Propuesta de comunicación para el primer congreso internacional de TAD

Titulo de la comunicación: La Teoría Antropológica de lo Didáctico y las Nuevas Tecnologías.

Autor: Martín Eduardo Acosta Gempeler
Bajo la dirección de Colette Laborde (Universidad Joseph Fourier/Francia) y Mireille Betrancourt (Universidad de Ginebra/Suiza)

Correo electrónico: martin.acosta@imag.fr

Resumen
La problemática de la integración de las TIC en la enseñanza de la geometría puede apreciarse en toda su complejidad desde el punto de vista de la TAD. La primera parte de este artículo trata de exponer ese aporte teórico. La segunda parte expone algunos aspectos de una experiencia de formación de profesores para la utilización de Cabri en la enseñanza de la geometría: descripción de una praxeología de resolución de problemas de construcción, discusión ecológica de las dificultades encontradas en la construcción de dicha praxeología.

La problemática de la integración de las TIC en la enseñanza. Aportes de la TAD

La penetración de las llamadas Nuevas Tecnologías o Tecnologías de la Información y la Comunicación en todas las actividades sociales en las últimas décadas se ha traducido en una presión creciente sobre las instituciones educativas, de quienes se espera que asuman la tarea de alfabetización informática, y que obtengan un mejor aprendizaje de las distintas áreas gracias a la utilización de dichas tecnologías.

En el área de matemáticas, por ejemplo, los software de geometría dinámica, de graficación de funciones y de cálculo simbólico son propuestos desde la noosfera como artefactos pedagógicos que deberían producir un mejor aprendizaje de las matemáticas. En distintos países se han equipado las escuelas con ordenadores o calculadoras, y se ha capacitado a los profesores en el manejo del software. Sin embargo, los resultados obtenidos en cuanto a la utilización de esos dispositivos en la enseñanza no son los esperados. Por una parte, son muy pocos los profesores que los utilizan en sus clases, y por otra, aquellos que los utilizan tienden a hacerlo de manera restrictiva, reforzando las prácticas ostensivas. Para explicar este fenómeno se habla de la resistencia al cambio de los profesores, de sus concepciones anticuadas sobre el aprendizaje, de la deficiencia de los programas de formación.

El punto de vista de la TAD puede arrojar una nueva luz sobre esta problemática. Para comenzar, la TAD postula la imposibilidad de separar las Organizaciones Didácticas de las Organizaciones Matemáticas, pues las interacciones entre ambas hacen que funcionen de manera solidaria. Por lo tanto, no es posible considerar la utilización de software en la enseñanza únicamente como un dispositivo didáctico, sin estudiar las implicaciones de esta utilización en la Organización Matemática. (Por ejemplo, en el caso del software de cálculo simbólico, Artigue (1999) muestra cómo no es posible eliminar la mecanización de ciertos algoritmos, el momento de perfeccionamiento de la técnica, sin perder al mismo tiempo la posibilidad de inteligibilidad de dichos algoritmos).

Con el fin de analizar la problemática de la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, propongo considerar el software de matemáticas como un conjunto de objetos ostensivos de una categoría especial, que llamaré ostensivos computarizados, que se caracterizan porque en su manipulación intervienen acciones que no provienen de los sujetos, sino de la programación de la que son producto. Es decir que en dichos objetos computarizados se encuentra encapsulada una praxeología matemática, producto de la transposición informática de una organización matemática determinada. Como resultado de ese encapsulamiento, las técnicas de la praxeología informatizada se presentan como "cajas negras", en las que sólo son visibles las entradas y los resultados.

Este punto de vista permite plantear la siguiente hipótesis: si en los cursos de formación que preparan a los profesores para utilizar software matemático no se presentan los ostensivos computarizados como objetos con legitimidad matemática; es decir, si no se incluyen en las tareas, las técnicas y las tecnologías de una praxeología determinada, los profesores buscarán minimizar el efecto de los nuevos ostensivos en la organización matemática a enseñar, y por lo tanto restringirán al máximo el uso de los mismos.

Por lo tanto, un curso de formación que busca preparar a los profesores para utilizar software matemático, debe construir una praxeología en la que se incluyan los objetos computarizados en las tareas, las técnicas y las tecnologías. El problema es que una praxeología de esas características no necesariamente existe, y por lo tanto el problema no es de re-construcción, sino de construcción.

Desde el punto de vista de la TAD, entonces, la problemática de la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas comprende los siguientes problemas didácticos:

1. Definir y describir una OM que utilice los objetos ostensivos computarizados en sus tareas, técnicas y tecnologías.
2. Estudiar la ecología de una tal OM en una institución dada, es decir la interacción de las tareas, técnicas, tecnologías y teorías de esa OM con las tareas, técnicas, tecnologías y teorías de las demás OM existentes en la institución. Este análisis deberá tener en cuenta también la OM que se tomó como referencia en la programación, y su transposición informática.
3. Estudiar la valencia semántica y la valencia instrumental de los ostensivos computarizados en la OM descrita. En particular, pueden preverse dificultades en la construcción de la valencia semántica de dichos ostensivos, debido a la invisibilidad de las técnicas y las tecnologías que están encapsuladas.

El caso de Cabri

En mi tesis de doctorado me propongo comenzar a explorar estos tres problemas, con respecto al software Cabri de geometría dinámica, en la institución de formación de profesores en Colombia. Para lo cual estoy llevando a cabo un curso de formación con 10 profesores en ejercicio, alrededor de la solución de problemas de construcción utilizando Cabri. En este artículo me propongo describir la praxeología a enseñar, en especial las técnicas que incluyen los ostensivos computarizados, y presentar algunos ejemplos de dificultades encontradas en la construcción de dicha praxeología, y proponer posibles explicaciones ecológicas a las mismas.

