la construction d'un rapport personnel à un objet sensible relativement à une position. C'est-à-dire qu'elle fait apparaître des objets tels que le rapport institutionnel à cet objet sensible présuppose certaines propriétés des rapports institutionnels à ces objets. Dans le cas où ces exigences sont satisfaites on dit que les rapports personnels d'un élève à ces objets sont idoines au rapport institutionnel à l'objet sensible. Et c'est ce fait de rendre son rapport idoine à un objet sensible que l'on appelle le travail de l'idonéité.

de recherche depuis maintenant plus de quinze ans, notamment dans le cadre de l'approche anthropologique<sup>5</sup>.

Une grande partie du processus de la transposition didactique peut se résumer comme la mise en texte du savoir scientifique sous la forme d'une succession des chapitres ordonnés, de manière à ce qu'il puisse être enseigné officiellement. Le processus de la transposition didactique est ensuite poursuivi par le professeur en classe dont la tâche principale est de donner un contexte aux objets de savoirs, en les réorganisant par rapport à ce qui est écrit dans le programme et dans les manuels. L'élève, à son tour, est invité à aborder les questions et les problèmes qui lui sont présentés pour apprendre les connaissances visées (Mercier et al., à paraître).

Ce processus de transposition didactique relève certes des contraintes très diverses, comme la légitimation du contenu d'enseignement par un savoir de référence. Mais comme le montre clairement Chevallard et Mercier (1987) dans l'étude consacrée sur la formation du temps didactique, le temps s'avère être la contrainte principale du système d'enseignement. La durée d'une année scolaire ou celle d'un cours de mathématique est par exemple une des contraintes imposées à l'enseignement. Mais ceci n'est pas une contrainte venue de l'extérieur, ni même totalement négative, comme le soulignent les auteurs. En effet, le phénomène de temporalité relèverait du fait que chaque système produit son propre temps, engendre une temporalité spécifique et ce temps est mesuré en mesurant ce que le système produit. Ainsi le temps de l'école est mesuré par la progression dans le savoir, dans l'avancement du texte du savoir qui constitue la légitimité de l'école vis à vis de la société (ibid.).

Cette progression dans le savoir enseigné est marquée par l'introduction successive des différents objets d'enseignement qui vont déléguer aux connaissances précédemment introduites en classe le statut de connaissances anciennes, sans forcément que celles-ci soient anciennes, ni totalement acquises par les élèves. Par ailleurs, cette introduction des nouvelles connaissances ne signifie pas une rupture avec les anciennes mais au contraire, l'avancement du cours va en effet montrer qu'elles étaient d'une certaine manière la suite des anciennes. Ceci amène à une sorte de dialectique ancien-nouveau entre les connaissances précédemment enseignées et celles qui viennent d'être introduites. Cette dialectique ancien-nouveau permet en effet à une organisation du savoir enseigné, par l'enchaînement des chapitres, de façon à « avoir du sens » dans la mesure où il va permettre de résoudre certains problèmes (Arsac, 1992).

L'organisation et la conduite en classe de la dialectique ancien-nouveau sont normalement sous la responsabilité du professeur. Car, il ne dispose pas seulement d'une somme de connaissance supérieure à celle des élèves mais il sait aussi avant eux comment les objets se combinent les uns avec les autres (Chevallard & Mercier, 1987). Il dispose d'un pouvoir d'anticipation et de décision sur le caractère ancien-nouveau des objets. Par conséquent, comme le notent Johsua et Dupin (1993), les élèves et le professeur constituent deux registres épistémologiques différents. Un est responsable d'organiser et exposer le savoir, les autres

---

<sup>5</sup> Pour ne citer que les précurseurs, nous pouvons penser en particulier à l'œuvre de Chevallard (1985) sur la transposition didactique, à la brochure de l'IREM de Marseille sur la formation du temps didactique (Chevallard & Mercier, 1987) et à la thèse de Mercier (1992).

sont responsables de construire leur rapport au savoir à partir des situations proposées par le professeur. Comme le notent Mercier et al. (à paraître), ce rapport asymétrique entre le professeur et les élèves vis-à-vis du savoir conduit à la notion du temps didactique dans lequel le professeur joue deux rôles simultanés. Il doit d'une part assurer l'avancée visible du temps didactiques, puisque ceci est le but institutionnel de son activité, tout en même temps organisant cette avancée de manière à faciliter l'étude du texte du savoir par l'élève.

