RELATIONS ENTRE TECHNIQUES, OSTENSIFS ET MILIEUX

Teresa Assude & Alain Mercier
UMR ADEF, Université de Provence, IUFM d'Aix-Marseille, INRP

Abstract

In this paper, we will show some relations between techniques and « ostensifs » used in these techniques. Our research focuses on teachers' practices in literacy and mathematics and their effects on the pupils' learning (in the first year of primary school – six year old pupils). We analyze the teacher's action with some anthropological frame tools like "praxeology" and "ostensif". It appears that the dialectic between several ostensifs is a way to understand the dynamics of "milieu". We show these relations through observed examples about teaching integer numbers in one classroom.

Resumen

En esta comunicación, queremos mostrar algunas relaciones entre las técnicas y los objetos ostensivos que son empleados en estas técnicas. Nuestra investigación estudia las prácticas de docentes de la primera clase del primario (alumnos de 6 años) en lectura y matemáticas y sus efectos sobre las aprendizajes de los alumnos. Analisamos la acción del docente usando los instrumentos de la teoria antropológica del didáctico, especialmente las nociones de « praxeologia » y « objeto ostensivo ». Estos instrumentos nos han permitido mostrar la importancia de la dialéctica entre los diferentes objetos ostensivos para comprender las dinámicas de los medios. Mostraremos esas relaciones tomando ejemplos observados en una clase acerca de la enseñanza de los números enteros.

Résumé

Dans cette communication, nous voulons montrer certaines relations entre les techniques et les ostensifs qui sont à l'œuvre dans ces techniques. Dans le cadre d'un travail de recherche sur les pratiques des enseignants de CP (élèves de 6 ans) en lecture et en mathématiques et de leurs effets sur les apprentissages des élèves, nous avons été amenés, entre autres, à utiliser les outils de l'approche anthropologique, notamment les notions de praxéologie et d'ostensif, pour analyser l'action du professeur. Il apparaît que la dialectique entre différents ostensifs est un élément important pour comprendre les dynamiques du milieu. Nous montrerons ces relations en prenant des exemples observés dans une classe à propos de l'enseignement des nombres naturels.

La recherche dans laquelle s'inscrit ce que nous allons présenter est intitulée « *Caractérisation des pratiques d'enseignement et détermination de leur efficacité. La lecture et les mathématiques au Cours Préparatoire*[1] *(Première Primaire)* ». Elle a deux objectifs essentiels :

- caractériser, selon certaines catégories élaborées collectivement par des chercheurs de différentes disciplines (didactiques des disciplines, sociologie, psychologie, éthologie) les pratiques des enseignants de CP ;
- établir des relations entre ces caractéristiques et les apprentissages des élèves en essayant de dégager des conditions d'efficacité.

Dans ce cadre, une quinzaine de classes (en Bretagne, à Marseille, à Toulouse et à Vence) a été étudiée in situ pendant deux années à partir de l'observation et l'enregistrement de séances en lecture et en mathématiques (trois fois dans l'année, en octobre, en mars et en juin). Les enseignants étaient libres de leur pratique : il leur était seulement demandé de présenter des séances typiques de leur manière de habituelle d'enseigner. Les élèves de ces classes ont été évalués : trois fois la première année (octobre, mars, et juin), deux fois la seconde (octobre et mai). Ces évaluations ont été élargies la seconde année à d'autres classes pour pouvoir situer notre échantillon « restreint » dans un ensemble plus vaste (au total environ 120 classes). Des entretiens systématiques[2] ont été mis en place avec les enseignants étudiés *in situ*. Un questionnaire de caractérisation des pratiques a été renseigné par les professeurs étudiés *in* situ la première année, par l'ensemble des professeurs de l'échantillon « large » (les 120 classes) la seconde année.

L'étude que nous allons présenter s'est effectuée à partir d'un corpus extrait de cet ensemble de données : ce corpus concerne une classe double (CP/CE1), une enseignante (maître formateur). Il comprend quatre séances de mathématiques (octobre 2003, mars 2004, juin 2004, octobre 2004), des entretiens menés avec l'enseignante après chaque séance. Nous allons analyser la séance menée en octobre 2004 en utilisant les outils de l'approche anthropologique, notamment les notions de praxéologie et d'ostensif (Chevallard 1997, 1999, Bosch & Chevallard 1999) pour préciser l'action didactique de l'enseignante en ce qui concerne les relations entre techniques et ostensifs.

[1] Elèves de 6 ans. Désormais le Cous préparatoire sera désigné par CP.