En el caso de Cabri, los ostensivos computarizados consisten en dibujos dinámicos que pueden ser manipulados en la pantalla del ordenador o de la calculadora: concretamente, pueden arrastrarse los elementos del dibujo para que ocupen distintas posiciones en un movimiento continuo, y la programación asegura que las propiedades que fueron declaradas o son resultado de una construcción, se mantienen durante el arrastre.

Algunos elementos de una praxeología de construcciones geométricas que incluye los dibujos dinámicos.

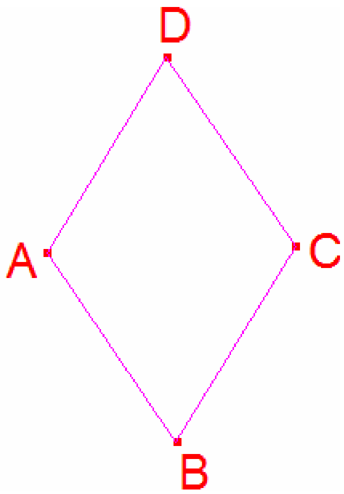
En el curso de formación de profesores considero dos tipos de tareas:

- (T1) Reproducir un dibujo dinámico dado: los alumnos reciben un dibujo dinámico y deben producir uno que se comporte de la misma manera al arrastrar los elementos de base.
- (T2) Producir un dibujo dinámico a partir de una serie de condiciones dadas sea en un dibujo estático o en un texto (sin tener el modelo dinámico ya construido).

Las tres técnicas enseñadas son:

- El análisis: es la técnica geométrica clásica que consiste en considerar el problema resuelto, para encontrar las propiedades geométricas que permiten hacer la construcción.

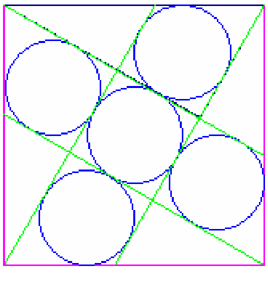
En el caso T1, se trata de manipular el dibujo dinámico para identificar cómo fue construido (identificar puntos libres, puntos sobre objeto y puntos dependientes). Por ejemplo, se les entregó un dibujo dinámico que representa un rombo ABCD como en la siguiente imagen.



Al intentar arrastrar los distintos puntos, puede observarse lo siguiente: 1) A y C pueden arrastrarse directamente a cualquier posición en la pantalla; son llamados entonces “puntos libres”, pues no tienen ninguna restricción de movimiento. Puede concluirse que son los puntos a partir de los cuales de hizo la construcción. 2) B no puede moverse directamente, pero cambia de posición al mover A, C o D; es llamado entonces “punto dependiente”. 3) D puede moverse directamente, pero no puede ocupar cualquier posición en la pantalla, sino que se mueve describiendo la mediatriz de AC; es llamado “punto sobre objeto”.

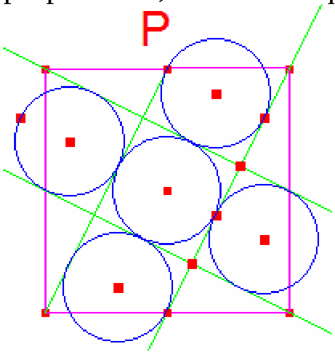
Si se traza la mediatriz de AC, puede observarse que B también está sobre ella, y que se mueve en sentido opuesto de D, y esos dos puntos coinciden en el punto medio de AC. Por lo tanto, puede concluirse que son simétricos con respecto a ese punto medio. Con lo cual puede hacerse la siguiente construcción: se traza el segmento AC, se construye la mediatriz de ese segmento, se coloca un punto D sobre esa mediatriz y se construye el simétrico de ese punto D con respecto al punto medio del segmento AC.

En el caso T2, se trata de producir un dibujo dinámico aproximado, y a partir del ajuste/desajuste del mismo, reconocer las propiedades necesarias para hacer una construcción exacta. Por ejemplo, se muestra el siguiente dibujo estático, y se pide producir un dibujo dinámico que tenga las mismas propiedades.

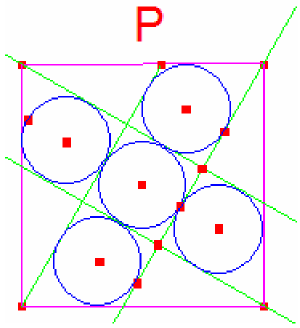


Pueden enunciarse las siguientes propiedades: la figura exterior es un cuadrado. Contiene cuatro segmentos interiores, que van de un vértice del cuadrado a un lado opuesto. Esos segmentos son paralelos dos a dos y perpendiculares dos a dos. Hay cinco circunferencias congruentes, una con centro en el centro del cuadrado y tangente a los cuatro segmentos, las otras tangentes a un lado del cuadrado y a tres de los segmentos. Estas cuatro circunferencias son simétricas de la circunferencia central con respecto a los cuatro segmentos.

Con base en esta descripción puede hacerse una construcción que cumple todas las propiedades, salvo la de que las circunferencias sean tangentes a los lados del cuadrado.