Le temps de l'élève n'est pas identique au temps didactique. Il nécessite, au moins, la prise en compte de deux rapports au savoir ; un rapport privé et un rapport public au savoir, comme le précisent les auteurs (ibid.). Le premier se développe, par exemple, lorsque l'élève résout des problèmes. Le second est établi dans une interaction sociale entre les élèves ou entre l'élève et le professeur. Les auteurs stipulent donc que le processus d'apprentissage avance à travers une constante interrelation d'un dynamique privé et publique à travers lequel émerge un rapport social au savoir.

Cela dit, dans le temps didactique les objets de savoirs sont cumulatifs alors que le temps d'apprentissage nécessite une réorganisation du savoir déjà appris pour construire le rapport adéquat aux objets de savoirs venant d'être enseignés. Les auteurs soulignent donc que le temps d'apprentissage est pour cette raison souvent décalé à un moment plus tard. Autrement dit, en reprenant l'étude à un autre moment et en révisant, l'élève doit construire son propre temps d'apprentissage. L'étude autonome apparaît ainsi comme l'activité didactique particulière de l'élève qui le caractérise dans la relation didactique.

Mais ceci n'est sans doute pas un processus facile. Comme le montre le travail de Mercier (1992) et Sensevy (1998), cela suppose une forme particulière du travail, un apprentissage de l'étude qui permet non seulement la construction des connaissances par l'élève mais qui contribue à l'avancement du temps didactique qui est sous la responsabilité du professeur.

Il est donc inutile de dire que tout ce processus est géré par le contrat didactique. Mais à quel point le contrat didactique peut-il désigner à l'élève les objets de sa propre œuvre ? Tenter de répondre à cette question supposerait que l'on s'occupe de l'environnement spécifique du savoir comme nous le décrit la théorie des situations didactiques en terme de milieu (Brousseau, 1998). Nous allons essayer de le traiter dans la suite avec une approche différente, relative aux moments d'étude autonome, tels que nous les considérons dans ce travail.

#### *2.4. L'étude dans les développements récents de l'approche anthropologique*

Dans les développements plus récents de l'approche anthropologique, l'étude est toujours caractérisée comme l'acte didactique principal. Par exemple, Chevallard note que même si l'adjectif didactique est relatif au fait d'enseigner, d'instruire, la figure du professeur n'est pas la première dans la didactique (Chevallard, 1997a);

Pourtant la configuration sociale où s'impose, culturellement, la figure du professeur ne saurait être regardée comme didactiquement première : socialement, le didactique peut et, très souvent, doit faire l'économie de toute figure professorale. Dans la configuration didactique la plus fondamentale, que je note  $S(x;o)$ , une personne,  $x$ , étudie quelque « objet »,  $o$ , qui est l'enjeu

*didactique*. Le didactique s'identifie ainsi au simple fait que *quelqu'un (x) étudie quelque chose (o)*. En d'autres termes, le didactique est coextensif à l'étude. Il y a « du didactique » pour autant qu'il y ait « de l'étude ». Qu'il y ait un « professeur » importe peu.

La caractérisation de la didactique par la notion d'étude s'accroît encore plus dans les travaux plus récents. Dans le début du texte consacré à l'étude des ostensifs du travail mathématique, Bosch et Chevallard (1999) notent que « ...Partant du constat que *le didactique est partout dense dans le mathématique*, ou, en d'autres termes, que l'activité mathématique suppose toujours une activité d'étude, on a proposé très récemment de concevoir la didactique des mathématiques comme la *science de l'étude et de l'aide à l'étude des (questions de) mathématiques* (Chevallard, Bosch, Gascon, 1997) ».

Soucieuse de développer un modèle didactique capable d'analyser, d'interpréter et d'organiser les pratiques professorales, l'approche anthropologique semble désormais s'intéresser davantage aux conditions de l'organisation de l'étude par le professeur qu'aux conditions particulières de l'étude pour les élèves. Les premières définitions de l'étude ainsi que la tentative de définir les conditions de l'étude en mathématiques pour les élèves semblent laisser la place à des formulations beaucoup plus larges, répondant particulièrement à la forme la plus commune des apprentissages scolaires. Mais ceci ne doit pas laisser penser que le savoir est considéré dans cette approche comme allant de soi, sans problématique. À ce propos, Chevallard (1997b) s'en explique de la manière suivante ;

Paradoxalement, une pensée de l'école exclusivement soucieuse des « savoirs » tend à oublier le problème des formes didactiques appelées spécifiquement par l'étude de tel ou tel type de praxéologie, et par-là, s'interdit de maîtriser le destin scolaire des savoirs. À l'inverse, les pédagogues spécialistes des formes générales de l'étude se montrent tout aussi inattentifs à la spécificité des contenus de savoir, et donc aux besoins didactiques spécifiques qu'il s'agit de satisfaire.