[2] Des entretiens après séances ont été ainsi systématiquement organisés, portant à la fois sur la séance de mathématique et sur la séance de lecture. La seconde année ont été mis en œuvre, toujours avec l'ensemble de professeurs étudiés *in situ*, des auto-analyses et des analyses croisées (formes méthodologiques voisines des entretiens d'auto-confrontation et d'auto-confrontation croisée (Clot, 1999, Robert, 2001)). Ces entretiens nous permettent de préciser ou de conforter certaines des analyses de la séance que nous présenterons.

Synopsis et analyse a priori de la séance

Le contenu mathématique de cette séance est relatif à la « connaissance des nombres entiers naturels » et le « calcul » notamment le fait d'écrire un nombre sous la forme d'une somme ou d'une différence. Cette séance s'insère dans son contexte institutionnel tel qu'il est déterminé par le programme et les documents d'application. Par exemple, dans ces documents, il est écrit : « *Au début de l'apprentissage, l'utilisation de la bande numérique ou d'une ligne graduée constitue une aide pour associer les « mots-nombres » avec leur écriture chiffrée. Certaines quantités (de un à quatre ou cinq) peuvent être reconnues par perception globale, sans recours au comptage. Les élèves doivent être entraînés à ce type de reconnaissance, tout comme à la capacité de montrer rapidement un nombre compris entre un et dix à l'aide des doigts* » ce que nous retrouvons effectivement dans la séance. Celle-ci peut être découpée dans les étapes suivantes :

- La première étape est organisée autour d'un matériel qui est la bande numérique et d'un type de tâches : reconnaître et associer un « nom de nombre » à un nombre écrit en chiffres dans une bande numérique.
- La deuxième étape est organisée autour d'un matériel qui est constitué par deux jeux de cartes (un avec des points selon la configuration des dés et un avec une configuration de bâtons) et d'un type de tâches : « écrire » un nombre de différentes manières (par une « écriture » en toutes lettres, par une carte-dé, par une carte-bâtons) et reconnaître un même nombre sous ces notations différentes.
- La troisième étape consiste à bien écrire les chiffres (travail du graphisme de 7, 8 et 9).
- La quatrième étape utilise le matériel de la deuxième étape (les cartons avec les bâtons) et propose un nouveau type de tâches : décomposer un nombre supérieur à 5 et inférieur à 10 en le désignant par la composition de deux cartons sous la forme 5 + x.
- La cinquième étape correspond à une extension du type de tâche précédent : imaginer, avec le même matériel, une décomposition semblable pour des nombres de la forme 5 - x.
- La sixième étape propose un nouveau matériel constitué de cartons fléchés permettant de désigner des déplacements sur une bande numérique, pour traiter du type de tâche précédent.

Il faut noter que la classe est organisée en cours double (CP-CE1) et que le professeur va et vient d'un groupe à l'autre : il doit donc régulièrement laisser le groupe de CP travailler « en autonomie » et à tout moment il doit réserver une part de son attention à juger de l'état d'avancement de l'autre groupe. C'est une contrainte dont le poids est énorme.

Cependant, le nombre même des étapes du travail proposé ici alerte l'observateur, et l'analyse a priori ascendante qui permet de retrouver les classes de problèmes et les champs mathématiques dont relèvent les types de tâches proposés l'inquiète. En effet, le jeu est proposé entre sept domaines différents d'activité, qui relèvent des trois dimensions d'un nombre entier : cardinal (mesure de la quantité des objets d'une collection) ordinal (codage d'une position dans un rangement, un espace ordonné) opératoire (codage de la transformation de la quantité ou codage du changement de position, par l'association d'un nombre et d'un signe) et mobilisent huit systèmes de codage. Ces systèmes sont les suivants :

- codage par configurations (deux formes, l'une culturellement installée qui est celle de la configuration des dés, l'autre nouvelle et rare à l'école qui est celle utilisant des bâtons) ouvrant sur une définition cardinale ;
- bande numérique permettant des manipulations ordinales ;
- énonciation permettant des manipulations langagières et la constitution d'un répertoire de résultats ;
- écriture en chiffres ouvrant sur le système de la numération décimale de position ;
- décomposition additive à partir du code cardinal ;
- décomposition soustractive à partir du code cardinal ;
- codage de transformations ouvrant sur des manipulations ordinales.

Nous allons analyser certaines de ces étapes en mettant en évidences certaines caractéristiques de l'action didactique de l'enseignante dans les relations entre types de tâches, techniques et ostensifs.

Variété de techniques pour un même type de tâche : contrôle et économie

La première étape est organisée autour d'un type de tâches : « *associer un mot-nombre à un nombre de la bande numérique* ». Ce n'est pas un type de tâche problématique pour la plupart des élèves puisque ils ont au moins une technique disponible pour accomplir ce type de tâche : la technique du comptage. La maîtresse estime que cette technique est déjà naturalisée et favorise alors le travail de deux autres techniques : la reconnaissance globale du nombre par son écriture en chiffres, situer le nombre entre son prédécesseur et son successeur.