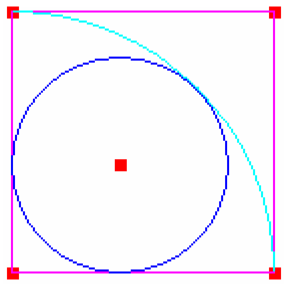
Puede desplazarse el punto P sobre el lado del cuadrado hasta lograr que las circunferencias sean tangentes al cuadrado. Así que se trata de determinar la posición exacta de ese punto P, de manera que las circunferencias sean tangentes a los lados del cuadrado. Si se mide el ángulo formado por el segmento interior que contiene a P y el lado del cuadrado que contiene a P, puede verificarse que a medida que los círculos se acercan a la posición de tangencia, ese ángulo tiende a ser de 60°.

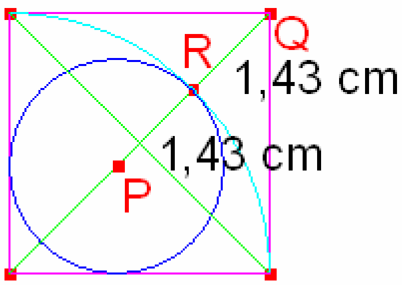


La técnica de análisis se considera una macro-técnica, aplicable a todos los problemas de construcción. En los casos en los que el problema de construcción puede reducirse a la determinación de un punto, pueden utilizarse las dos técnicas siguientes:

- La razón: se trata de considerar las distancias de ese punto a otros puntos ya construidos para identificar una posible razón constante entre esas distancias al variar el tamaño de la figura. Esta razón permitirá construir el punto buscado por medio de una homotecia. Eventualmente también pueden considerarse las proporciones de ángulos. El punto medio y la bisectriz son dos casos especiales de proporción, que se identifican visualmente con facilidad y que pueden ser construidos directamente por Cabri.

Por ejemplo, se entrega un dibujo dinámico que corresponde la siguiente imagen, en el que puede identificarse un cuadrado, un cuarto de circunferencia con centro en un vértice y radio el lado del cuadrado, y una circunferencia tangente a dos lados del cuadrado y al cuarto de circunferencia. El cuadrado y el arco de circunferencia pueden reproducirse inmediatamente; la construcción problemática es la circunferencia tangente, para la cual es necesario determinar la posición del centro.

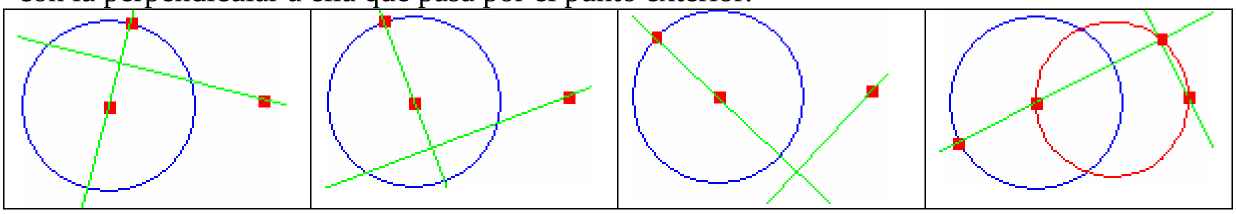




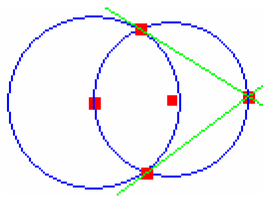
Si se trazan las diagonales del cuadrado, puede verse que el centro está sobre una de ellas. Midiendo las distancias del centro de la circunferencia (P) al punto de tangencia con el arco (R), y de este al vértice del cuadrado (Q), se concluye que el centro de la circunferencia es simétrico del vértice con respecto al punto de tangencia, que es la intersección de la diagonal con el arco.

- Los lugares geométricos: se trata de considerar por separado las dos condiciones que determinan la posición exacta del punto buscado. El conjunto de todos los puntos que cumplen una de las dos condiciones es un lugar geométrico. Los puntos solución del problema se encuentran entonces en la intersección de dos lugares geométricos. Como Cabri permite trazar automáticamente el lugar de puntos de un punto que depende de un punto sobre objeto, esta técnica puede utilizar el ostensivo dinámico Lugar Geométrico, a condición de que el punto a determinar pueda construirse como punto dependiente de un punto sobre objeto. En ese caso, la técnica requiere identificar la forma del lugar geométrico; si es una recta o una circunferencia, construir la recta o la circunferencia a partir de los objetos dados, y finalmente determinar la intersección con el otro lugar geométrico[1].

Por ejemplo, se tiene el problema de construir una recta tangente a una circunferencia dada, que pase por un punto exterior a la circunferencia. El problema puede resolverse si se conoce el punto de tangencia de la recta y la circunferencia. Ahora bien, ese punto debe cumplir dos condiciones: 1) estar sobre la circunferencia y 2) la recta que pasa por el punto exterior y ese punto de tangencia debe ser perpendicular al radio de la circunferencia en ese punto. Si se considera la primera condición, todos los puntos que la cumplen forman la circunferencia dada, que es el primer lugar geométrico. Si se considera la segunda condición, puede buscarse el lugar geométrico de la intersección de la recta que contiene un radio de la circunferencia, con la perpendicular a ella que pasa por el punto exterior.



Puede verse que ese lugar geométrico es una circunferencia que tiene como diámetro el centro de la circunferencia dada y el punto exterior. Si se construye dicha circunferencia, los puntos de intersección con la circunferencia dada serán los puntos de tangencia de las rectas tangentes a la circunferencia dada y que pasan por el punto exterior.