Une problématique plus formelle de l'étude devait alors être entreprise pour étudier les pratiques enseignantes et pour modéliser les actions didactiques du professeur. Notamment, Chevallard (1997a) note que le rôle du professeur qui se multiplie (avec par exemple la mise en place de nouveaux dispositifs d'enseignement) « appelle concrètement une multitude de créations techniques en même temps qu'une élaboration technologique consistante, suppose un *modèle explicite de l'étude et de la direction d'étude*, qui permet de penser efficacement l'essentiel du fonctionnement didactique »

Il s'agirait donc désormais de mettre en place ce modèle en partant des principes fondamentaux de l'approche et en développant des notions importantes telles que *l'organisation didactique et des moments d'étude*.

### **3. L'étude autonome des élèves et le problème du diagnostic**

#### *3.1 La notion d'autonomie et de topos*

Autonomie est un concept ancien qui ne cesse de susciter des débats depuis des dizaines d'années, notamment dans le domaine de la science de l'éducation. Ces débats portent aujourd'hui aussi bien sur le développement chez les élèves d'une certaine autonomie dans la

réalisation du travail scolaire que sur la formation des adultes<sup>6</sup>. Pris dans le sens minimum, le mot autonomie - d'origine grecque *autonomos* (auto-nomos « lois ») - désigne *la capacité de se gouverner par ses propres lois*. Bien qu'aujourd'hui les définitions majoritairement utilisées désignent par ce mot la capacité, l'attitude d'une personne à *prendre la responsabilité, le contrôle de ses propres apprentissages* et que la plupart des chercheurs soient d'accord sur le fait que l'autonomie ou l'apprentissage autonome n'est pas le synonyme de *auto-instruction, auto-apprentissage*, il semble particulièrement difficile de définir cette notion une fois pour toutes.

D'un point de vue didactique, il nous paraît en plus impossible de traiter de l'autonomie de l'élève sans la rapporter à celle du professeur ou à celle de tout le système d'enseignement. Autrement dit, la place de l'étude dans le processus didactique ne peut se définir sans une interrogation sur les positions occupées respectivement par les élèves et le professeur dans la relation didactique et sans identifier les rôles qui leur sont institutionnellement assignés. À ce propos, le travail de Sensevy (1998) montre combien la théorie de l'institution est adéquate pour traiter cette question.

Les questions concernant le parcours de l'étudiant, les frontières de sa liberté sont par ailleurs traitées dans les développements plus récents de l'approche anthropologique sous la notion de *topos*. La notion de *topos* de l'élève désigne « le lieu où, psychologiquement, il éprouve le sentiment d'avoir à jouer *un rôle bien à lui*, et, solidairement, de devoir ne compter que sur lui-même. » (Chevallard, 1997a).

La question de *topos* de l'élève, souligne Chevallard, apparaît lorsqu'il naît un besoin d'aide, d'accompagnement dans l'affrontement avec le nouveau, avec le changement cognitif qui donne lieu à la figure du professeur comme le directeur d'étude.

Le problème du *topos* de l'élève reçoit son énoncé définitif quand apparaît la figure du professeur, réputé expert dans la matière étudiée et qui, pour cela, est à même de *l'enseigner*, c'est-à-dire de *montrer* à l'étudiant devenu *élève* ce à quoi celui-ci devra parvenir. L'étudiant peut être son propre directeur d'étude, et l'est nécessairement en certaines choses. Il ne saurait en revanche s'enseigner lui-même, d'entrée de jeu, ce que précisément il doit encore « apprendre » : entre l'étudiant et l'enseignant, la coupure est d'abord franche. La conséquence de cet état de fait ne saurait être surestimée : si l'apparition du directeur d'étude peut appauvrir la culture *didactique* de l'étudiant, le mésusage de la fonction enseignante conduit plus radicalement à invalider *l'apprentissage mathématique lui-même*. De là une situation dont Guy Brousseau a souligné avec la force le caractère éminemment problématique (ibid.).