Pourquoi la maîtresse fait travailler les élèves sur deux autres techniques si une technique est déjà naturalisée pour ce type de taches ? Une première raison à ce travail est celui de la mise en confiance des élèves. Ainsi, le travail sur d'autres techniques ne met pas en échec les élèves car ils peuvent toujours mettre en oeuvre la technique qui leur est disponible. Lorsqu'un élève ne sait pas utiliser la technique de la reconnaissance globale, il peut se rabattre sur la technique du comptage Nous pouvons observer cet aspect dans le passage suivant :

1.	[M = Cl]	16
2.	[M = Man2]	[MT = *se retourne vers le tableau et réfléchit*] +++
3.	[M = Prof]	Alors 16 Man2 comment tu peux faire si tu ne sais pas le reconnaître automatiquement ?
4.	[Ma2]	Compter ?
5.	[M = Prof]	Hé bah vas y !

Une deuxième raison est celle du contrôle et de la vérification. La présence de plusieurs techniques pour un même type de tâche confère à celles-ci des fonctions différentes, les unes pouvant être un moyen de contrôle et de vérification des autres. Dans notre cas, le comptage devient une technique pour vérifier si l'élève ne se trompe pas en utilisant la reconnaissance globale, comme nous pouvons le voir dans l'extrait suivant :

6.	[M = Prof]	Cle ? [MT = *pointe un autre chiffre sur la bande numérique collée sous le tableau*] (00 :01)
7.	[M= Cle]	18
8.	[M = Prof]	18 on vérifie ? [MT = *pointe du doigt la chiffre 1 à l'autre bout de la bande numérique*]
9.	[M = élèves]	1 2 3
10.	[M = Prof]	[MT = *avance son crayon au rythme où comptent les élèves*] / Nan y en a qu'un seul
11.	[M= Cle]	4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

Cette fonction de contrôle et de vérification est un élément essentiel de la pratique de cette enseignante, comme nous avons pu l'observer dans les différentes séances. Elle demande souvent aux élèves de vérifier ce qu'ils font ou de dire comment ils sont sûrs de la validité de ce qu'ils ont fait[3].

Une troisième raison du travail sur ces différentes techniques tient sans doute à l'économie de ces techniques pour accomplir le type de tâches. La technique de la reconnaissance globale du nombre par son écriture chiffrée est plus économique que la technique du comptage. La réponse de l'élève est tout de suite 18 s'il utilise la reconnaissance globale tandis qu'il doit dire « 1-2-3-4-5…. jusqu'à 18 » avant de donner la réponse 18 s'il utilise le comptage. Cet exemple montre que l'économie de la technique est liée à la reconnaissance d'un ostensif qui est l'écriture chiffrée du nombre. La maîtresse veut ainsi que les élèves puissent utiliser des techniques les plus économiques possibles pour accomplir des types de tâches qui doivent devenir routiniers.

Techniques, ostensifs et milieu

[3] Cet aspect est aussi explicité par l'enseignante lors des entretiens.

La reconnaissance globale d'un nombre dépend du type de représentation du nombre utilisé : la technique varie en fonction des ostensifs utilisés. Ainsi, face à un milieu matériel constitué de cartons avec la constellation des dés, les élèves utilisent la technique de la reconnaissance globale d'un nombre représenté sous la forme d'une constellation[4] pour accomplir le type de tâche « dénombrer une quantité donnée (<6) ». Cette technique est naturalisée et le rapport à ce milieu n'est pas problématique : les différentes constellations des dés représentent des nombres pour les élèves. La maîtresse dit « *Alors je vais vous montrer des cartons ceux là vous les connaissez je pense que vous allez les reconnaître tout du moins et vous allez me dire enfin celui que je vais interroger combien j'ai de jetons <plastique> dessus* » et les élèves répondent correctement les nombres 5, 3, 4, 1, 2.