Arrastre, exploración y verificación de conjeturas

En los ejemplos presentados, puede verse cómo la posibilidad de arrastrar los elementos de una figura es un elemento fundamental de las técnicas estudiadas. Ahora propongo analizar ese rol del arrastre como sub-técnicas de las técnicas expuestas. En efecto, las tres técnicas expuestas requieren la identificación de propiedades geométricas de una figura dada. Esa identificación supone dos sub-tareas distintas:

- ST1: reconocer una posible propiedad en el dibujo(conjetura)
- ST2: verificar si esa propiedad es válida en todos los casos del dibujo, es decir si se mantiene durante el arrastre de los puntos libres.

Es en la resolución de estas dos sub-tareas donde se revela la valencia instrumental de los dibujos dinámicos. Como ya lo señalamos, lo que caracteriza los dibujos dinámicos es la capacidad de ser modificados por un movimiento continuo de sus componentes, asegurando

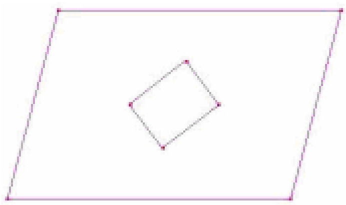
[1] Si el lugar geométrico no es ni una recta ni una circunferencia, aunque el problema puede tener solución, considero que está fuera del alcance de los profesores.

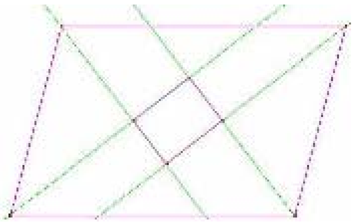
que las propiedades geométricas de dichos objetos se mantienen invariantes. Esto quiere decir que toda propiedad geométrica se traduce en un fenómeno visual que se produce al arrastrar los objetos, de manera que el arrastre se convierte en un medio de reconocimiento y verificación de las propiedades geométricas de un dibujo dinámico. Aquí es importante anotar que las propiedades que se mantienen invariantes durante el arrastre, son únicamente aquellas propiedades que fueron declaradas explícitamente en la construcción, o las que resultan de ellas. De manera que es necesario distinguir entre un dibujo exacto, en el que las propiedades que debe cumplir han sido declaradas explícitamente en la construcción, y un dibujo ajustado o aproximado, en el que algunas de las propiedades no se obtienen por medio de construcción, sino únicamente ajustando por arrastre los componentes del dibujo hasta obtener una configuración deseada.

Podemos entonces considerar las sub-técnicas siguientes:

St1: Enriquecer la figura:
Consiste en realizar construcciones auxiliares (trazar diagonales, prolongar segmentos, construir circunferencias, etc.) o calcular medidas de distancia o de ángulos, que permitan reconocer visualmente propiedades de la figura. La tecnología correspondiente a esta técnica se basa en el hecho de que la visión humana hace que el cerebro interprete de manera automática las informaciones físicas de una determinada manera, permitiendo la identificación de ciertas propiedades, e impidiendo la identificación de otras; al agregar elementos al dibujo, cambia la interpretación no consciente que efectúa el cerebro, posibilitando la identificación de otras propiedades. Asimismo, el cálculo de medidas arroja información que no es perceptible a simple vista.

Por ejemplo, en una tarea T1, se entrega un dibujo dinámico donde pueden verse dos paralelogramos como se ilustra en la siguiente imagen:
La percepción visual nos hace considerar dos figuras cerradas, una dentro de la otra.



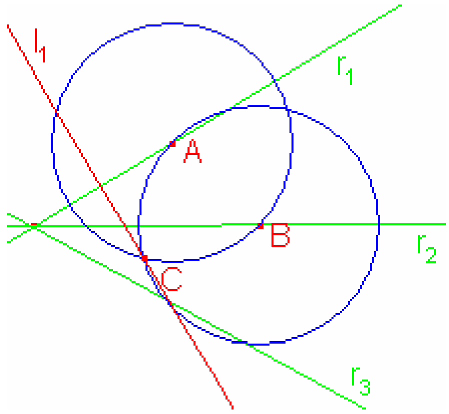


Si enriquecemos la figura, por ejemplo prolongando los lados del cuadrilátero interior, puede verse que los lados del rectángulo interior están alineados con los vértices del paralelogramo exterior.

Aparentemente esta sub-técnica no depende del carácter dinámico de los objetos, sin embargo, en la práctica se utiliza en combinación con la sub-técnica 3 de verificación, para visualizar propiedades que se cumplen en todos los casos de figura.