Nous pensons donc qu'à partir de ce rapprochement entre la notion d'autonomie et celle de *topos*, l'étude autonome des élèves peut être définie comme l'organisation et la réalisation d'un travail personnel par rapport à des temps et à des lieux où ils disposent du *topos* pour s'exercer en une autonomie qui est relative mais nécessaire pour avancer dans la construction des apprentissages.

---

<sup>6</sup> Pour les premiers, nous pouvons nous référer à l'œuvre de Moyne (1982) sur le travail autonome et pour les seconds à celle de Barbot et Camatarri (1999) sur l'apprentissage et la formation. Il est par exemple intéressant de lire que ces deux auteurs justifient dans l'introduction de leur livre leur choix de s'intéresser à la formation des adultes par le fait qu'à leurs yeux, l'école n'est pas faite pour développer l'autonomie.



Cela noté, par l'adjectif « autonome » nous voulons également désigner une autonomie que l'on peut qualifier d'épistémique : nous considérons que l'activité mathématique a une dimension autonome au sens où elle permet de contrôler, valider l'exactitude des propres démarches suivies lorsqu'on étudie en un mode « autonome ».

D'après la définition que nous voulons lui donner, les temps et les lieux d'étude autonome peuvent alors être fort différents ; allant des exercices d'entraînement, des devoirs et de la révision à la maison jusqu'à des moments de contrôle, de la résolution individuelle d'exercices en classe. Par conséquent, il conviendrait d'articuler chaque moment d'étude autonome par rapport aux contraintes qui le caractérisent.

### 3.2 Etudier l'étude autonome des élèves : la nécessité d'un diagnostic

Etudier l'étude autonome des élèves serait sans doute de s'intéresser aux différents lieux et différents moments d'étude dans le but de rendre compte des difficultés rencontrées par les élèves et d'analyser les conditions de leur apparition. Ce qui appelle, à nos yeux, l'élaboration d'un système de diagnostic comme une étape préalable à toute proposition de remédiation en terme d'aide à l'étude.

Les paragraphes ci-dessus nous permettent en effet de faire une hypothèse selon laquelle la principale difficulté rencontrée par les élèves lors de l'étude autonome relève d'un déséquilibre entre les dimensions épistémologique et contractuelle des situations d'étude, la conformité au contrat devenant le mode de contrôle dominant.

Pour étudier cette hypothèse, nous nous appuyons sur un concept que nous appelons *le site mathématique* et tentons de mettre en œuvre une analyse relativement originale des situations didactiques d'étude.

### 3.3. La notion de site mathématique et l'élaboration d'un diagnostic

D'un point de vue à la fois historique et épistémologique, il serait impossible de considérer les objets mathématiques comme objets de savoir isolés, développés indépendamment les uns des autres. Chaque objet est étudiée tout au long de sa genèse en une étroite relations avec d'autres et toute situation interroge d'autres situations (Giusti, 1999). Une situation spécifique met donc en place des objets mathématiques et de relations pertinents dont l'ensemble constitue un champ de signification et d'investigation stable permettant à chaque personne en position d'étudiant ses outils d'action mais surtout les moyens de validation de ses propres démarches. À cette unité praxéologique relative à un domaine d'étude donné nous donnons le nom du « *site mathématique* » (Duchet & Erdogan , 2005)

Nous nous servons de ce concept pour élaborer un système de diagnostic et à cet effet nous concevons une analyse épistémologique et didactique à deux niveaux complémentaires. Au premier niveau, nous analysons les conditions écologiques des objets et des relations par rapport à une institution donnée. Au second niveau, nous nous intéressons à la partie de ce site, supposée *a priori* pertinente pour les situations didactiques<sup>7</sup>. Nous supposons alors que le

---

<sup>7</sup> Notre objectif dans ce travail étant surtout de discuter de la pertinence didactique de notre démarche, les analyses en question ne sont pas reportées ici.

degré d'adéquation entre ce que révèlent ces deux analyses devrait permettre d'élaborer un certain diagnostic relatif aux difficultés rencontrées par les élèves sur des situations réelles d'étude autonome.