L'enseignante change ensuite le milieu matériel : les cartons avec les constellations de dés sont remplacés par des cartons avec des bâtons dessinés. Le type de tâche est encore le même : « dénombrer une quantité donnée (<6) ». La maîtresse donne la consigne suivante :

144.	[M=Prof]	je vais vous proposer des petits bâtons et vous allez essayer de me dire combien j'ai de petits bâtons sur mon carton

Pour accomplir ce type de tâche dans ce nouveau milieu, la technique de reconnaissance globale est dans certains cas difficile mais les élèves peuvent mettre en œuvre la technique du comptage : « *là bah il faut compter un petit peu plus* ». Les bâtons et leurs configurations ne sont pas encore devenus des représentations des nombres (<6) même si les élèves donnent les réponses correctes. D'ailleurs la maîtresse pose elle même la question : « *Alors est ce que comment vous trouvez ça plus facile plus difficile ?* » et un élève répond « *plus difficile* », et en essayant de préciser plus loin la maîtresse dit : « *Là ça correspond à ce que vous avez dit tout à l'heure ça vous êtes habitués à le voir [MT = reprend les cartons agencés comme les dés] sur les dés donc à jouer avec alors que ceux là bah il faut compter un petit peu plus* » Effectivement, avec les bâtons, il faut compter « un peu plus » : la technique du comptage revient là car ces configurations ne représentent pas (pas encore ?) des nombres. Un élève essaie de trouver des repères pour utiliser facilement la technique de reconnaissance globale de la quantité à partir de la

[4] Ces constellations ont une forme normalisée : des points en carré et en son centre pour le cinq, trois points en diagonale pour le trois, etc. Cette forme devient le symbole du nombre et se lit ; la reconnaissance n'est plus alors le « subitizing » observé par les psychologues pour des configurations inférieures à six qui ne sont pas des constellations normalisées. Ce terme « désigne le dénombrement rapide, exact et assuré de la numérosité d'une collection présentée pendant une durée très brève. Il s'agit de l'aperception « globale » d'une quantité sans recours au comptage. » (Fayol 1990)

disposition spatiale des bâtons[5] : « *C'est facile parce que y a un carré et au milieu ça compte pas mais là ça compte* ».

Ce passage d'une collection de bâtons qu'on veut dénombrer à la représentation du nombre par une configuration spatiale de ces bâtons n'est pas immédiate. La maîtresse va faire l'analogie avec une autre représentation des nombres qui est la représentation par les doigts.

175.	[M = Prof]	Oui mais sans utiliser des cartons comment vous utilisez 5 souvent ?
176.	[M = élève]	Les doigts
177.	[M = Prof]	Les doigts bah oui bien sûr et souvent lorsque je lève la main est ce que vous êtes toujours obligés de compter [MT = *lève la main en écartant ses doigts*]
178.	[M = élèves]	Nan
179.	[M = Prof]	Ou est ce que quand je lève un main vous savez tout de suite que ça fait ?
180.	[M = élèves]	5
181.	[M = Prof]	Et bah voilà !

Or cette analogie est perçue par une élève qui dit[6] :

194.	[M = Cl]	Aussi c'est des nombres euh qui sont faits avec les bâtons

mais quand la maîtresse revient à la question, le rapport entre représentant et représenté n'est pas encore perçu :

205.	[M = Prof]	Dépêche toi Ra ! / Bon qu'est ce qu'ils représentent ces cartons là ? / En haut de la table ! / Cle (00 :19)
206.	[M = Cle]	Des traits !
207.	[M = Prof]	Mais lesquels ? Pourquoi j'ai mis ça en haut de la table d'après vous ? + Pourquoi j'ai mis ça sur un carton ? Ca représente quoi ? Li [MT = *montre un carton aux élèves*]
208.	[M = élève]	4
209.	[M = Prof]	4 Li ça représente quoi ?
210.	[M = Li]	2
211.	[M = Prof]	Ma celui là
212.	[M = Ma]	1
213.	[M = Prof]	Et ça ça représente quoi Ra ?
214.	[M = Ra]	3
215.	[M = Prof]	3 donc qu'est ce que vous avez sur la table ? Des cartons qui représentent

[5] Or, le « subitizing » ayant été remplacé par la lecture d'une constellation, le contrat est devenu celui de la lecture d'un encodage : ce que montre la description du carré de bâtons par l'élève. La question des doigts est autre, encore.

[6] « Les nombres sont faits avec des bâtons » dit l'élève : mais avec des bâtons on peut faire une collection, pas un nombre, sauf si on écrit le nombre. Effectivement, dans les interactions suivantes, on a représenté les nombres avec des bâtons, « tout simplement » dit le professeur.

		quoi ?
216.	[M = élèves]	1 2 3 4
217.	[M = Prof]	Voilà tout simplement +

« Voilà tout simplement ». Effectivement pour la maîtresse, le but de ce travail qui était d'abord de dénombrer une collection de bâtons dessinés sur des cartons est surtout, vu la suite de la séance, celui qui va permettre de prendre les configurations des bâtons comme des représentations des nombres. Or il y a là un glissement qui n'est pas facile à repérer par les élèves.