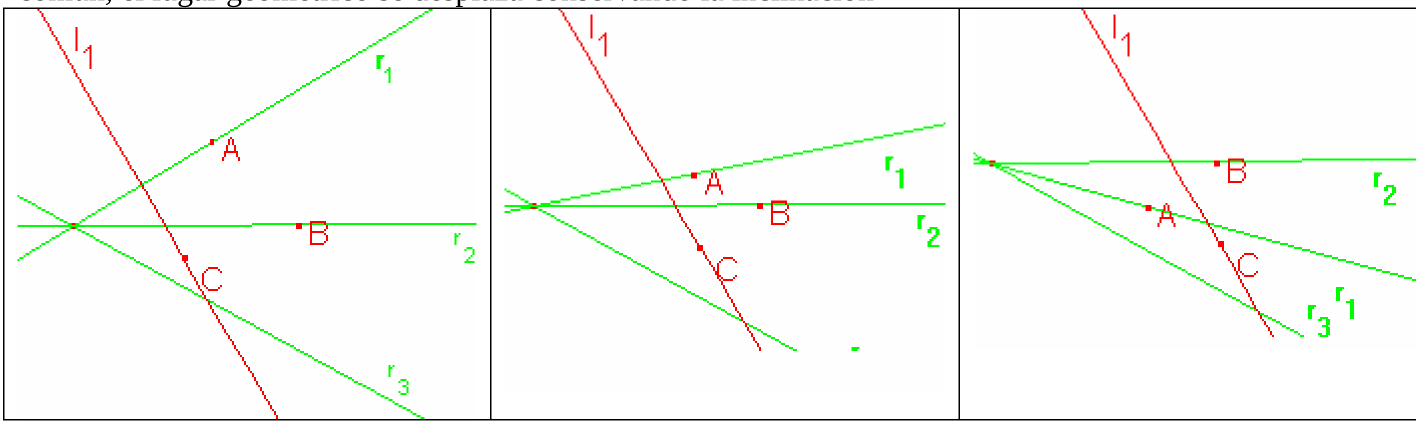
St2. El arrastre de exploración:
Es el arrastre que se realiza antes de tener una conjetura, con el fin de identificar un fenómeno visual determinado que pueda ser interpretado como una propiedad geométrica. Consiste en arrastrar de manera aleatoria los diferentes elementos del dibujo, esperando identificar algún fenómeno visual. La tecnología correspondiente a esta técnica podría ser la siguiente: como el funcionamiento de Cabri hace que toda propiedad geométrica de una figura sea invariante al arrastre, toda regularidad observada durante el arrastre de un objeto puede ser considerada como una propiedad geométrica del mismo.

Por ejemplo, se planteó la siguiente tarea de tipo T2: dadas tres rectas concurrentes, construir un triángulo equilátero que tenga un vértice sobre cada una de las tres rectas. Como resultado de la utilización de la técnica de lugares geométricos, los profesores obtuvieron el siguiente dibujo dinámico compuesto por las tres rectas (r_1, r_2, r_3) concurrentes, un punto A sobre la recta r_1, un punto B sobre la recta r_2, y un punto C que forma un triángulo equilátero junto con A y B. Al desplazar B sobre r_2, se obtiene el lugar geométrico de C (l_1), que aparentemente es una recta.

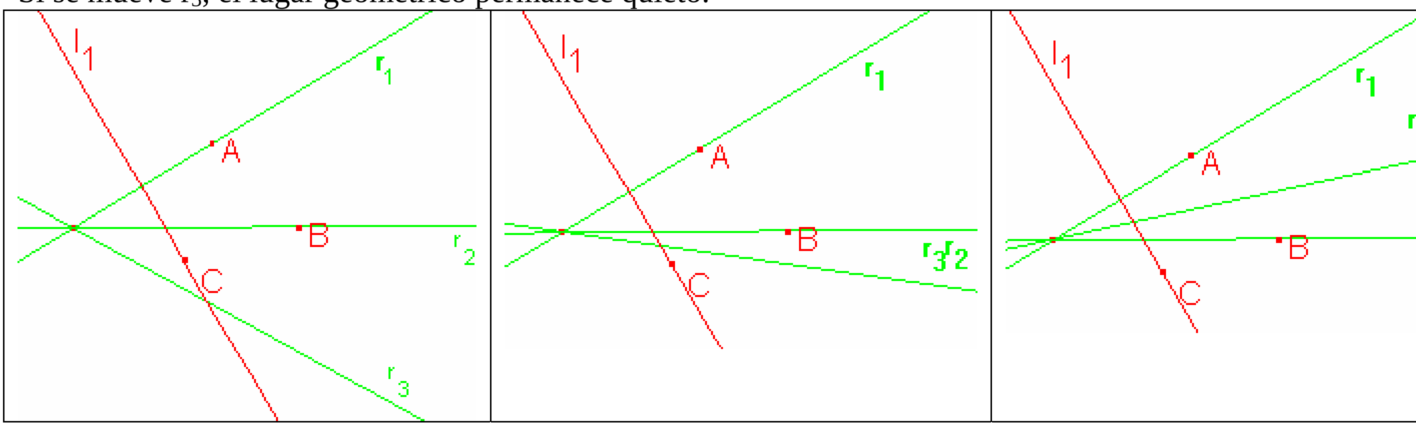


Como la construcción del triángulo equilátero debe hacerse a partir del punto de intersección de ese lugar geométrico y la recta r_3, es necesario construir ese lugar geométrico como recta. Es decir, se necesita encontrar una propiedad geométrica que relacione ese lugar geométrico con las rectas dadas.