### 3.4 L'exemple d'une situation réelle d'étude autonome

Nous nous proposons ici d'analyser une situation d'étude autonome pour les élèves de la classe de Seconde (15-16 ans). Le moment d'étude autonome en question est celui de l'évaluation écrite en classe. Ce moment nous paraît tout particulièrement intéressant. Car, en dehors de ses enjeux officiels, il nous semble constituer un des rares moments d'étude autonome où, suivant l'expression de Chevallard, l'élève ne peut compter que sur lui. Nous le considérons par ailleurs comme le témoin indirect des conditions de l'étude dans une institution dans la mesure où les élèves sont supposés travailler individuellement pour préparer le contrôle et le professeur est supposé organiser les conditions didactiques de cette préparation. La situation mathématique précise est l'étude de sens de variation de la fonction  $f(x) = 4 - (2x - 8)^2$  sur l'intervalle  $[4; +\infty[$ , proposée comme premier exercice dans ce contrôle.

La classe observée est celle d'un établissement réputé de bon dans les milieux scolaires, surtout pour son enseignement scientifique. Il s'agit selon le professeur d'une classe motivée pour les mathématiques et en constante évolution. Par ailleurs, les deux tiers des élèves souhaitent faire une section scientifique pour l'année suivante.

Étudions d'abord brièvement cet objet de l'étude de sens de variation ;

Pour montrer qu'une fonction est croissante ou décroissante sur un intervalle, la première technique consiste à appliquer la définition qui, à la fois, décrit l'action et permet de contrôler le résultat : *une fonction est croissante (respectivement décroissante) sur un intervalle  $I$ , si pour tous réels  $a, b$  appartenant à  $I$  tel que  $a \leq b$ , alors  $f(a) \leq f(b)$  (respectivement  $f(a) \geq f(b)$ )*. Selon cette technique, il faudrait d'abord convenablement choisir, si ce n'est pas donné, les intervalles où la fonction est croissante (ou décroissante) et puis déterminer l'ordre de  $f(a)$  et  $f(b)$ ,  $a$  étant inférieur à  $b$ . Ce qui peut se faire selon deux traitements algébriques possibles :

- Étudier le signe de  $f(b) - f(a)$  relativement au signe de  $b - a$ .
- Partant des nombres  $a$  et  $b$  compris dans  $I$ , constituer l'ordre de  $f(a)$  et  $f(b)$  relativement à l'ordre de  $a$  et  $b$  et suivant des règles de calcul algébriques.

La détermination du sens de variation d'une fonction peut être réalisée aussi par une technique fonctionnelle qui consiste à considérer la fonction comme la composition d'autres fonctions dont les variations sont connues. Mais il est à remarquer que cette deuxième technique, bien qu'elle permette d'éviter un travail trop algébrique, n'est pas très performante et ne peut être appliquée qu'à un nombre limité de fonctions.

Prenons maintenant notre situation d'étude autonome selon la technique demandée au niveau de Seconde. Elle est introduite en classe par le professeur de la manière suivante ;

*Soit  $a$  et  $b$  deux réels tels que  $8 \leq a < b$  et puis  $0 \leq a - 8 < 2b - 8$ . Donc  $2a - 8$  et  $2b - 8$  sont deux nombres positifs, rangés dans l'ordre croissant. Comme la fonction carrée est croissante sur  $[0; +\infty[$ , on peut écrire ;*

$$(2a-8)^2 < (2b-8)^2$$

$$-(2a-8)^2 > -(2b-8)^2$$

$$4-(2a-8)^2 > 4-(2b-8)^2$$

$$\text{Donc } f(a) > f(b)$$

*Conclusion : Pour tout  $a$  et  $b$  de  $[4;+\infty[$  tels que  $4 \leq a < b$ ,  $f(a) > f(b)$  donc la fonction  $f(x) = 4 - (2x-8)^2$  est décroissante sur l'intervalle  $[4;+\infty[$*

On voit bien que dans cette technique c'est la propriété de la fonction carré ( $x^2$ ) qui devient le critère de décision quand il faut décider des carrés de deux nombres. Mais on doit remarquer que le fait d'utiliser la fonction carré comme référence ne va pas de soi. Parce qu'il s'agit d'abord pour les élèves d'un passage « naturel » résultant du calcul numérique. Ensuite, il faudrait passer au registre « fonctionnel » et prendre en compte la croissance de la fonction  $x^2$  qui ne se voit pas ici.