Les ostensifs ne sont pas seulement les ronds noirs pour les dés ou les traits pour les bâtons mais aussi leur dispositions spatiales (leurs configurations) qui permettent aux élèves de passer d'une technique de comptage en dénombrant un à un ces signes à une technique de reconnaissance globale des nombres qui sont ainsi représentés par ces configurations. Dans notre séance, nous avons observé comment cette technique de reconnaissance est naturalisée dans le cas de la configuration des dés qui représentent des nombres pour les élèves et comment cette technique ne l'est pas dans le cas de la configuration des bâtons au début du travail et comment la maîtresse organise le travail (par analogie avec d'autres représentations) pour que cela devienne une autre représentation des nombres. Le passage n'est pas immédiat pour les élèves mais on voit aussi comment ils essaient de prendre des repères pour que cette reconnaissance puisse se faire facilement (par exemple, un carré avec un trait au milieu représente le 5 qui est d'ailleurs une représentation utilisée socialement notamment pour le comptage des votes).

La difficile dialectique notion-notation[7]

Nous allons nous intéresser ici aux étapes quatre à six. Le milieu matériel et symbolique des cartons avec des bâtons va être le point de départ de nouveaux types de tâche que nous pouvons décrire ainsi (mais qui ne sont pas identifiées ainsi dans la classe, par les élèves et peut-être par le professeur) : « décomposer des nombres sous la forme 5+x ou 5-x, x étant compris entre 0 et 5. »

> La maîtresse donne la consigne : « *Alors moi je vais partir toujours de celui là + moi je ne sais lire qu'un seul nombre c'est celui là le '4'/ le '5' pardon*[8]*/ je ne connais que celui là et*

[7] Nous prenons ici les notations comme des cas particuliers, graphiques et socialement stables, d'ostensifs.

[8] Afin d'aider le lecteur à suivre nos explications nous avons dû reprendre quelque peu le code de transcription : le nombre cinq , qui correspond à ce que nous avons appelé la notion « cinq », est noté comme l'adjectif numéral, en toutes lettres ; le mot prononcé pour désigner ce nombre est noté 'cinq' ; le carton qui note le nombre et sur lequel figurent cinq points ou bâtons est noté ici '5' ; le nombre cinq peut

écoutez bien la consigne (…) Je voudrais sept sur mon tableau/ je voudrais voir sept sur mon tableau qu'est ce vous pourriez rajouter pour avoir/ pour que j'aie sept/ faîtes le glisser devant vous le carton/ j'en veux sept en utilisant le mien. » Et elle répète la consigne : « *J'ai 'cinq' et j'en voudrais sept/ lequel tu vas venir me mettre à coté là pour que j'en aie sept en tout ? + et tu utilises le mien ++ on le pose devant soi et les autres sont en haut/ on le pose.* »

Une élève vient au tableau et pose le carton '3' à côté du carton '5'. Des élèves affirment que ce n'est pas ça et la technique du comptage permet de vérifier qu'on n'a pas sept mais huit. L'élève dit alors qu'elle aurait dû mettre le carton '2', elle le fait et vérifie par le comptage qu'elle obtient bien sept. D'autres nombres sont proposés : « *maintenant j'en veux six on le met juste devant on le fait glisser devant soit pour faire six* », ce que l'élève qui vient au tableau fait correctement. Et ensuite : « *alors attention + attention attention + j'en veux neuf maintenant j'en veux neuf + j'en veux neuf* ». L'élève se trompe en mettant '3' mais d'autres élèves le reprennent et il corrige en prenant le carton '4'. La maîtresse conclut alors par : « *Voilà donc on a avancé de quatre pour aller jusqu'à neuf on est d'accord* »

Cette dernière phrase introduit le mot « *avancer* » pour indiquer ce que les élèves faisaient tandis que les mots utilisés auparavant sont : « *rajouter* » ou « *glisser le carton* ».

Cette activité est interrompue car la maîtresse doit aller travailler avec les CE1 : les élèves de CP s'entraînent à écrire les chiffres « 7 », « 8 » et « 9 » après que la maîtresse leur a décrit les gestes à faire.

Le jeu entre ce que le système de notation permet de FAIRE (*pour faire neuf*, *poser* un carton à quatre points à côté du carton à cinq points, *vérifier* que c'est convenable en comptant les points puisqu'une collection telle que celle-ci **{ooooooooooo}** ne peut s'évaluer d'un coup d'œil, par *subitizing*) et ce qu'il permet de PENSER et DIRE (on a *avancé* de quatre pour aller jusqu'à neuf, depuis cinq, évoquant ici par exemple, pour certains élèves, la bande numérique et liant ainsi des propriétés cardinales et ordinales de neuf) se voit bien ici. Mais le professeur ne propose pas cela à l'étude collective, après la tâche d'écriture. Il ne poursuit pas, comme on aurait pu le penser, par un usage de la notation chiffrée des nombres du type « 5 + 4 = 9 » ou à l'enregistrement du résultat dans un répertoire permettant ultérieurement des raisonnements du type « puisqu'on sait que 5 + 4 = 9 alors 35 + 4 = 39 etc. ».