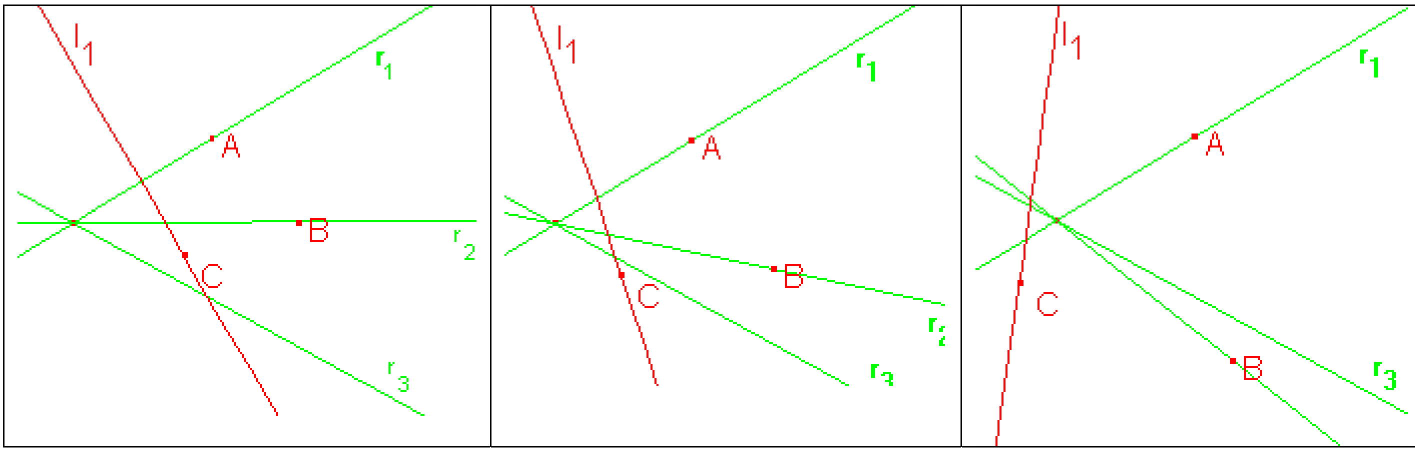
Al arrastrar las rectas se observa lo siguiente: si se mueve la recta r_1 alrededor del punto común, el lugar geométrico se desplaza conservando la inclinación



Si se mueve r_3, el lugar geométrico permanece quieto.



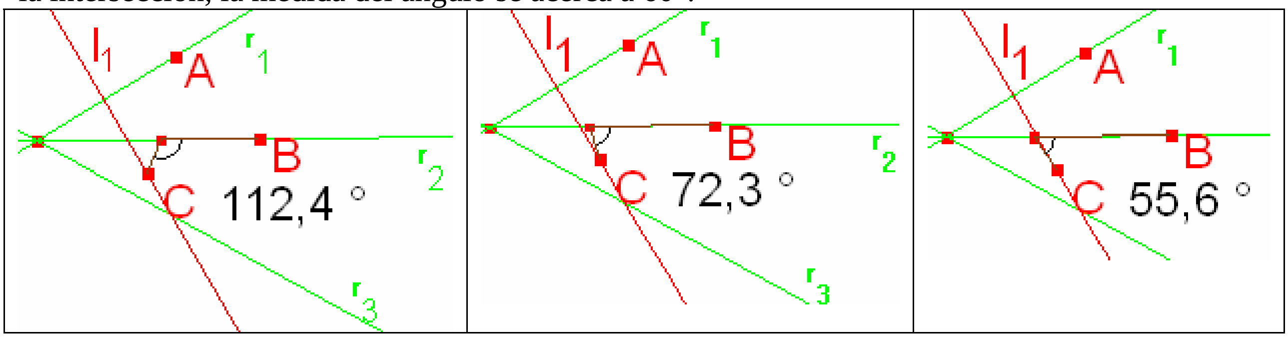
Si se mueve r_2, el lugar geométrico se mueve, pero conserva el ángulo que forma con r_2.



Lo cual permite identificar que ese lugar geométrico forma un ángulo constante con la recta r_2.

Una variante de esta técnica cuando no se dispone de una construcción exacta, sería la siguiente: la propiedad conjeturada se cumple en una posición específica de un punto. Arrastro ese punto y puedo constatar que a medida que me acerco a la posición determinada, la propiedad tiende a cumplirse (el cálculo –de distancia o ángulo- tiende a un valor determinado). La tecnología correspondiente se basa en el principio de continuidad.

Por ejemplo, retomando el caso anterior, para medir el ángulo que forma el lugar geométrico con la recta r_2, necesitaría señalar tres puntos que determinan el ángulo: uno sobre r_2, otro en la intersección de r_2 y l_1 y un tercero sobre l_1. Ante la imposibilidad de construir exactamente la intersección de l_1 y r_2, podemos tomar un segundo punto sobre r_2 y moverlo hacia la intersección. De esta manera, podemos observar que a medida que el punto móvil se acerca a la intersección, la medida del ángulo se acerca a 60°.



3. El arrastre de verificación:

Es el arrastre que se realiza una vez que se tiene una conjetura, con el fin de verificar si el fenómeno visual producido corresponde al comportamiento esperado. Consiste en arrastrar un objeto determinado teniendo en mente el fenómeno visual correspondiente a la propiedad conjeturada. La tecnología asociada a esta técnica podría ser: como el funcionamiento de Cabri hace que toda propiedad geométrica de una figura sea invariante al arrastre, si la propiedad conjeturada se pierde durante el arrastre, entonces no es una propiedad de la figura.

Por ejemplo, en una determinada configuración puede pensarse que dos rectas son perpendiculares. Sin embargo, al arrastrar una de ellas, se produce un caso evidente en el que las dos rectas forman un ángulo agudo.

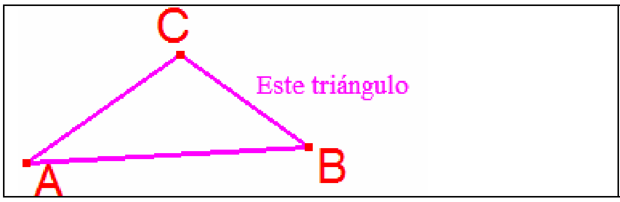
Cuando no se dispone de una construcción exacta, no puede aplicarse el arrastre de verificación, como sí es el caso para la técnica de exploración. Para verificar una propiedad conjeturada como producto de la técnica de exploración de una figura aproximada, puede utilizarse la propiedad conjeturada para hacer una construcción exacta, y verificar otras propiedades que se sabe que la figura debe cumplir.