En fait, le problème vient du fait que la technique de résolution demandée est une sorte de mélange de deux types de techniques, algébrique et fonctionnelle précisées ci-dessus. On demande aux élèves qui sont en train de travailler dans le registre algébrique de passer au registre fonctionnel pour aller chercher une justification qui ne peut pas exister sans les connaissances sur les fonctions composées ou, au moins, sans les connaissances sur le concept de changement de variable.

La technique est essentiellement basée sur le calcul algébrique qui assure le montage de la fonction. La fonction carré dont la variation n'intervient que d'une manière non dispensable à la mise en œuvre de la technique constitue cependant l'objet du contrat, c'est-à-dire c'est essentiellement cet usage de la fonction carré qui fait l'enjeu didactique du programme et oriente le projet du professeur.

Nous proposons ici un extrait du cours à propos d'un exercice fait sur le même schéma avant le contrôle. Il montre tout particulièrement le malaise du professeur dans la négociation du contrat à propos de cet objet :

**Professeur :** Alors c'est ça qui est très important. Alors là, prenez votre stylo rouge, parce que c'est ça la clé du programme (elle souligne en rouge et plusieurs fois «  $a-4 < b-4 < 0$  »). [...]  $a-4$ , vous notez  $a-4$  et  $b-4$  ce sont deux nombres négatifs.  $a-4$  et  $b-4$  ce sont deux nombres négatifs. J'ai dit d'écrire au stylo rouge hein. Parce que si cette phase n'est pas dans votre devoir c'est faux !  $a-4$  et  $b-4$  ce sont deux nombres négatifs. La fonction carré, la fonction carré est décroissante. C'est vrai ?

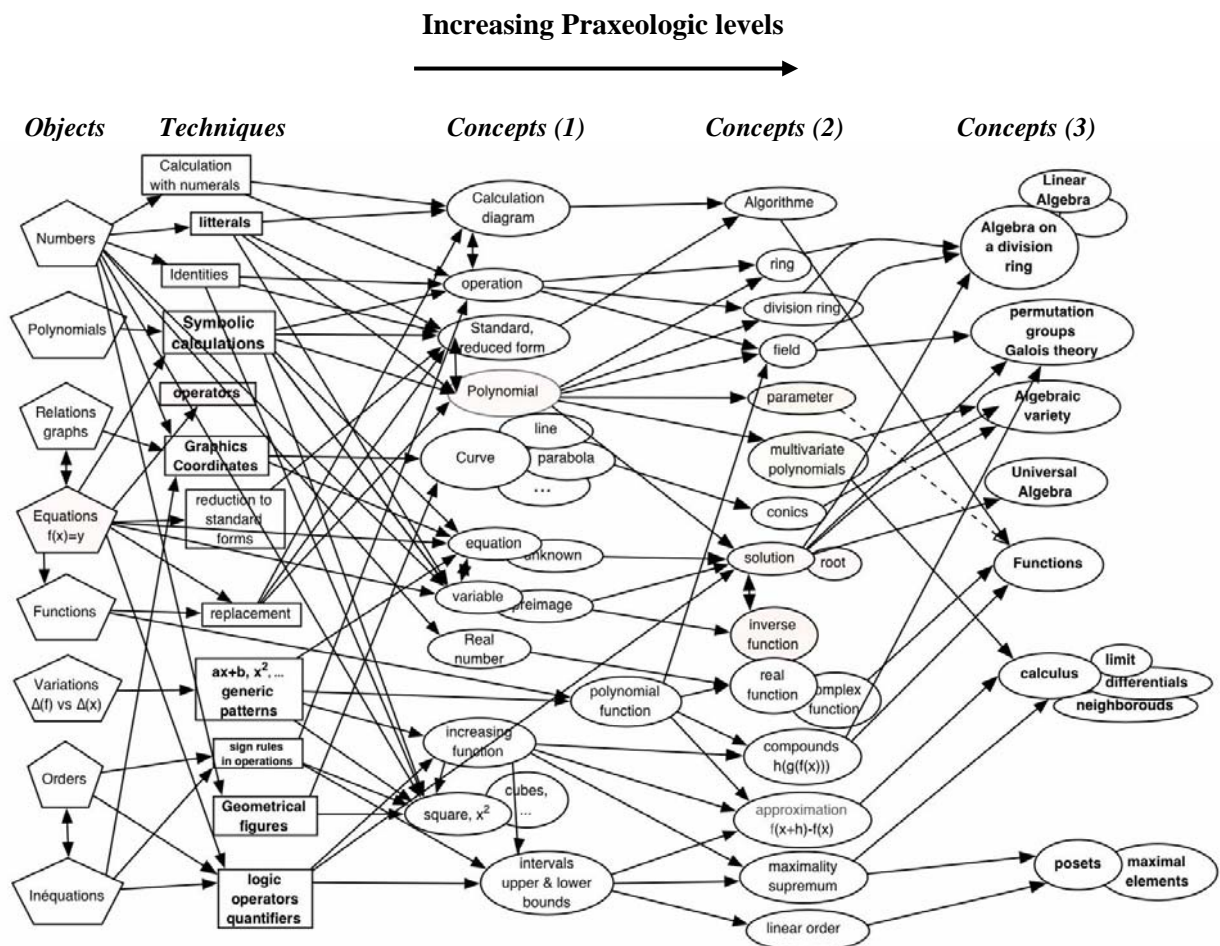
**Un élève :** Ben oui.