La reprise de l'activité se fait avec des nombres inférieurs à 5.

262.	[M = Prof]	Alors les CP on reprend / Fa Mo on reprend notre travail avec le 'cinq' là alors attention ++ j'ai 'cinq' toujours [MT = *montre le carton, au tableau*] et maintenant + j'en voudrais deux ! Qu'est ce qu'il va falloir faire ?
263.	[Cl]	Il va falloir enlever les cinq et prendre les deux
264.	[M = Prof]	Alors il va falloir donc qu'est ce qu'elle me dit Cl <… ?> pour le

aussi être manipulé par le moyen de l'écriture chiffrée et il est alors noté 5 ; le chiffre considéré comme objet graphique est donc normalement noté « 5 ».

		moment + Ma
265.	[M = Ma]	Il faut enlever les cinq et prendre les deux
266.	[M = Prof]	HA non attention j’en ai cinq au tableau\
267.	[M = Ma]	Oui mais on enlève tous les cinq et après on remet les deux
268.	[M = Prof]	Oui mais combien je vais en enlever moi alors c’est ça que je voudrais savoir + montrez moi combien il faut que j’en enlève [MT = *commence son déplacement dans les rangs des CP tandis que certains lèvent déjà le doigt*] + j’ai ‘cinq’ mais je voudrais qu’il m’en reste deux moi

Cette reprise est en rupture par rapport au type de tâche précédent. « Décomposer un nombre sous la forme de 5–x » ne se fait pas directement avec la technique des cartons apposés qui jouait sur l’ambiguïté de la notation. Un jeu avec les notations chiffrées aurait permis de noter ce que proposait l’élève Cl, suggestion reprise par Ma : -5 + 2 est la réponse ! On comprend que, au CP, le professeur ne souhaite pas s’engager sur cette voie. On remarque comment il pilote l’appel aux notations instituées en nommant le carton ‘5’ notant cinq comme cinq objets dans une collection : il oriente ainsi les élèves vers la manipulation des cinq points ou bâtons eux-mêmes.

Dans le cas précédent, les élèves devaient repérer le nombre qu’ils devaient ajouter, en glissant un carton à côté de celui qui représentait cinq. Dans ce nouveau type de tâches il ne s’agit pas d’ajouter quelque chose mais d’enlever quelque chose. Or cela ne pourrait se matérialiser par une manipulation des cartons qu’en considérant cette fois que l’apposition note un retrait (‘5’ ‘3’ noterait maintenant ‘2’, comme cela notait ‘8’ dans la tâche précédente !) On voit bien qu’il y a là un problème pour les élèves et le professeur. Une solution intéressante aurait été d’utiliser la technique précédente, de cette manière :

« ‘5’ = ‘2’ ‘3’ donc, pour faire ‘2’ à partir de ‘5’ il faut enlever ‘3’ »…

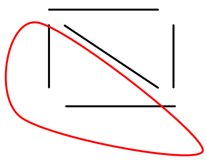
Les élèves Cl ou Ma auraient-ils (elles) pu inventer cela et à quelles conditions ? Nous ne le savons pas mais cela suppose un rapport culturel à ces objets qui manque évidemment à ce professeur comme à tout professeur des écoles aujourd’hui parce qu’il relève d’une culture algébrique très souvent étrangère à la formation. Voyons comment l'enseignante gère ce problème dans la classe :

270.	[M = Prof]	Donc j’en avais cinq et je veux qu’il m’en RESTE deux + combien il faut que j’en enlève d’après toi euh Ra ?
271.	[M = Ra]	deux
272.	[M = Prof]	Ha Ra me dit j’en enlève deux alors est ce que je peux en enlever là ?

Un nouveau mot « reste » est introduit ici et il permet de dire « combien il faut que j’en enlève ». Les mots importants sont « enlever » et « reste », mais pour pouvoir les prononcer il faut dire « j’en avais cinq » et non « j’ai le carton ‘5’ » qui est pourtant ce qui avait été construit dans la première partie de la séance.

La maîtresse a à gérer ce « dédoublement du milieu » et le moyen qu'elle va utiliser consiste à dessiner sur le tableau la configuration des bâtons qui représente le 5 et à faire des manipulations sur cette représentation en utilisant la couleur qui montre le « reste » et ce qu'on doit enlever (ce qui par la suite est effacé).