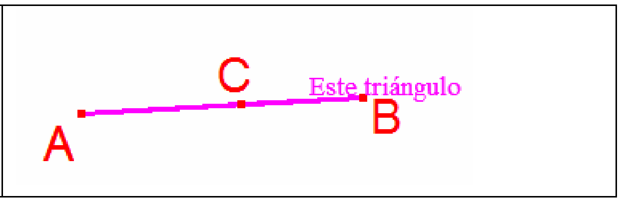
Por ejemplo, retomando el ejemplo del lugar geométrico, en el que habíamos conjeturado que forma un ángulo de 60° con la recta r2, podemos construir una recta que forme un ángulo de 60° con r2 y pase por el punto que define el lugar geométrico. Luego podemos arrastrar de nuevo r2 y verificar si la recta construida coincide en todo momento con el lugar geométrico.

Dificultades encontradas en la experiencia de formación de profesores:

1. Conflicto de teorías

En el trabajo con Cabri, se presentan fenómenos que pueden resultar sorprendentes para los profesores, y que pueden explicarse como un conflicto entre la teoría de referencia de Cabri y la teoría de la geometría escolar. Por ejemplo, en la geometría euclidiana que se trabaja a nivel escolar, la desigualdad triangular se considera como desigualdad estricta, excluyendo la posibilidad de existencia de los triángulos aplanados. Sin embargo, Cabri reconoce como triángulo ese caso especial de figura.



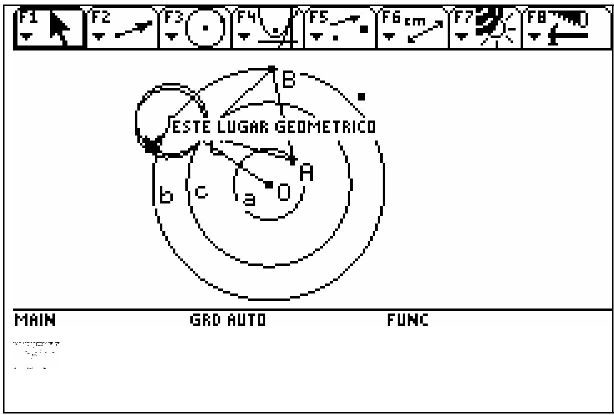


Esto se debe a que la teoría de referencia de Cabri no se limita a la geometría euclidiana, sino que la complementa con algunos elementos de geometría proyectiva.

2. Conflicto de técnicas

En el curso de formación, incluso después de varias semanas de trabajo con las técnicas descritas, los profesores exhiben manipulaciones técnicas de los ostensivos dinámicos que no corresponden a las técnicas institucionalizadas. Por ejemplo, al explorar una figura buscando identificar sus propiedades, los profesores calculan medidas o construyen objetos auxiliares que hacen visibles la falsedad de una propiedad particular; sin embargo, cuando el error es menor de un cierto valor, ignoran esa invalidación y continúan afirmando que “se ve que la propiedad se cumple”. Hago la hipótesis de que estos comportamientos corresponden a técnicas aceptables cuando se utilizan dibujos estáticos, en los que el grado de precisión requiere una habilidad motriz elevada, y en los que la precisión de las medidas depende de la percepción visual. Se naturalizan entonces técnicas de exploración y de verificación que no tienen en cuenta los “errores despreciables”, debidos a la manipulación de los instrumentos de construcción y de medición. Como consecuencia de este hecho, la geometría que se trabaja no es una geometría continua, sino una geometría por intervalos.

	Como parte de la solución del problema de construir un triángulo equilátero que tenga



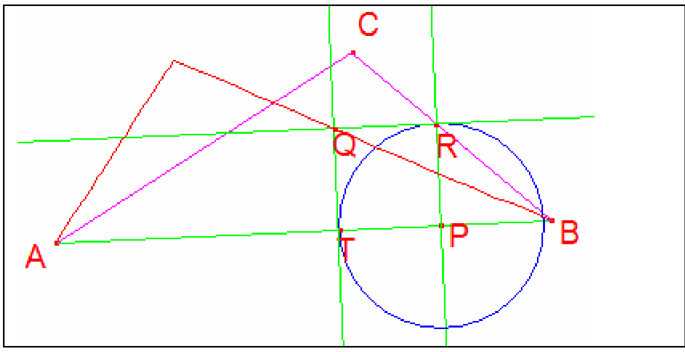
sus vértices en tres circunferencias concéntricas, el profesor había identificado el lugar geométrico del punto C como una circunferencia congruente con la circunferencia *a*, e hizo la hipótesis de que era la imagen de esa circunferencia por una traslación dada. Esta es la imagen que presentó como verificación de esa hipótesis.