**Professeur :** Sur l'ensemble des nombres négatifs. Voilà. Alors sur  $\mathbb{R}$  moins, si vous voulez écrire puisque c'est plus parlant pour vous. La fonction carré, ça c'est d'après le cours, la fonction carré est décroissante sur l'ensemble des nombres négatifs. Donc, attention, s'il manque cette phase tout est -faux ! Marquez-le, s'il manque cette phase tout est faux ! Puisque l'étude du sens de variation s'appuie...sur l'étude du sens de variation de la fonction carré. Et ça, c'est pas moi qui le dis, ce sont les programmes qui les indiquent. Vous devez étudier les fonctions de ce type là à partir de la fonction carré. D'accord ? Donc, à chaque fois vous devez citer ce théorème là. Tout le monde y est ?...

Or, les élèves échouent massivement au contrôle sur cet exercice (une seule réponse attendue parmi 33 copies). L'analyse des copies montre que la plupart des élèves semblent savoir qu'ils ont à faire avec la fonction carré mais ne savent pas où et comment. Ils semblent cependant

obéir à une demande du professeur, en citant quelque part dans leurs copies les variations de la fonction carré, parfois sans aucune cohérence avec la démarche de résolution suivie.

Nous pouvons essayer d'interpréter la source des difficultés des élèves sur un schéma du site antérieurement construit relativement au domaine d'étude dont relève cet exercice (Duchet & Erdogan, 2005)



Il s'agit d'une représentation du site relatif au domaine d'étude algébrique -fonctionnel en classe de Seconde. La construction a été réalisée en commençant par les objets/concepts mathématiques principaux de ce site. Au niveau des concepts qui leur sont liés, nous avons distingué, pour la clarté, trois niveaux de profondeurs. Les flèches d'un point à l'autre sont à lire comme relation de pertinence avec une degré de généralité croissante pour un système praxéologique donné

Nous pouvons voir sur ce schéma la pertinence épistémologique de certains objets et des relations entre eux et étudier les relations et les objets particulièrement soutenus par le contrat didactique à propos d'une organisation didactique proposée. Par exemple, la relation visée par le contrat didactique à propos de l'objet de l'étude de sens de variations semble être celle qui se trouve entre des opérations algébriques [operation], le concept de la fonction carré ou la

technique correspondante [ $ax+b, x^2$  generic patterns] mais qui tend à faire exister un concept du deuxième ordre, celui de la fonction composée [compounds  $h(g(f(x)))$ ]. Autrement dit, les relations étudiées en classe se trouvent sur ces trois axes qui ne sont pas les plus pertinents. Cette relation triangulaire apparaît ainsi comme artificiel ou de l'ordre didactique. L'écart nous semble donc révélateur de l'adéquation de ce qui est officiellement visé et ce que les élèves peuvent effectivement contrôler lors de l'étude autonome.