Etat du tableau



Or en effaçant, il n'y a plus de trace. Les échanges qui se suivent montrent que ce type de tâche est problématique pour les élèves et que la technique appelée par ces ostensifs est à l'origine de difficultés importantes. Or, cette technique n'a pas d'avenir car les ostensifs mis en œuvre sont inefficaces et ambigus, comme nous pouvons le voir dans l'extrait suivant :

277.	[M = Prof]	D'accord et après [MT = *tandis que Ra vient juste d'effacer le bâtons faisant office de diagonale*] ++ Nan ha nan ceux là je les garde ! [MT = *Alors que Ra s'apprêtait à effacer un des deux bâtons compris dans le cercle rouge*] (00 :40) [MT = *Ra efface un bâton supplémentaire*] t'en enlèves combien là alors ça fait [MT = *fait le signe « 2 » avec sa main*]
278.	[Ra]	2 + [MT = *efface à nouveau un bâton de sorte qu'il ne reste plus que les deux bâtons entourés par l'enseignante*]
279.	[M = Prof]	Voilà ça fait 3 donc combien il faut en enlever pour en garder 2 ?
280.	[M = élève]	4
281.	[M = élève]	3
282.	[M = élève]	2

L'enseignante arrive difficilement à avoir la « bonne réponse » et elle a besoin de demander aux élèves « *est ce que ça pose un souci à quelqu'un ou est ce que ça va ?* » Le traitement de l'exemple suivant (4 = 5-1) montre que les élèves n'ont pas encore trouvé une technique efficace qui utilise des ostensifs qui leur montrent non seulement ce qu'on avait au départ et ce qu'on veut qu'il reste mais aussi ce qu'on doit enlever. Un besoin se fait sentir ici, qui nécessite l'émergence de nouveaux ostensifs.

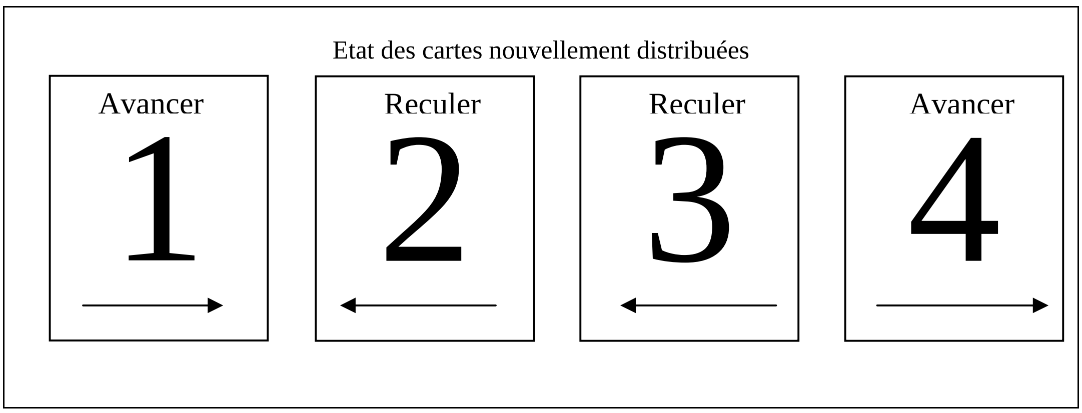
Pour introduire des ostensifs qui permettent aux élèves de trouver une technique afin d'accomplir ce type de tâches mais aussi l'autre type de décomposition, la maîtresse introduit le travail de la manière suivante :

« *je vais plus dire si il faut en ajouter ou si il faut en enlever là je vous dit juste le nombre que je veux voir c'est à vous de savoir si je vais en mettre en plus ou si je vais en enlever* »(302)

La maîtresse choisit le nombre 8 qui ne pose pas de problème aux élèves car plusieurs élèves ont levé le doigt pour venir au tableau. Mo va venir au tableau, elle prend le carton qui représente le 3 et le met à côté de celui qui représente le 5. Et c'est alors que la maîtresse pose le problème de savoir comment on peut distinguer avec ces cartons et les manipulations qui vont avec, si on ajoute ou on enlève :

310.	[M = Prof]	Fa ? +/ Voilà est ce que c'est pratique là / Très bien Mo / Quand on regarde ces étiquettes comme ça de savoir si on en rajoute ou si on en enlève ? Quand je regarde les cartes comme ça est ce que je peux savoir exactement si j'en rajoute ou si j'en enlève ?
311.	[M = élèves]	Nan ::!
312.	[M = Prof]	Et bah oui ça pourrait être j'enlève
313.	[M = élève]	3
314.	[M = Prof]	Et bah oui est ce que c'est bien pratique ? Ces cartes là alors ?
315.	[M = élèves]	Nan
316.	[M = Prof]	Pas vraiment alors vous allez en faire un paquet et je vais vous en donner d'autres plus pratiques [MT = *distribue des cartes encore non identifiées au élèves*]

Les flèches vont être un ostensif qui va permettre de montrer si on ajoute ou si on enlève, et cet ostensif est associé aux mots « avancer » et « reculer » et aux nombres écrits en chiffres.