3. Dificultades relativas a la transposición informática:

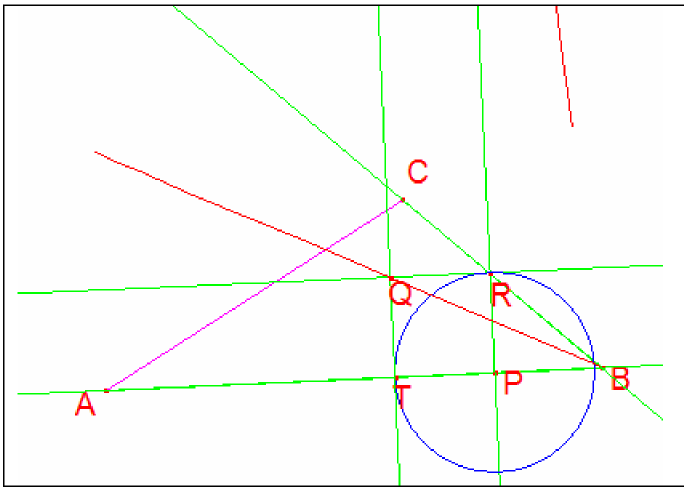
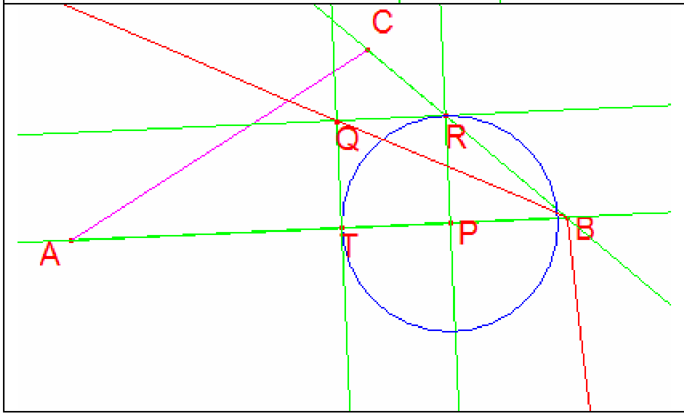
La transposición informática se refiere al proceso por el cual la Organización Matemática de referencia se transforma para posibilitar su modelización en un lenguaje de programación. Ese proceso necesariamente impone restricciones que hacen que los objetos modelizados no correspondan completamente a la teoría de referencia.

Por ejemplo, el procedimiento de construcción de los puntos que determinan el lugar geométrico puede afectar la forma del mismo, creando dificultades en la aplicación de la técnica de lugares geométricos enseñada. Se planteó el siguiente problema como ejercicio de aplicación de la técnica de lugar geométrico: dado un triángulo cualquiera, construir un cuadrado que tenga sus vértices sobre los lados del triángulo. Normalmente, cuando se trabaja con papel y lápiz, pueden dibujarse distintos cuadrados que tienen tres de sus vértices sobre dos lados del triángulo, y se verifica fácilmente que los puntos correspondientes al cuarto vértice están alineados, de manera que si se construye la recta que los contiene, la intersección de dicha recta con el tercer lado del triángulo determinará la solución del problema.

Sin embargo, al hacer la construcción en Cabri, el lugar geométrico obtenido no es una recta, por lo que la solución del problema se complica.



En este caso, el punto R es punto de intersección de la recta PR y el triángulo ABC, y por lo tanto el lugar geométrico de Q con respecto a P es un triángulo. El profesor comenzó entonces a buscar una transformación que le permitiera obtener el triángulo lugar geométrico a partir del triángulo ABC.

	En este caso el punto P se mueve sobre la recta AB, y el punto R es intersección de la recta PR y la recta BC. El lugar geométrico aparece como dos segmentos disyuntos.
	En este caso el punto T es punto de intersección de la circunferencia y la recta AB, y el lugar geométrico aparece como dos semirrectas

No sólo el ostensivo lugar geométrico no permite conjeturar que el lugar de puntos Q sea una recta, sino que la proliferación de formas del mismo lugar geométrico creó desconcierto entre los profesores.

Conclusiones

1. La Teoría Antropológica de lo Didáctico permite apreciar en toda su complejidad el problema de la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, en especial la necesidad de estudiar las implicaciones de la utilización de los objetos ostensivos computarizados no sólo en las Organizaciones Didácticas, sino también en las Organizaciones Matemáticas. El estudio ecológico de una OM que incluya los objetos ostensivos computarizados debe tener en cuenta el proceso de transposición informática, por el cual se encapsuló una cierta praxeología matemática en los objetos mismos.
2. En el caso del software Cabri de geometría dinámica, es posible construir una praxeología de construcciones geométricas que incluya los dibujos dinámicos en las tareas, las técnicas y las tecnologías. La valencia instrumental de dichos dibujos dinámicos se revela especialmente en las sub-tareas de identificar y verificar propiedades de una figura.
3. El proceso de construcción de esa praxeología dinámica presenta dificultades que pueden explicarse como producto de conflicto de teorías, conflicto de técnicas y problemas debidos a la transposición informática.

Bibliografía

Balacheff N. (1994) La transposition informatique, un nouveau probleme pour la didactique. In : Artigue M. et al. (eds) *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (pp 364-370). Grenoble La Pensée Sauvage éditions.

Bosch, M., Espinoza, L. y Gascón, J. (2003): El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23/1, 79-136.

Bosch, M y Gascon, J. (2002): Organiser l'étude. 2. Théories et empiries, *Actes de la XIeme Ecole d'Ete de Didactique des Mathématiques*, 23-40, Corps, Aout de 2001, grenoble : La Pensée Sauvage.

Bosch, M., Chevallard, Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*,19/1, 77-123.

Bosch, M. (2000), Un punto de vista antropológico: la evolución de los "instrumentos de representación" en la actividad matemática, IV simposio SEIEM (Huelva 2000).

Chevallard, Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12/1, 73-112.