#### 4. Conclusion

Dans ce travail, nous avons essayé de présenter une approche en terme de diagnostic pour l'étude autonome des élèves en mathématiques. Bien qu'il s'agisse d'un travail en cours qui ne prétend pas l'exhaustivité, il nous permet déjà de rendre compte de certaines conditions didactiques de l'étude autonome. Notamment, notre analyse épistémologique et contractuelle – partiellement traitée ici<sup>8</sup> - montre que les outils de validation des techniques étudiées en classe ne semblent pas appartenir à l'enseignement au niveau de Seconde. Ce qui rendrait impossible pour les élèves le contrôle des procédures qu'ils suivent lors de l'étude autonome, les souvenirs d'un contrat didactique de la classe ne pouvant y apporter grand-chose, si ce n'est le contraire. Bien qu'il reste à valider sur suffisamment d'observations, cette conclusion est à rapprocher avec le rôle du niveau technologique d'une organisation praxéologique, tel qu'il est décrit dans l'approche anthropologique (Chevallard, 1999). Il nous paraît aussi tout à fait intéressant de développer notre approche par le rôle des ostensifs dans l'activité mathématique (Bosch & Chevallard, 1999) qui viendra enrichir notre analyse épistémologique du fonctionnement didactique du savoir mathématique pour en réorienter nos efforts dans la recherche des conditions favorables pour une aide à l'étude efficace.

Les analyses que nous avons menées autour d'un site mathématique montrent par ailleurs comment nous pouvons décrire les milieux a-didactiques des situations didactiques et évaluer leurs pertinences. Ce qui nous conduit naturellement à une articulation fructueuse de ce travail avec la théorie des situations didactiques, susceptible d'apporter des éléments précieux pour organiser et mettre en place une aide efficace. Ayant choisi de nous limiter au problème du diagnostic, nous n'avons pas développé ce point dans ce travail.

#### Bibliographie

- ARSAC G. (1992), L'évolution d'une théorie en didactique: l'exemple de la transposition didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 12 (1), pp. 7-32.
- BACHELARD G. (1986), *Le rationalisme appliqué*, Paris: PUF.
- BARBOT M.-J. & CAMATARRI G. (1999), *Autonomie et apprentissage, l'innovation dans la formation*, Paris: PUF.

---

<sup>8</sup> Pour plus de détails, voir : ( Duchet & Erdogan, 2005)

- BOSCH M. & CHEVALLARD Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 19 (1), pp. 77-124.
- BROUSSEAU G. (1998), *La théorie des situations didactiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1985), *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble: La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1988a), *Notes sur la question de l'échec scolaire*, Marseille: Irem d'aix Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1988b), The student-learner gap. In *Third Conference on the Theory of Mathematics Education, Anvers, 1-6, Text non publié.*
- CHEVALLARD Y. (1995), La fonction professorale: Esquisse d'un modèle didactique. In Noïrfalïse R. and Perrin-Glorian M-J (ed) *Actes de la 8ème école d'été de didactique des mathématiques*. Saint-Sauves: IREM de Clermon-Ferrand.
- CHEVALLARD Y. (1997a), Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 17 (2), pp. 17-54.
- CHEVALLARD Y. (1997b), Les savoirs enseignés et leurs formes scolaires de transmission: un point de vue didactique. *Skolê*, n° 7, pp. 45-64.
- CHEVALLARD Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 19 (2), pp. 221-266.
- CHEVALLARD Y. & MERCIER A. (1987), *Sur la formation du temps didactique*, Marseille: Irem d'aix Marseille.
- DUCHET P. & ERDOGAN A. (2005), Pupil's autonomous studying: From an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis. In *CERME 4: Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Sant Feliu de Guíxols, Spain.
- FELIX C. (2002), *Une analyse comparative des gestes de l'étude personnelle : le cas des mathématiques et de l'histoire*, Thèse du troisième cycle, Université d'Aix- Marseille I
- GIUSTI E. (1999), *La naissance des objets mathématiques*, Paris: Ellipses.
- JOHSUA S. & DUPIN J.-J. (1993), *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, Paris: PUF.
- MERCIER A. (1992), *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement, un cas en calcul algébrique*. Thèse du troisième cycle, Université de Bordeaux 1.
- MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M. L., DONCK E. & AMIGUES R. (à paraître), The intention to teach and school learning: The role of time. In Perret-Clermont A-N (ed) *Thinking Time: A Multidisciplinary Perspective on Time*. Göttingen: Hogrefe & Huber.
- MOYNE A. (1982), *Le travail autonome*, Paris: Fleurus.

SENSEVY G. (1998), *Institutions didactiques: étude et autonomie à l'école élémentaire*, Paris:  
PUF.