Un premier échange consiste à présenter ces nouveaux cartons aux élèves en leur posant des questions et en insistant sur les flèches et le sens des flèches :

320.	[M = Je]	Bah des cartes et y a des nombres et y a des flèches
321.	[M = Prof]	Et y a des flèches alors + ce ne sont pas les mêmes écritures et y a des flèches + alors [MT = *inscrit « reculer de » au tableau*] je pense que vous avez vu cette écriture là justement
322.	[M = élève]	Oui
323.	[M = Prof]	Ouais avec la flèche qui va vers la ?
324.	[M = élève]	Gauche
325.	[M = Prof]	Alors ça veut dire qu'on va faire quoi là ? [MT = *pointe du doigt « reculer de » inscrit au tableau*]
326.	[M = élève]	On va retrouver euh 4
327.	[M = Prof]	Oui mais alors quand c'est écrit ça par exemple [MT = *inscrit le chiffre « 3 » sous la phrase « reculer de »*] qu'est ce que ça peut vouloir dire Fa ? ++/ Ha non on ne peut pas travailler avec les CE1 encore ! Co ! Je suis pas d'accord c'est bien que tu fasses ton travail mais essaye de chuchoter ! (00 :49)/ Fa tu répètes fort
328.	[M = Fa]	Recule de 3 cases

Cet ostensif a une valence instrumentale car il permet de trouver une technique pour accomplir les deux types de tâches, ce que ne permettaient pas les cartons avec les configurations de bâtons (utilisables pour le premier type de décomposition). Il a aussi une valence sémiotique car il montre les actions qui permettent de garder le nombre 5 et aussi le nombre qu'on enlève ou qu'on ajoute pour obtenir celui qui est donné au départ.

Si la présence de cet ostensif peut permettre la mise en œuvre d'une technique ceci ne veut pas dire que cette technique sera disponible tout de suite. Les échanges qui suivent montrent que cet ostensif est repris pour accomplir la tâche « trouver 7 comme 5+x », mais la problématicité de la tâche « trouver 1 comme 5-x » est encore bien là. La maîtresse décide alors de revenir sur un ancien outil, la bande numérique, pour aider les élèves à vérifier que ce qu'ils ont proposé - « on recule de 1 pour trouver 1 » - ne correspond pas à la bonne réponse.

Nous pouvons faire l'hypothèse que la présence de ces ostensifs ouvre aux élèves la possibilité de trouver une technique qui permettrait d'accomplir les types de tâches de décomposition mais que ces ostensifs ont été proposés par la maîtresse à un moment où la problématicité du type de tâche était encore bien présente. Ce sera peut-être le travail sur l'ostensif lui-même qui permettra d'avancer vers une technique efficace et fiable (tout en s'aidant de la bande numérique).

Conclusion

Cette séance nous a permis d'étudier les relations entre les types de tâches, les techniques et les ostensifs. L'analyse de cette séance de ce point de vue nous montre la complexité des choix de l'enseignante et les difficultés prévisibles dans la gestion d'un tel travail. Cette complexité vient à la fois de la variété de techniques mais aussi d'une multitude d'ostensifs qui chacun impliquent et sont impliqués par un certain nombre de techniques. Le problème de cette multitude vient de ce que ces ostensifs sont loin d'être naturalisés (et pour certains ils sont vraiment nouveaux) et qu'ils sont tout de suite impliqués dans des techniques visant deux types de tâches. L'enjeu de la séance oscille donc en permanence, du point de vue des élèves, entre l'étude d'un système d'ostensifs et celle d'un type de tâches sans que l'on puisse dire si le professeur lui aussi n'erre pas dans ce monde anomique. Où l'on voit qu'un type de tâche ou un système d'ostensifs ne font pas une situation didactique, parce qu'il y manque la recherche d'un contrat relatif à un enjeu d'apprentissage.

REFERENCES

Bosch M & Chevallard Y (1999), Ostensifs et sensibilité aux ostensifs dans l'activité mathématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/1, 77-124.

Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1997). Familière et problématique, la figure du professeur. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17.3, pp.17-54.

Chevallard Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19.2, pp.221-266.

Clot, Y. (1999). *La fonction psychologique du travail.* Paris : PUF.

Fayol M. (1990), *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

Robert A (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21.1-2, 57-80.